

ВЛИЯНИЕ МАССОВЫХ СИЛ НА КИНЕТИКУ ФИЛЬТРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ С НЕСЖИМАЕМЫМ ОСАДКОМ

ЯРАНОВ С.В., асп., МИЗОНОВ В.Е., д-р техн. наук, БАРАНЦЕВА Е.А., канд. техн. наук, VOROBIEV E.

Предложена ячеечная математическая модель фильтрации жидкости с несжимаемым осадком при постоянном давлении на поршень с учетом скольжения частиц осадка относительно жидкости и их стохастического движения в ней. Показано, что скольжение частиц относительно поршня и их стохастическое движение ускоряют процесс фильтрации, то есть являются благоприятными факторами протекания процесса.

Ключевые слова: фильтрация жидкости, стохастическое движение частиц, математическая модель.

BODY FORCES INFLUENCE UPON THE KINETICS OF LIQUID FILTRATION WITH INCOMPRESSIBLE DREG

S.V. YARANOV, postgraduate, V.E. MIZONOV, Ph.D. E.A. BARANTSEVA, Ph.D., E. VOROBIEV

This paper represents the network mathematical model of liquid filtration with incompressible dreg under constant pressure upon the piston subject to dreg bits sliding relative to the liquid and their stochastic movement in it. There was shown that bits sliding subject to the piston and their stochastic movement accelerate filtration process, i.e. they are favorable factors for this behavior process.

Key words: liquid filtration, stochastic moving the particles, mathematical model.

В работе [1] нами была предложена ячеечная модель фильтрации жидкости с несжимаемым осадком, которая позволяет учитывать все характерные составляющие процесса без каких-либо далеко идущих упрощений. Целью настоящей работы является дальнейшее развитие этой модели и анализ на ее основе наиболее характерного случая организации процесса, когда приложенная к поршню сила остается постоянной во все время протекания процесса.

Расчетная схема процесса и основные элементы его модельного представления показаны на рис. 1. Жидкость с взвешенными твердыми частицами заполняет цилиндр, с одной стороны которого расположен поршень, а с другой – фильтровальная перегородка, проницаемая для жидкости, но непроницаемая для частиц. При движении поршня жидкость проходит сквозь перегородку, а частицы осаждаются на ней, причем слой осадка растет по мере протекания процесса, что приводит к росту гидравлического сопротивления слоя осадка и уменьшению скорости движения поршня при постоянной силе, действующей на него. Физическим содержанием процесса является конвективная диффузия частиц на отрезке с закрытыми подвижными границами (так называемая задача Стефана), которая очевидно нелинейна, по крайней мере, со стороны перегородки, где положение границы зависит от массы накопленного осадка.

Переход к ячеечной модели связан с пространственно-временной дискретизацией процесса. Полная длина цилиндра разбита на m ячеек идеального смешения длиной Δx . В некоторый момент времени распределение частиц вдоль цилиндра представлено вектором-столбцом масс материала в ячейках

$$\mathbf{S} = [S_1 \ S_2 \ \dots \ S_j \ \dots \ S_m]^T, \quad (1)$$

где индекс « T » означает транспонирование.

Переход из состояния в состояние происходит через промежутки времени Δt – времени одного перехода. Этот промежуток выбирается достаточно малым, чтобы частицы в течение перехода могли переместиться из данной ячейки только в соседние, но не далее. В течение i -го перехода состояние \mathbf{S}^i пере-

дит в состояние \mathbf{S}^{i+1} , причем оба состояния связаны матричным равенством

$$\mathbf{S}^{i+1} = \mathbf{M} \mathbf{S}^i, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} p_{s1} & p_{b1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ p_{f1} & p_{s1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{f1} & p_{s1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p_{s(m-2)} & p_{b(m-1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p_{f(m-2)} & p_{s(m-1)} & p_{bm} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_{f(m-1)} & p_{sm} \end{pmatrix} \quad (3)$$

а p_{sj} , p_{fj} , p_{bj} – вероятности остаться в j -й ячейке и перейти вперед и назад, соответственно; каждая из них должна удовлетворять условию $0 \leq p \leq 1$, а их сумма должна быть равна единице.

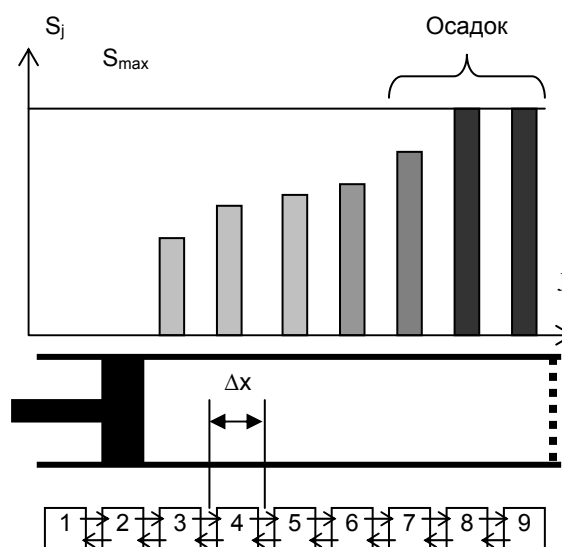


Рис. 1. Схема ячеечного представления процесса фильтрации

Пусть частицы движутся со средней скоростью V , а коэффициент их макроdiffузии равен D . Тогда, согласно [1], вероятности перейти вперед и назад составляют

$$p_f = v+d, \quad p_b = d, \quad (4)$$

где

$$v = \Delta t / \Delta x, \quad d = D \Delta t / \Delta x^2, \quad (5)$$

а вероятность остаться рассчитывается как разность между единицей и суммой вероятностей ухода.

Матрица (3) записана для случая, когда для миграции частиц доступны все ячейки цепи. Однако по мере движения поршня перекрытые им ячейки, а также ячейки, полностью занятые осадком, оказываются недоступными для миграции. Поэтому эта матрица должна пересчитываться на каждом переходе в зависимости от состояния процесса, что и обуславливает нелинейность задачи. В частности, для состояния, указанного на рис. 1, эта матрица имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 1-d-v & d & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & d+v & 1-2d-v & d & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v+d & 1-2d-v & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где правый нижний угол матрицы формируется с учетом накопления осадка по аналогичному алгоритму.

Рассмотрим кинетику фильтрации при постоянном давлении на поршень. Допустим, что связь между перепадом давления и скоростью движения поршня может быть описана формулой

$$\Delta p = \zeta S_c V_p^n, \quad (7)$$

где ζ, n – постоянные коэффициенты.

Очевидно, что время каждого перехода будет меняться обратно пропорционально скорости, откуда легко может быть получена зависимость

$$\Delta t_i = \Delta t_1 (S_{ci} / S_{c1})^{1/n}, \quad (8)$$

где индекс 1 относится к первому переходу и в масштабе Δt_i рассчитывается условное время процесса.

Причиной скольжения частиц относительно жидкости может быть массовая сила, направленная против движения поршня (например, вес частиц при вертикальном расположении цилиндра и движении поршня вверх). Если такая сила отсутствует, то частицы движутся со скоростью жидкости и при отсутствии стохастической составляющей их движения $d = 0$ и $v = 1$. При наличии стохастической составляющей движения частиц их скорость всегда удовлетворяет условию $V < V_p$, т. е. $v < 1$. Фактическая скорость движения частиц определяется соотношением

$$V = V_p - V_s, \quad (9)$$

где V_s – скорость витания частиц в отношении действующей массовой силы (если эта сила – вес, то V_s – обычная скорость витания).

Некоторые результаты расчетов по разработанной модели показаны на рис. 2, 3.

Рис. 2 иллюстрирует эволюцию состояния процесса при отсутствии (а) и наличии (б) скольжения частиц относительно потока жидкости. При отсутствии скольжения все частицы на каждом переходе перемещаются в соседние справа ячейки, кроме последних, где постепенно накапливается осадок и при достижении предельной концентрации, соответствующей полностью занятой частицами ячейке, она

закрывается и граница переходит на одну ячейку влево. Очевидно, что в этом случае идет наиболее интенсивное накопление осадка на фильтровальной перегородке, то есть наиболее интенсивно нарастает сопротивление движению жидкости, и возрастают времена переходов, сумма которых формирует полное время фильтрования. Кинетика накопления осадка на фильтровальной перегородке показана кривой 1 на рис. 3. Несмотря на то, что эта кривая дает наиболее быстрый рост осадка в начале процесса, общая его продолжительность оказывается максимальной для сравниваемых вариантов.

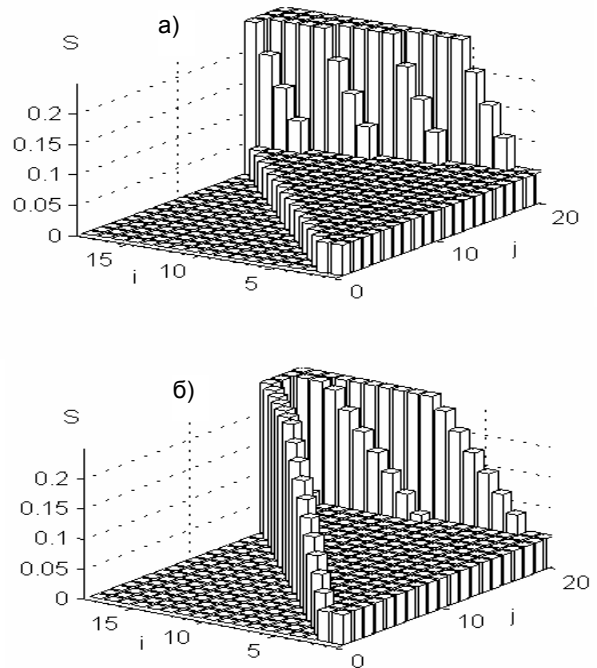


Рис. 2. Эволюция концентрации осадка при различных условиях фильтрования: а – $v = 1, d = 0$; б – $v = 0,6, d = 0$

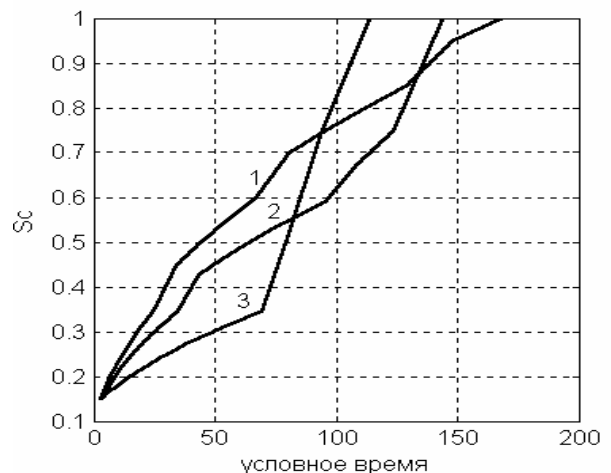


Рис. 3. Кинетика накопления осадка при различных скоростях движения частиц: 1 – $v = 1$; 2 – $v = 0,65$; 3 – $v = 0,3$

На рис. 2,б показана эволюция процесса при наличии скольжения частиц. Осадок накапливается медленнее, и, кроме того, предельная концентрация достигается и на поршне, то есть правая граница движется быстрее него. Однако, поскольку сопротив-

ление движению жидкости нарастает медленнее, общее время фильтрования оказывается меньше, что видно из кинетики накопления осадка, показанной на рис. 3 кривыми 2 и 3. Таким образом, естественное или искусственно организованное скольжение частиц относительно поршня позволяет ускорить процесс фильтрования.

Список литературы

1. **Ячеечная** модель фильтрования жидкости с несжимаемым осадком / В.Е. Мизонов и др. // Изв. вузов: Химия и хим. технология. – 2006. – Т.49. – Вып. 2. – С. 102–104.

Мизонов Вадим Евгеньевич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Баранцева Елена Александровна,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Яранов Сергей Владимирович,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры прикладной математики,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

VOROBIEV E.
(Université de Technologie, Compiègne, France)