

## Моделирование движения частиц при грохочении в виброожиженном слое

В.А. Огурцов, д-р техн. наук, Ал.В. Огурцов, Е.Р. Горохова, аспиранты, А.А. Галиева, инж.

Предложена математическая модель процесса периодической классификации сыпучего материала на грохоте в виброожиженном слое, основанная на теории цепей Маркова, учитывающая диффузионный и сегрегационный механизмы процесса движения мелких частиц по высоте виброожиженного слоя и динамику движения одиночной частицы над поверхностью грохота. Дано описание кинетики грохочения и распределения мелких частиц по высоте слоя в различные моменты времени.

*Ключевые слова:* сыпучий материал, вибрационный грохот, вектор состояния, матрица переходных вероятностей, эффективность грохочения.

## Simulation of Particles Motion on Screening in Vibro-Liquefied Layer

V.A. Ogurtsov, Doctor of Engineering, A.V. Ogurtsov, E.P. Gorokhova, Post Graduate Students, A.A. Galieva, Engineering

The authors consider the mathematical model of the process of the granular material periodical classification on screening in vibro-liquefied layer. The model is based on Markov's circuit theory, which takes into account diffusion and segregation mechanisms of the process of small particle motion in the height of vibro-liquefied layer as well as dynamics of single particle motion above the screening surface. The description of screening kinetics and distribution of small particles throughout the height of the layer in different time points are provided.

*Key words:* granular material, vibrating screen, state vector, matrix of transition probabilities, efficiency of screening.

Грохочение является механическим процессом классификации полидисперсной смеси частиц на вибрирующем сите на крупную и мелкую фракции. Эффективность этого процесса определяет потребительские свойства продуктов классификации.

При грохочении материала, содержащего частицы крупного размера с низкой удельной поверхностью, монослоем эффективность процесса определяется отношением размера частиц к размеру отверстий сита. При грохочении мелких частиц с высокой удельной поверхностью приходится вести процесс в толстом слое. При этом проходовой частице требуется время для прохождения такого слоя. Таким образом, процесс грохочения включает в себя случайную миграцию частиц в виброожиженном слое с возможностью выхода мелких частиц через отверстия сита. Полный выход всех проходowych частиц через просеивающую поверхность определяет кинетику процесса грохочения.

Описание миграции частиц по виброожиженному слою основано на теории цепей Маркова, как наиболее соответствующей природе процесса грохочения [1].

Расчетная схема периодического процесса и его ячеечная модель представлены на рис. 1, а, б.

Весь слой материала разбит на  $m-1$  подслоев-ячеек идеального смешения. Толщина подслоя  $\Delta x$  должна быть больше размера самой крупной частицы, но существенно меньше толщины слоя. К ячейкам цепи слоя добавлена ячейка, соответствующая подситовому пространству. Таким образом, все  $m$  ячеек цепи

определяют полное пространство возможных состояний частицы.

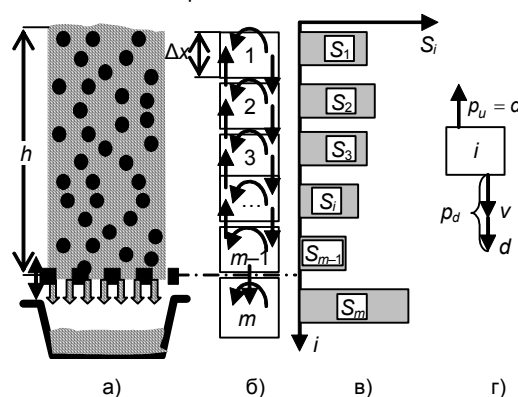


Рис. 1. Расчетная схема процесса периодического грохочения (а); его ячеечная модель (б); пример распределения относительной концентрации проходowych частиц в ячейках (в); схема переходных вероятностей (г)

Вероятности  $S_i$  того, что частица окажется в некоторый момент времени в  $i$ -й ячейке, различны (рис. 1, в). Считаем эти вероятности адекватными относительной концентрации частиц в слое. Их полный набор образует вектор-столбец состояния

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_m \end{bmatrix}, \quad (1)$$

сумма всех элементов которого равна единице.

Рассмотрим процесс изменения состояний ячеек цепи через последовательные малые, но конечные промежутки времени  $\Delta t$  (время перехода), в течение которых частицы успевают проникнуть только в соседнюю ячейку, но не далее. Тогда текущее время опреде-

лится как  $t_k = (k - 1) \Delta t$ , где  $k$  – номер временно-го перехода, который может рассматриваться как дискретный аналог времени.

Изменение состояния ячеек цепи описы-вается матричным рекуррентным равенством

$$\mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{S}^k, \quad (2)$$

где  $\mathbf{P}$  – матрица переходных вероятностей, которая при  $m = 6$  имеет вид

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{s1} & p_{u2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{d1} & p_{s2} & p_{u3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{d2} & p_{s3} & p_{u4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{d3} & p_{s4} & p_{u5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{d4} & p_{s5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{d5} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В этой матрице в столбце, соответствующем номеру ячейки  $i$ , находятся вероятности перехода: вверх  $p_{ui}$ , вниз  $p_{di}$  и остаться в ячейке  $p_{si}$  в течение промежутка времени  $\Delta t$ . Сумма всех вероятностей в каждом столбце равна единице.

При склонности частиц проходовой фракции к сегрегации вниз  $p_{ui} < p_{di}$ . На рис. 2, г показано выделение из этих вероятностей симметричной чисто случайной составляющей с нулевым математическим ожиданием  $d$  и конвективной составляющей  $v$ . Эти величины связаны с диффузионным и сегрегационным переносом частиц в виброоживленном слое соотношениями:  $v = V\Delta t/\Delta x$ ,  $d = D\Delta t/\Delta x^2$ , где  $V$  – размерная скорость сегрегации;  $D$  – размерный коэффициент макродиффузии.

Особое место занимает ячейка, соответствующая подситовому пространству. Попавшие в нее проходовые частицы остаются в ней, поэтому  $p_{sm} = 1$ . Вероятность  $p_{dm-1} = v_f$  выхода в эту ячейку из нижней ячейки, принадлежащей слою материала, отличается от других вероятностей перехода вниз.

Записанная в новых обозначения матрица (3) приобретает вид

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{s1} & d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v+d & p_{s2} & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v+d & p_{s3} & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v+d & p_{s4} & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v+d & p_{s5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v_f & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где величины  $v$  и  $d$  приняты одинаковыми для всех ячеек слоя, а элементы главной диагонали рассчитываются как разность между единицей и суммой всех остальных вероятностей в столбце. Выход частиц в подрешетное пространство на каждом переходе может быть рассчитан по формуле

$$q(k) = S_m^{k+1} - S_m^k = S_{m-1}^k v_f, \quad (5)$$

а кинетика извлечения проходовых частиц рассчитывается как

$$\varepsilon(k) = \sum_{k=1}^k q(k). \quad (6)$$

Определение вероятности прохождения проходовых частиц через отверстия сита  $v_f$  построено на описании движения одиночной частицы над поверхностью сита грохота [2]. Расчетная схема показана на рис. 2.

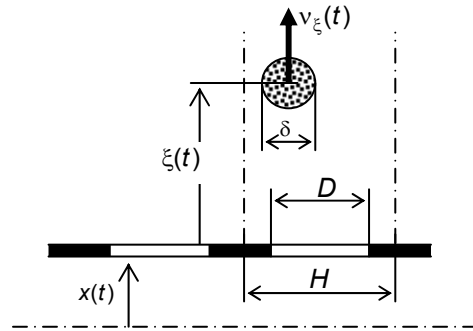


Рис. 2. Расчетная схема движения частицы над поверхностью виброгрохота

Считается, что поверхность грохота совершает одномерные вертикальные колебания по закону

$$\xi = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (7)$$

где  $A$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  – амплитуда, круговая частота и начальная фаза этих колебаний.

Дифференциальные уравнения движения частицы в системе координат, связанной с вибрирующей поверхностью, имеют вид

$$\dot{v} = -g + A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi), \quad (8)$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести, а второе слагаемое в правой части соответствует силе инерции переносного движения.

Движение частицы по уравнению (8) начинается при  $A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) > g$ ; в остальные периоды времени в относительном движении частица лежит на поверхности сита ( $x = 0$ ), а в абсолютном – следует ее колебаниям по уравнению (7). При достижении частицей поверхности грохота ( $x = 0$ ) ее скорость изменяется в соответствии с соотношениями неупругого удара

$$v(0)^+ = -kv(0)^-, \quad (9)$$

где  $k$  – коэффициент восстановления скорости при ударе; индексы «-» и «+» соответствуют состоянию частицы непосредственно до и после удара.

Наблюдения за поведением частиц показали, что при наличии слоя частиц на поверхности сита удар чаще всего носит абсолютно неупругий характер, т. е.  $k = 0$ .

Численные эксперименты с моделью движения частиц над просеивающей поверхностью позволяют определить частоту их со-

ударений с ситом в единицу времени, которая зависит от амплитуды и частоты колебаний грохота. Считая удары частиц о поверхность перпендикулярными к ней, можно заключить, что в квадратное отверстие сита пройдут только частицы, центры которых находятся внутри квадрата  $(D - \delta)(D - \delta)$ . Вероятность прохождения одиночной шарообразной частицы через отверстие сита при одном соударении может быть определена как

$$p_f = \varphi \left(1 - \frac{\delta}{D}\right)^2, \quad (10)$$

где  $\varphi$  – коэффициент живого сечения сита;  $\delta$  – диаметр частицы;  $D$  – размер отверстия.

Тогда вероятность пройти через сито за время  $\Delta t$  для проходных частиц определится как

$$v_f = \vartheta \Delta t \varphi \left(1 - \frac{\delta}{D}\right)^2, \quad (11)$$

где  $\vartheta = \vartheta(A, \omega)$  – число контактов частицы с просеивающей поверхностью в единицу времени, зависящее от амплитуды и частоты колебаний сита;  $\Delta t$  – время одного перехода в матрице (4) переходных вероятностей  $\mathbf{P}$  ячеечной модели процесса периодического грохочения.

Таким образом, вероятность проникновения частиц через отверстия сита  $v_f$  в матрице  $\mathbf{P}$  определяется расчетным путем.

На рис. 3. показано влияние размеров проходных частиц на вероятность  $v_f$  их проникновения через отверстия сита для режима периодического грохочения на сите с коэффициентом живого сечения  $\varphi = 0,7$  при амплитуде колебаний сита  $A = 4$  мм, частоте  $\omega = 75$  с<sup>-1</sup>, времени одного перехода  $\Delta t = 0,01$  с.

Очевидно, что при  $\delta = D$   $v_f = 0$ . С уменьшением размера частицы вероятность проникновения  $v_f$  сначала возрастает незначительно, что и обуславливает понятие так называемых «трудных» частиц, которые долго не могут пройти сквозь отверстия сита, хотя и меньше их по размеру. Чем меньше размер частиц, тем больше их вероятность выхода в подрешетный продукт.

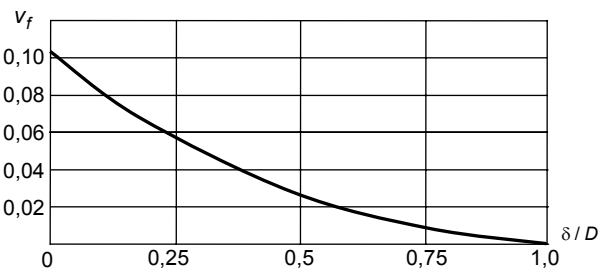


Рис. 3. Влияние размеров проходных частиц на вероятность их проникновения через отверстия сита

Для исследования закономерностей движения частиц в виброожиженном слое была создана лабораторная установка, реали-

зующая плоскую модель периодического грохочения (рис. 4). Естественно, что результаты данных экспериментов не могут использоваться для исследования реальных процессов грохочения, но они могут доказать адекватность предлагаемой модели изучаемому процессу.

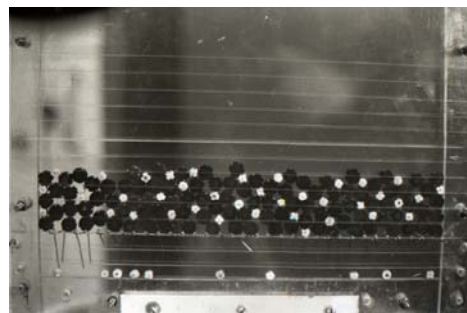


Рис. 4. Лабораторная установка, реализующая плоскую модель классификации, с вертикальными колебаниями рабочего органа

На рис. 5 приведены опытные и расчетные кривые кинетики грохочения двухкомпонентной смеси. Эксперимент проводился при следующих условиях: амплитуда колебаний сита – 4 мм, частота – 75 с<sup>-1</sup>; средняя высота виброожиженного слоя – 4,7 см; контрольные моменты времени фотофиксации процесса – 15, 30, 45, 60 с.

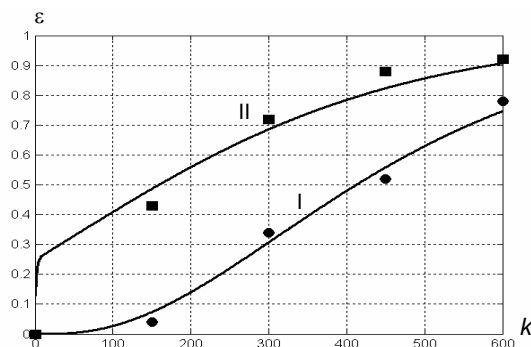


Рис. 5. Кинетика грохочения двухкомпонентной смеси: I – кривая кинетики при начальном распределении проходных частиц на поверхности слоя; II – кривая кинетики при равномерном начальном распределении проходных частиц по слою

Расчетная кривая I кинетики соответствует грохочению двухкомпонентной смеси при начальном распределении проходных частиц на поверхности грохотимого слоя, кривая II соответствует равномерному начальному распределению проходных частиц по высоте слоя. При построении расчетных кривых использовались следующие величины: число ячеек в слое – 4; число переходов – 600 ( $\Delta t = 0,1$  с); расчетное число контактов частиц с поверхностью сита – 16; коэффициент живого сечения сита – 0,9; расчетная вероятность проникновения частиц через отверстия сита – 0,518. Идентификация расчетных и опытных данных кинетики грохочения позволила опре-

делить стохастические коэффициенты модели: безразмерный коэффициент макродиффузии  $d = 1,35 \cdot 10^{-3}$  и безразмерную скорость сегрегации  $v = 6,5 \cdot 10^{-3}$ .

Адекватность предлагаемой ячеечной модели процесса периодического грохочения подтверждается результатами интегральных характеристик процесса, какими являются кинетики грохочения, и локальными параметрами – относительными концентрациями проходных частиц в ячейках слоя в различные моменты времени.

Рис. 6 демонстрирует удовлетворительное совпадение результатов опытных и расчетных значений содержания проходных частиц в ячейках слоя при их начальном распределении на поверхности слоя.

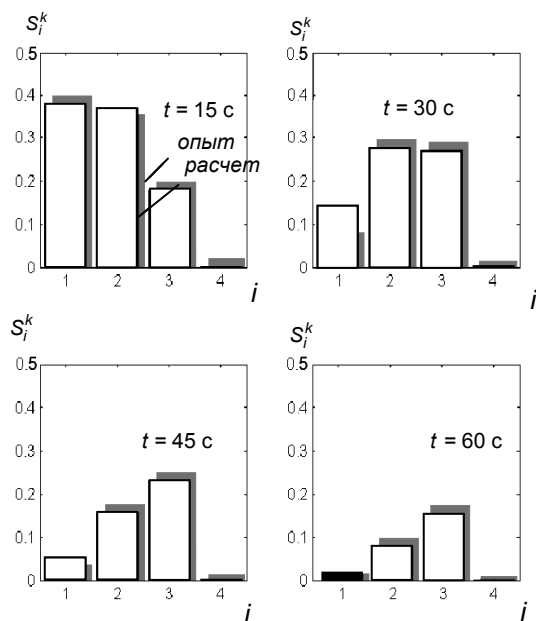


Рис. 6. Опытные и расчетные диаграммы эволюции содержания проходных частиц при их начальном положении на поверхности слоя

На рис. 7 приведены опытные и расчетные значения относительной концентрации проходных частиц по высоте слоя в различные моменты времени при их равномерном начальном распределении по высоте виброоживленного слоя.

Расчетные диаграммы построены с использованием параметров модели, найденных для кинетики грохочения двухкомпонентной смеси при начальном положении проходных частиц

на поверхности слоя. Расхождение между расчетными и экспериментальными значениями относительной концентрации проходных частиц в ячейках слоя составило не более 10 %.

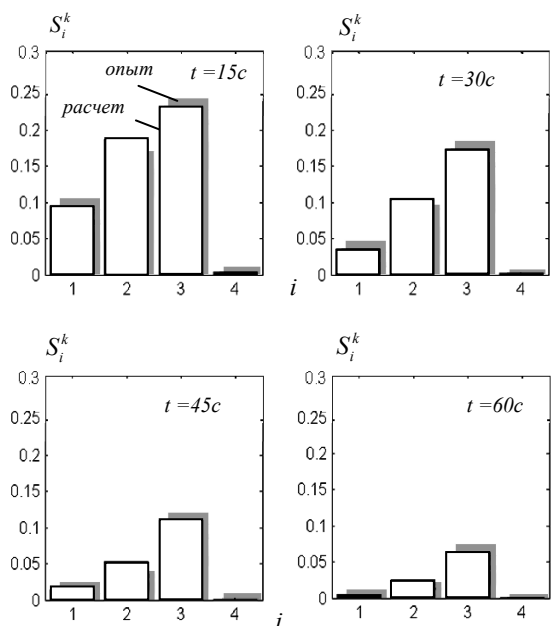


Рис. 7. Опытные и расчетные диаграммы эволюции содержания проходных частиц при их равномерном начальном распределении по высоте слоя

Анализ расчетно-экспериментальных исследований процесса позволил создать универсальный метод определения стохастических параметров ячеечной модели (коэффициентов макродиффузии, скоростей сегрегации, вероятностей просеивания частиц через отверстия сита), в котором используются результаты тестовых опытов на лабораторной установке периодического грохочения натуральных сыпучих материалов. Создавая на этой установке режимы вибровоздействия сита на сыпучий слой, близкие к реальным, получали параметры модели для расчета непрерывных процессов промышленных грохотов.

#### Список литературы

1. Огурцов В.А., Федосов С.В., Мизонов В.Е. Моделирование кинетики виброгрохочения на основе теории цепей Маркова // Строительные материалы. – 2008. – № 5. – С. 33–35.
2. Огурцов В.А. Моделирование движения частиц над поверхностью сита виброгрохота // Строительные материалы. – 2008. – № 8. – С. 72–73.

Огурцов Валерий Альбертович,  
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,  
доктор технических наук, доцент кафедры строительной механики,  
телефон 8-962-156-69-08.

Огурцов Александр Валерьевич,  
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,  
аспирант,  
телефон 8-960-581-28-98.

*Горохова Екатерина Романовна,*  
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,  
аспирант,  
телефон 8-920-671-63-81.

*Галиева Анастасия Анурьевна,*  
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,  
инженер,  
телефон 8-903-889-10-44.