

Идентификация параметров математической модели тепломассообменных процессов в контактном теплообменнике

Елин Н.Н., Мизонов В.Е., доктора техн. наук, Якимичев П.В., асп.

Получены расчетные формулы для локальных коэффициентов тепло-, массоотдачи и аэродинамического сопротивления слоя орошаемой насадки из колец Рашига, позволяющие разработать инженерную методику расчета контактных утилизаторов теплоты дымовых газов.

Ключевые слова: контактный теплообменник, поток теплоты, поток массы, влагосодержание, потери давления.

Identification of Mathematical Model Parameters of Heat and Mass Exchanging Processes in Open-type Heat Exchanger

N.N. Yelin, V.E. Mizonov, Doctors of Engineering, P.V. Yakimychiev, Post Graduate Student

The article contains the calculation formulae for local coefficients of heat and mass exchanging and aerodynamic resistance in the layer of sprinkled nozzle of Rashig rings. The formulae allow to develop the engineering approach to calculate the heat contact utilizer of smoke gases.

Key words: open-type heat exchanger, heat flow, mass flow, moisture content, pressure losses.

Для описания тепломассообменного процесса в контактном теплообменнике предложена ячеечная математическая модель, использующая математический аппарат теории цепей Маркова [1, 2]. Процесс представлен двумя параллельными цепями ячеек: одна – для движения воды, другая – для движения содержащего влагу газа. Перенос теплоты и массы между соседними ячейками цепей описан обычными балансовыми уравнениями с локальными потенциалами переноса; перенос вдоль цепей описан переходными матрицами, учитывающими детерминированную и стохастическую составляющие движения сред.

При числе ячеек m длина каждой ячейки составляет $\Delta x = L/m$, где L – высота аппарата. Распределение всех параметров процесса по рабочей высоте представлено в виде векторов-столбцов размера $m \times 1$. Состояние процесса рассматривается через малые промежутки времени $\Delta \tau$, тогда текущее время определится как $\tau_i = (i - 1)\Delta \tau$, где i – номер временного перехода, являющийся дискретным аналогом времени. В течение времени $\Delta \tau$ соседние ячейки параллельных цепей обмениваются теплотой и массой влаги и переходят в соседние ячейки своих цепей благодаря движению сред. Кинетика массообмена может быть описана рекуррентными матричными равенствами:

$$M_2^i = M_{2v}^i + M_{2g}^i, \quad (1)$$

$$M_{2v}^{i+1} = P_2^{i*}(M_{2v}^i + \Delta M_{12}^i) + \Delta M_{2vf}^i, \quad (2)$$

$$M_{2g}^{i+1} = P_2^{i*}M_{2g}^i + \Delta M_{2gf}^i, \quad (3)$$

$$M_1^{i+1} = P_1^{i*}(M_1^i - \Delta M_{12}^i) + \Delta M_{1f}^i, \quad (4)$$

$$\Delta M_{12}^i = \beta \cdot (p_w^i - p_v^i) S \Delta \tau, \quad (5)$$

где индексы 1 и 2 относятся к жидкостной и парогазовой фазе соответственно; индексы v и

g – к паровой и газовой составляющей парогазового потока; $p_w^i = p_w^i(t_1^i)$ и $p_v^i = p_v^i(d^i)$ – векторы парциальных давлений влаги над поверхностью воды и в газе, рассчитываемые по эмпирическим соотношениям; d^i – вектор влагосодержаний в газе, кг/кг; β – вектор коэффициентов массоотдачи; $S = S_s F \Delta x$ – поверхность массообмена в ячейке (F – площадь поперечного сечения аппарата); S_s – удельная поверхность насадки; оператор \cdot^* означает поэлементное перемножение векторов.

В соотношениях (2)–(4) векторы с индексом f – векторы подачи сред от внешних источников, т. е. от поступающих в цепи расходов воды и парогазовой смеси. В этих векторах все элементы равны нулю, кроме элементов с номерами ячеек, куда они подаются: $\Delta M_{2vf}^i = G_{20} \Delta \tau d_0 / (1 + d_0)$, $\Delta M_{2gf}^i = G_{20} \Delta \tau / (1 + d_0)$, $\Delta M_{2vf}^i = G_{10} \Delta \tau$, где d_0 – начальное влагосодержание в подаваемом газе.

Матрицы P_1 и P_2 описывают продольное движение сред вдоль соответствующих цепей. Правила их построения подробно описаны в работах [1, 2]. В каждом столбце матрицы, относящемся к ячейке с определенным номером, размещены доли массы переносимой среды в строках с номерами ячеек, куда этот перенос происходит. Матрицы не являются постоянными, так как эти доли зависят от расходов сред через ячейки, которые меняются в процессе массообмена.

Кинетика теплообмена описывается системой рекуррентных матричных равенств, аналогичной системе (1)–(5):

$$Q_2^{i+1} = P_2^{i*}(Q_2^i - \Delta Q_{21}^i) + \Delta Q_{2f}^i, \quad (6)$$

$$Q_1^{i+1} = P_1^{i*}(Q_1^i + \Delta Q_{21}^i - r^i \cdot \Delta M_{12}^i) + \Delta Q_{1f}^i, \quad (7)$$

$$\Delta Q_{21}^i = \alpha \cdot (t_2^i - t_1^i) S \Delta \tau, \quad (8)$$

где α – вектор коэффициентов теплоотдачи; r – вектор удельной теплоты испарения в ячейках.

Переход от запасов теплоты в ячейках к их температурам и расчет текущего распределения влагосодержания осуществляется по следующим соотношениям:

$$t_1^{i+1} = Q_1^{i+1} / (M_1^{i+1} \cdot c_w + V_f \rho_f c_f); \quad (9)$$

$$t_2^{i+1} = Q_2^{i+1} / (M_{2g}^{i+1} \cdot c_g + M_{2v}^{i+1} \cdot c_v); \quad (10)$$

$$d^{i+1} = M_{2v}^{i+1} / M_{2g}^{i+1}, \quad (11)$$

где V_f , ρ_f , и c_f – объем, плотность и удельная теплоемкость насадки в ячейке; оператор $/$ означает поэлементное деление векторов.

Описанная выше модель позволяет рассчитывать переходный процесс в контактном теплообменнике из любого заданного начального распределения параметров и выходить на установившийся режим его работы. Очевидным ее преимуществом является то, что она описывает межфазное взаимодействие по локальным разностям потенциалов переноса, а не по их средним значениям, как традиционные балансовые методы расчета. Однако достоверность расчетных прогнозов по этой модели существенно зависит от того, насколько достоверно описаны коэффициенты переноса: коэффициент теплоотдачи α и коэффициент массоотдачи β , то есть насколько достоверно выполнена идентификация модели. Кроме того, для полного расчета контактного теплообменника нужны достоверные сведения о его аэродинамическом сопротивлении.

Для идентификации параметров математической модели использовались данные Научно-исследовательского института санитарной техники и оборудования зданий и сооружений (НИИСТ, г. Киев) [3]. Экспериментальные исследования проводились на лабораторной установке, в которой холодную воду, поступающую из артезианской скважины с температурой $t_{1in} = 12$ °С, нагревали в контактной камере диаметром $D = 200$ мм, загруженной кольцами Рашига размера $35 \times 35 \times 4$ мм. Высота слоя засыпки изменялась и составляла $H = 110, 310, 700$ и 1000 мм. В качестве теплоносителя использовались уходящие дымовые газы котла с температурой $t_{2in} = 200\text{--}260$ °С. Скорость газов изменялась в диапазоне $w_2 = 0,4\text{--}1,9$ м/с, а влагосодержание $d_{in} = 100\text{--}120$ г/кг сух. газа. Плотность орошения насадки водой q_0 изменялась в широких пределах от 3 до $55 \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{ч}$. Схема движения теплоносителей – противоток.

На рис. 1 представлены результаты исследования зависимости температуры дымовых газов t_{2out} (только для высоты слоя насадки $H = 1000$ мм), а на рис. 2 – их влагосодержания d_{out} на выходе из контактной камеры от температуры подогрева воды t_{1out} . Изменение величины t_{1out} достигалось путем изменения расхода воды (плотности орошения).

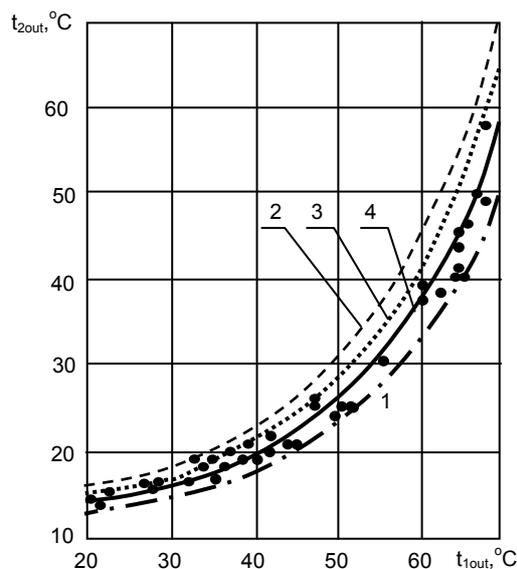


Рис. 1. Сопоставление результатов расчетов зависимости температуры уходящих дымовых газов от температуры подогрева воды в контактной камере с экспериментальными данными [3] при высоте слоя насадки 1000 мм: 1 – расчет коэффициентов тепло- и массоотдачи по методике [5]; 2 – [6]; 3 – [4]; 4 – по формулам (12) и (13)

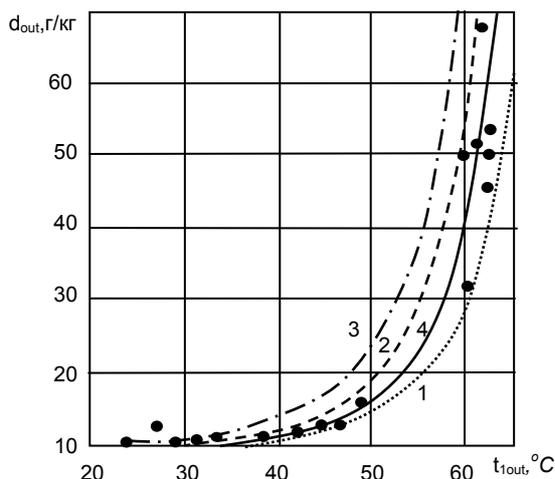


Рис. 2. Сопоставление результатов расчетов зависимости влагосодержания уходящих дымовых газов от температуры подогрева воды в контактной камере с экспериментальными данными [3]: 1 – расчет коэффициентов тепло- и массоотдачи по методике [5]; 2 – [6]; 3 – [4]; 4 – по формулам (12) и (13)

Уменьшение плотности орошения приводит к увеличению подогрева воды, а следовательно, величины t_{1out} . При этом степень охлаждения дымовых газов ($t_{2in} - t_{2out}$) уменьшается, а величины t_{2out} и d_{out} увеличиваются.

Расчеты с помощью разработанной математической модели с учетом замыкающих соотношений для расходных и теплофизических параметров дымовых газов и воды [4] выполнялись при использовании для определения коэффициентов тепло- и массоотдачи трех различных методик: [5], [6] и [4]. Результаты

этих расчетов представлены на рис. 1, 2 кривыми 1, 2 и 3.

Еще более интересным является анализ влияния плотности орошения g_0 . На рис. 3 в качестве примера представлена зависимость t_{2out} от g_0 для высоты слоя насадки $H = 1000$ мм.

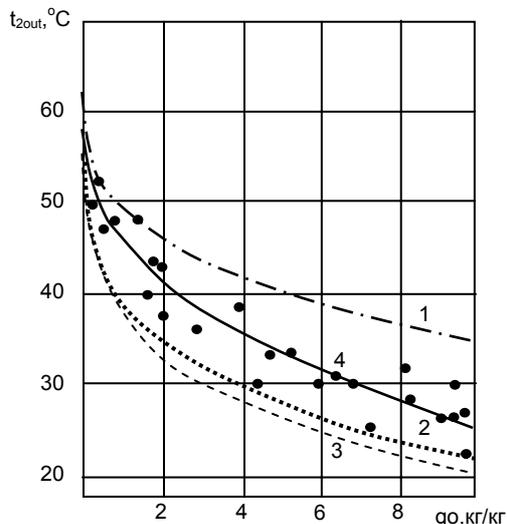


Рис. 3. Сопоставление результатов расчетов зависимости температуры уходящих дымовых газов от интенсивности орошения насадки в контактной камере с экспериментальными данными [3] при высоте слоя насадки 1000 мм: 1 – расчет коэффициентов тепло- и массоотдачи по методике [5]; 2 – [6]; 3 – [4]; 4 – по формулам (12) и (13)

Анализ всех полученных результатов показывает, что методика [5] дает заниженные значения t_{2out} и d_{out} , а методики [6] и [4] – завышенные. Очевидно, что необходимо построить формулы для Nu и Nu_D исходя из условия наилучшего совпадения с экспериментальными данными.

В результате обработки всех представленных экспериментальных данных получена формула, наиболее адекватно их описывающая:

$$Nu = 0,016 \cdot Re_g^{1,3} \cdot Pr^{0,33} \text{ при } Re_2 < 200, \quad (12)$$

$$Nu = 0,035 \cdot Re_2^{0,67} \cdot Pr^{0,33} \cdot gw^{0,17} \text{ при } Re_2 \geq 200, \quad (13)$$

где $Re_2 = w_2 \cdot D_r / \nu_2$; $gw = G_1 / G_2$; D_r – эквивалентный диаметр частицы, равный отношению ее шестикратного объема к площади поверхности.

Последний множитель в формуле (13) учитывает тот факт, что при увеличении интенсивности орошения gw , начиная с некоторого Re_g , коэффициенты тепло- и массопереноса увеличиваются за счет интенсивного волнообразования на поверхности пленки воды. Для расчета коэффициентов массоотдачи следует использовать гипотезу об аналогии процессов тепло- и массообмена (так называемую «тройную аналогию»), согласно которой если для расчета теплоотдачи получено уравнение вида $Nu = a \cdot Re^n \cdot Pr^m$, то для расчета массоотдачи, происходящей в аналогичных условиях, используется уравнение $Nu_D = a \cdot Re^n \cdot Pr_D^m$, где a , n и m – одни и те же величины, а «диффузион-

ные» числа Нуссельта и Прандтля определяются по формулам

$$Nu_D = \beta \cdot l / D_{vg}; Pr_D = \nu / D_{vg}, \quad (14)$$

где D_{vg} – коэффициент диффузии водяного пара в газе.

Результаты расчетов, выполненных с использованием формул (12) и (13), представлены на рис. 1–3 кривыми 4.

Результаты показывают вполне удовлетворительную сходимость расчетных и экспериментальных величин.

Математическая модель процесса, дополненная замыкающими соотношениями для расходных и теплофизических параметров дымовых газов и воды и формулами для определения коэффициентов тепло- и массоотдачи, представляет собой инженерную методику расчета контактного утилизатора теплоты. Данная методика реализована в виде компьютерной программы в среде MATLAB.

Проверка адекватности предлагаемой методики проводилась путем сопоставления результатов расчетов контактного утилизатора марки ЭК-БМ-1-1, имеющего диаметр 1000 мм, с результатами его испытаний, выполненных в производственных условиях [3]. Среднее расхождение между рассчитанными и измеренными величинами тепловосприятости составило 6,67%, максимальное – 12,5%.

Для учета влияния расхода воды на гидравлическое сопротивление слоя насадки использовались экспериментальные данные [3], полученные в контактной камере, загруженной кольцами Рашига размера 50X50X5 мм при высоте слоя 800 мм. Плотность орошения изменялась от 5 до 30 $m^3/(m^2 \cdot ч)$. Результаты показали, что при увеличении плотности орошения аэродинамическое сопротивление слоя насадки увеличивается весьма заметно. Предложена расчетная формула для аэродинамического сопротивления слоя насадки, учитывающая плотность орошения:

$$\Delta p = (\mu_2 \cdot \omega p_2 / k_n + b \cdot \rho_2 \cdot \omega p_2^2) \cdot (1 + 0,0283 \cdot g_0)^{2,15}, \quad (15)$$

где μ_2 , ρ_2 и ωp_2 – динамическая вязкость, плотность и скорость газа, отнесенная ко всему сечению аппарата в рабочих условиях; k_n и b – коэффициент проницаемости и структурный коэффициент слоя насадки:

$$k_n = 0,0067 \cdot \omega^3 \cdot k_f \cdot D_r / (1 - \omega)^2; \quad (16)$$

$$b = 1,75 \cdot (1 - \omega) / (k_f^{0,5} \cdot D_r \cdot \omega), \quad (17)$$

где k_f – коэффициент формы частиц, из которых состоит слой насадки, равный отношению площади поверхности шара, имеющего такой же объем, как частица, к площади поверхности этой частицы; ω – пористость слоя частиц. Для колец Рашига можно легко рассчитать величины D_r и k_f .

В формуле (15) первый множитель представляет сопротивление неорошаемой насадки, и поэтому при $g_0 = 0$ эта формула сов-

падает с известной из [7] расчетной зависимостью для «двучленной» фильтрации. Второй множитель учитывает дополнительное сопротивление, обусловленное уменьшением проходного сечения для газа, волнообразованием на поверхности пленки воды и другими факторами.

Список литературы

1. **Application** of the theory of Markov chains to model heat and mass transfer between stochastically moving particulate and gas flows / V. Mizonov, H. Berthiaux, P. Arlabosse, D. Djerroud // *Granular Matter*. – 2008. – Vol. 10. – No 4. – P. 335–340.

2. **Зайцев В.А., Мизонов В.Е., Волынский В.Ю.** Применение теории цепей Маркова к моделированию,

расчету и оптимизации процессов теплопереноса в промышленных аппаратах: монография / Иван. гос. хим.-технол. ун-т. – Иваново, 2008. – 268 с.

3. **Аронов И.З.** Контактный нагрев воды продуктами сгорания природного газа. – Л.: Наука, 1990. – 280 с.

4. **Тепло- и массообмен.** Теплотехнический эксперимент: справочник / Е.В. Аметистов, В.А. Григорьев, Б.Т. Емцев и др.; под общ. ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 512 с.

5. **Лыков А.В.** Теплообмен: справочник. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.

6. **Гельперин Н.И.** Основные процессы и аппараты химической технологии. В 2-х кн. – М.: Химия, 1981. – 812 с.

7. **Романков П.Г., Курочкина М.И.** Гидромеханические процессы в химической технологии. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.

Елин Николай Николаевич,

Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,
доктор технических наук, профессор кафедры гидравлики,
e-mail: yelinnn@mail.ru

Мизонов Вадим Евгеньевич,

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Якимычев Петр Владимирович,

Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,
аспирант,
e-mail: yelinnn@mail.ru