

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПСЕВДООЖИЖЕНИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ ЧАСТИЦ

А.В. МИТРОФАНОВ¹, А.В. ОГУРЦОВ¹, В.А. МАГНИЦКИЙ¹, В.Е. МИЗОНОВ¹, К. TANNOUS²

¹ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», Иваново, Россия

²University of Campinas, Brazil

E-mail: mizonov46@mail.ru, katia@feq.unicamp.br

Авторское резюме

Состояние вопроса: Инженерный расчет псевдооживленного слоя должен базироваться на математических моделях процесса, учитывающих все основные факторы псевдооживления, с одной стороны, и обладающих достаточной простотой, чтобы выполнять эти расчеты за разумное время, с другой. Этим требованиям отвечают модели, построенные на основе теории цепей Маркова, в которых переходные вероятности должны быть согласованы с физикой процесса. Построение такой модели является задачей настоящей статьи.

Материалы и методы: Предлагаемая математическая модель процесса основана на теории цепей Маркова. Слой представлен цепью ячеек, переходные вероятности между которыми состоят из вероятностей конвективного и диффузионного переносов, причем вероятности конвективного переноса формируются по мере изменения порозности частиц в ячейках, а диффузионные вероятности предполагают перенос частиц в любые ячейки из заданной, но убывают по мере удаления ячейки от заданной по нормальному закону.

Результаты: Предложена математическая модель псевдооживления бинарной смеси частиц, позволяющая рассчитывать расширение слоя и распределение содержания фракций по его высоте. Установлены закономерности расширения слоя при псевдооживлении, которое определяется относительным содержанием разных фракций, и распределения концентрации фракций в нем, которое меняется в зависимости от профиля реактора вплоть до полного расслоения фракций.

Выводы: Предложенная модель позволяет описывать псевдооживление полидисперсного материала, что является исходной информацией для моделирования массообменных процессов.

Ключевые слова: псевдооживленный слой, бинарная смесь частиц, цепь Маркова, конвективный перенос, диффузионный перенос, распределение концентрации

MATHEMATICAL MODEL OF FLUIDIZATION OF BINARY MIXTURE OF PARTICLES

A.V. MITROFANOV¹, A.V. OGURTSOV¹, V.A. MAGNITSKIY¹, V.E. MIZONOV¹, K. TANNOUS²

¹Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russia

²University of Campinas, Brazil

E-mail: mizonov46@mail.ru, katia@feq.unicamp.br

Abstract

Background: Engineering calculation of fluidized bed must be based on mathematical models of the process that takes into account all basic features of fluidization on the one hand, and are simple enough to have a reasonable computational time on the other hand. These requirements can be met by the models based on the theory of Markov chains, in which transitions probabilities must be agreed with the process physics. The objective of the study is to build such a model.

Materials and methods: The proposed mathematical model is based on the theory of Markov chains. A bed is presented as a chain of cells. The transition probabilities between the cells consist of probabilities of convection transitions and probabilities of diffusion transitions. The convection transition probabilities are being formed due to local porosities of particles in the cells. The diffusion transition probabilities are allowed to any cell from a given one but decrease with the distance between cells according to the normal distribution law.

Results: As result, a mathematical model of fluidization of binary particle mixture is proposed. It allows calculating bed expansion and fractions content distribution over its height. The mechanism of bed expansion during fluidization is determined by relative fraction content, as well as the features of fraction concentration distribution in it that varies with a reactor profile right up to complete segregation of the fractions.

Conclusions: The proposed model allows to describe fluidization of polydisperse material, which is basic information for modeling of mass exchange processes.

Key words: fluidized bed, binary mixture of particles, Markov chain, convection transition, diffusion transition, concentration distribution.

Организация тепломассообменных процессов и химических реакций в псевдооживленном (кипящем) слое частиц имеет ряд преимуществ. Высокая степень перемешивания частиц благодаря их интенсивному стохастическому

движению повышает коэффициенты тепло- и массоотдачи и выравнивает температуру по высоте слоя, что благоприятно сказывается на скорости соответствующих процессов, а значит, и на их производительности. Однако высокая

стохастичность движения частиц одновременно является препятствием к созданию простых и надежных методов расчета псевдооживленного слоя. Наиболее простые модели рассматривают слой как единое целое, заранее предполагая идеальное перемешивание частиц по всей его высоте и считая распределение концентрации частиц и температуры равномерным [1]. Это является далеко идущим упрощением, так как потоки тепла и массы между частицами и газом зависят от локальных, а не средних потенциалов переноса. На другом конце моделирования стоят очень сложные модели процессов в слое, которые, как правило, раскрывая отдельные явления в слое, не продвигают модель к инженерному методу расчета, так как требуют очень большого машинного времени даже для одного режимно-конструктивного варианта. Обзор и сравнение таких моделей приведен в работе [2]. Ниже рассмотрим одну из компромиссных моделей [3], основанных на теории цепей Маркова, сочетающих учет локального состояния сред в слое с простотой описания и требующих незначительного машинного времени для моделирования и оптимизации.

При построении ячеечной модели слой разбивается по высоте на n секций высотой $\Delta x = H/n$, где H – высота рабочей части аппарата. Считается, что в каждой ячейке все параметры состояния равномерно распределены по ее объему. Содержание частиц в ячейках представлено вектором-столбцом

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_n \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где S_j – содержание частиц в j -й ячейке.

Эволюция состояния процесса рассматривается в фиксированные моменты времени $t_k = (k - 1)\Delta t$, где Δt – продолжительность, а k – номер временного перехода. В течение k -го перехода вектор состояния \mathbf{S}^k меняется и переходит в \mathbf{S}^{k+1} . Оба вектора связаны рекуррентным матричным равенством

$$\mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{P}(\mathbf{S}^k)\mathbf{S}^k, \quad (2)$$

где \mathbf{P} – матрица переходных вероятностей, контролирующая переходы между ячейками и являющаяся основным оператором модели. В рассматриваемом процессе она зависит от текущего вектора состояния, то есть модель является нелинейной. Рассмотрим процедуру ее построения, выделив отдельно конвективные и диффузионные переходы между ячейками.

Конвективные переходы связаны с детерминированным переносом частиц восходящим потоком воздуха, скорость которого в каждой ячейке зависит от содержания в ней частиц, загромождающих проходное сечение реак-

тора. Простейшая модель для расчета скоростей конвективного переноса частиц показана на рис. 1. В исходном состоянии частицы занимают несколько нижних ячеек, находясь в состоянии плотной упаковки. При подаче воздуха через распределительную решетку локальная скорость обтекания зависит от свободного объема в ячейке, который представлен как разность между объемом ячейки и объемом частиц при одинаковой высоте.

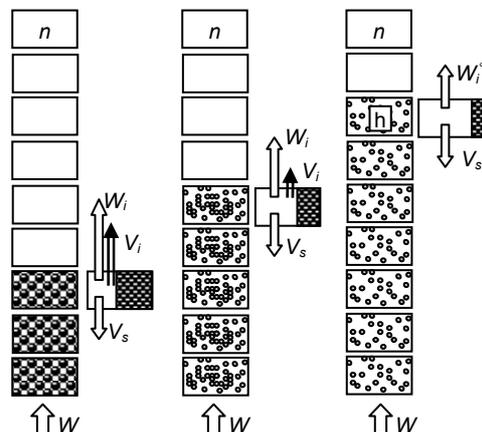


Рис. 1. Модель формирования высоты слоя

Локальная скорость воздуха в ячейке определяется соотношением

$$W_j = \frac{W}{\left(1 - \varepsilon \frac{S_j}{S_{max}}\right)}, \quad (3)$$

где W – скорость воздуха в пустом аппарате; W_j – скорость воздуха в j -й ячейке с объемным содержанием частиц S_j ; S_{max} – максимальное содержание частиц в ячейке при плотной упаковке с долей свободного объема ε .

Аэродинамическая «крупность» фракции представлена через скорость витания частиц V_s . Скорость движения частицы в j -й ячейке рассчитывается как

$$V_j = W_j - V_s, \quad (4)$$

если $W_j > V_s$, и равна нулю, если $W_j = V_s$.

По мере движения частиц вверх слой увеличивается, а содержание частиц в ячейках снижается, что ведет к снижению скорости обтекания W_j и скорости движения частиц соответственно. Если в какой-то ячейке $j = h < n$ эти скорости оказываются равны, то этот уровень соответствует верхней границе слоя в рабочем состоянии. Если это условие не достигается и при $j = n$, то слой при данной скорости воздуха не может устойчиво существовать, а частицы будут вынесены из аппарата.

Переход от скоростей конвективного переноса к вероятностям этого переноса осуществляется по соотношению

$$v_j = V_j \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad (5)$$

где v_j зависит от объемного содержания частиц в ячейке S_j согласно равенствам (3), (4).

На этапе моделирования только конвективного переноса матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_c^k = \begin{bmatrix} 1-v_1(S_1^k) & 0 & 0 & 0 & \dots \\ v_1(S_1^k) & 1-v_2(S_2^k) & 0 & 0 & \dots \\ 0 & v_2(S_2^k) & 1-v_3(S_3^k) & 0 & \dots \\ 0 & 0 & v_3(S_3^k) & 1-v_4(S_4^k) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot (6)$$

После определения высоты слоя h цепь на этой ячейке запирается, то есть вероятности всех переходов из этой ячейки вверх обнуляются. К конвективным переходам внутри этой «укороченной» цепи добавляются диффузионные, или стохастические, переходы, вероятности которых определяются схемой, показанной на рис. 2.

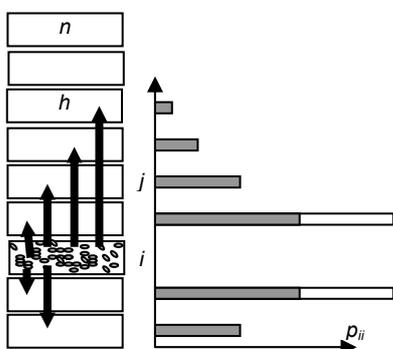


Рис. 2. Структура вероятностей стохастических переходов

В классической диффузионной схеме переходы разрешены только в соседние ячейки и симметричны (рис. 2, белые столбцы). Опыт показывает, что в кипящем слое частицы за очень короткое время могут оказаться в любом месте слоя. Поэтому предлагаемая модель допускает переходы в любые ячейки, но вероятность перехода в удаленные ячейки убывает с увеличением расстояния между ячейками по нормальному закону (рис. 2, темные столбцы). Тогда полная матрица переходных вероятностей принимает вид

$$P^k = \begin{bmatrix} p_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & \dots \\ v_1(S_1^k)+d_{21} & p_{22} & d_{23} & d_{24} & \dots \\ d_{31} & v_2(S_2^k)+d_{32} & p_{33} & d_{34} & \dots \\ d_{41} & d_{42} & v_3(S_3^k)+d_{43} & p_{44} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, (7)$$

где элементы на главной диагонали рассчитываются как разность между единицей и суммой всех остальных элементов в каждом столбце.

При моделировании ожигания полидисперсного ансамбля частиц воспользуемся следующими допущениями. Каждая фракция ожигается независимо от других с одинаковыми

для всех фракций вероятностями стохастического переноса. Присутствие разных фракций (с разными скоростями витания) проявляется только через локальную скорость газа в ячейке W_j , при расчете которой в формулу (3) подставляется объемное содержание всех фракций в ячейке, т. е. $S_j = \sum S_{j^m}$, где $m = 1, 2, \dots, M$ (M – число фракций).

Пример расчета установившегося распределения концентрации частиц по ячейкам для бинарной смеси показан на рис. 3. Расчеты выполнены для цилиндрико-конического слоя с частицами одинакового размера с плотностями, отличающимися в 1,3 раза.

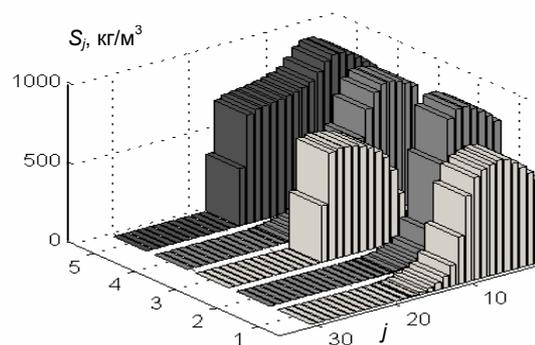


Рис. 3. Распределение содержания материала по ячейкам (светлые – легкая фракция, темные – тяжелая фракция): 1 – легкая ожигена отдельно; 2 – тяжелая ожигена отдельно; 3 – в смеси; 4 – в смеси; 5 – суммарное распределение в смеси

Таким образом, предложенная модель позволяет описывать псевдоожигание полидисперсного материала, что является исходной информацией для моделирования массообменных процессов.

Список литературы

1. **Расчеты аппаратов кипящего слоя:** справочник / под ред. И.П. Мухленова, Б.С. Сажина, В.Ф. Фролова. – Ленинград: Химия, 1986. – 352 с.
2. **Berthiaux H., Mizonov V.** Applications of Markov Chains in Particulate Process Engineering: A Review // The Canadian Journal of Chemical Engineering. – 2004. – V.85. – No.6. – P.1143–1168.
3. **Расчетно-экспериментальное** исследование распределения твердых частиц в аппарате с двухмерным псевдоожигенным слоем / А.В. Огурцов, А.В. Митрофанов, В.Е. Мизонов и др. // Изв. вузов. Химия и химическая технология. – 2009. – Т. 52. – Вып. 11. – С.131–134.

References

1. **Raschetnyy** apparatov kipyashchego sloya: Spravochnik [Computation of boiling bed apparatus: Reference guide], Leningrad: Khimiya, 1986, 352 p.
2. **Berthiaux, H., Mizonov, V.** Applications of Markov Chains in Particulate Process Engineering: A Review, in *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2004, vol. 85, 6, pp. 1143–1168.
3. **Ogurtsov, A.V., Mitrofanov, A.V., Mizonov, V.E.** Raschetno-eksperimental'noe issledovanie raspredeleniya tverdykh chastits v apparate s dvukhmernym psevdoozhizhenym sloem / A.V. Ogurtsov, A.V. Mitrofanov, V.E. Mizonov and others // *Изв. вузов. Химия и химическая технология*. – 2009. – Т. 52. – Вып. 11. – С.131–134.

nym sloem [Computational and experimental study of solid particle distribution in apparatus with two-dimensional fluidization

bed], in *Izvestiya vuzov Khimiya i khimicheskaya tehnologiya*, 2009, vol. 52, issue 11, pp. 131–134.

Митрофанов Андрей Васильевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
ассистент кафедры прикладной математики,
телефон (4932) 58-00-84,
e-mail: and2mit@mail.ru

Огурцов Антон Валерьевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,
e-mail: ogurtzovvawork@mail.ru

Магницкий Валерий Александрович,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доцент кафедры высшей математики,
телефон (4932) 42-27-86,
e-mail: magnus.val@mail.ru

Мизонов Вадим Евгеньевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,
e-mail: mizonov46@mail.ru

Tannous Katia,
University of Campinas, Brazil,
School of Chemical Engineering
Dr. Eng., Professor
e-mail: katia@feq.unicamp.br