

УДК 621.928.17

Определение касательного напряжения на стенке в газожидкостных средах

М.М. Башаров, А.Х. Зиятдинова
ФГБОУВПО «Казанский государственный энергетический университет», Казань, Российская Федерация
E-mail: tv-t-kgeu@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В настоящее время касательное напряжение в потоках с двухфазными средами находится экспериментальным путем или с использованием полуэмпирических выражений, поэтому разработка теоретических подходов на основе математических моделей и уравнений динамической скорости трения (касательного напряжения) в каналах в зависимости от скорости газа, жидкости и газосодержания для расчета двухфазных сред является актуальной.

Материалы и методы: Динамическая скорость рассчитывалась с использованием средней скорости потока, диссипации энергии и коэффициента переноса импульса.

Результаты: Рассмотрены математические модели для расчета динамической скорости трения (касательного напряжения) в зависимости от скорости газа, жидкости и газосодержания.

Выводы: Результаты расчетов показали, что наиболее близкие к экспериментальным данным значения динамической скорости получены по моделям, учитывающим толщину пограничного слоя и коэффициент переноса импульса. Результаты, полученные по предложенным математическим моделям, хорошо согласуются с экспериментальными данными и поэтому могут использоваться в инженерных расчетах.

Ключевые слова: динамическая скорость, диссипация энергии, коэффициент переноса импульса, толщина пограничного слоя.

Shear Stress Calculation on Wall in Gas-Liquid Media

M.M. Basharov, A.H. Ziyatdinova
Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russian Federation
E-mail: tv-t-kgeu@mail.ru

Abstract

Background: At the present time the shear stress in the flows with two-phase media is calculated experimentally or by using the semiempirical expressions. As a result, it is important to develop the theoretical approaches on the basis of the mathematical models and equalizations of friction velocity (shear stress) in the channels in dependence of gas velocity, liquid and gas content for calculating two-phase media.

Materials and Methods: Dynamic velocity is calculated by using the average flow velocity, dissipation of energy and the momentum transfer coefficients.

Results: Different mathematical methods to calculate dynamic friction velocity (shear stress) in two-phase system liquid-gas depending on liquid and gas concentrations and gas velocity are overviewed.

Conclusions: It is shown that the best agreement with the experimental data is obtained from the method used the thickness of the boundary layer and the coefficient of the momentum transfer. The above mathematical models give results which agree well with the experimental data, and can, therefore, be used in engineering calculations.

Key words: dynamic speed, energy dissipation, the coefficient of momentum transfer, the thickness of the boundary layer.

Большинство процессов в промышленных аппаратах и установках происходят при взаимодействии двухфазных и даже многофазных сред. К таким средам относятся, например, системы газ – твердые частицы, жидкость – твердые частицы, газ – капли жидкости, жидкость – пузыри пара или газа. Такие системы являются двухфазными. Особый интерес представляет газожидкостная система на барботажных тарелках, в газлифтных трубах, химических реакторах, флотаторах и других аппаратах.

Эффективность работы любого массо- и теплообменного аппарата во многом определяется характеристиками пограничного слоя. Как известно, пограничный слой образуется около твердого тела при движении среды (жидкости или газа). Значение пограничного

слоя очень велико, так как он определяет гидродинамическое сопротивление при движении среды относительно твердого тела, а также сопротивление переносу массы и тепла.

Для описания процесса переноса импульса Буссинек предположил, что турбулентное касательное напряжение τ_t определяется аналогичной формулой закона трения Ньютона:

$$\tau = -\rho(v + v_t) \frac{du}{dy}, \quad (1)$$

где v и v_t – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости, m^2/c ; u – продольная составляющая вектора осредненной скорости, m/c ; y – продольная координата, m ; ρ – плотность среды, kg/m^3 .

Между процессами переноса импульса, массы и теплоты почти всегда существует

аналогия. Поэтому для расчета коэффициентов переноса в тепло- и массообменных аппаратах различных конструкций часто возникает необходимость в определении среднего значения касательного напряжения $\tau_{ст}$ (или динамической скорости u_*):

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_{ст}}{\rho}}.$$

Например, динамическую скорость в однофазном потоке на стенке трубы можно найти из уравнения баланса сил:

$$\tau_{ст}F = \Delta P S, \quad (2)$$

где F – площадь поверхности трубы, m^2 ; ΔP – перепад давления, Па; S – площадь поперечного сечения трубы, m^2 .

Перепад давления жидкости определяется по уравнению Дарси - Вейсбаха:

$$\Delta P = \lambda \frac{H \rho U_{ср}^2}{2d}, \quad (3)$$

где H – длина трубы, м; $U_{ср}$ – средняя скорость движения жидкости, м/с; d – диаметр трубы, м.

Коэффициент гидродинамического сопротивления λ определяется по уравнению Блаузиуса:

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}},$$

где Re – число Рейнольдса.

Из выражений (2) и (3) следует

$$u_* = U_{ср} \sqrt{\lambda/8}. \quad (4)$$

Эта формула справедлива, в основном, для каналов круглого сечения.

Определение параметров пограничного слоя осуществляется на основе расчета диссипируемой энергии. Для вычисления динамической скорости в двухфазных средах и при обтекании тел с кривизной поверхности часто находят применение подход, основанный на использовании средней диссипируемой энергии в единице объема среды [1–3].

Определим динамическую скорость при турбулентном движении газожидкостных смесей в трубах через величину диссипации по выражению, полученному в работе [2]:

$$u_* = \left(\frac{\varepsilon \chi \delta_3}{\rho_{ж}} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

где ε – средняя диссипация энергии, Вт/м³; $\chi = 0,4$ – константа Прандтля; δ_3 – толщина пограничного слоя, м; $\rho_{ж}$ – плотность жидкости, кг/м³.

Среднюю диссипацию энергии можно записать, используя перепад давления в трубе:

$$\varepsilon = \frac{\Delta P_{г-ж} G}{V_{ср} \rho_{ж}}, \quad (6)$$

где G – массовый расход газожидкостной смеси, кг/с; $V_{ср}$ – рабочий объем трубы (газожидкостной среды), м³.

Для газожидкостных систем при стационарном движении в круглой трубе используется известное соотношение:

$$\frac{\Delta P_{г-ж}}{\Delta P_{ж}} = (1 - \varphi_r)^{-n}, \quad (7)$$

где $\Delta P_{г-ж}$ – перепад давления при движении газожидкостной смеси; $\Delta P_{ж}$ – перепад давления в случае однофазного течения (3); φ_r – истинное объемное газосодержание; n – показатель степени, $n \approx 2$. Из выражения (7) следует, что гидравлическое сопротивление всегда больше при двухфазном течении.

Для определения толщины пограничного слоя используется потоковое соотношение [4]:

$$\tau_{ст} = u_*^2 \rho = \rho \gamma U_{ср}, \quad (8)$$

где γ – коэффициент переноса импульса, м/с.

Из уравнения (8) с коэффициентом переноса импульса [4]

$$\gamma = \frac{u_*}{13,73 + 2,5 \left(\ln \delta_3 - \ln \frac{30v}{u_*} \right)} \quad (9)$$

для газожидкостной системы получим

$$\delta_3 = \exp \left[0,4 \left(\frac{u_{ж}}{u_* (1 - \varphi_r)} - 13,76 + 2,5 \ln \frac{30v}{u_*} \right) \right], \quad (10)$$

где $u_{ж}$ – фиктивная скорость жидкости, м/с.

Динамическую скорость можно найти, используя выражение для коэффициента переноса импульса γ [2]:

$$u_* = \left(\frac{\varepsilon \delta_3 \gamma}{\rho_{ж}} \right)^{0,25}. \quad (11)$$

Для сравнения результатов расчета динамической скорости по приведенным выражениям (5) и (11) рассмотрим полуэмпирические подходы.

При восходящем движении газожидкостной смеси в трубах газлифтных реакторов динамическую скорость u_* можно рассчитать с использованием полуэмпирического уравнения [3]:

$$u_* = \sqrt[4]{\left(\frac{\tau}{\rho_{ж}} \right)^2 + \kappa^4 v_{ж} g u_{от} \varphi_r (1 - \varphi_r)^2}, \quad (12)$$

где относительная скорость определяется по формуле

$$u_{от} = \frac{w_r}{\varphi_r} - \frac{u_{ж}}{1 - \varphi_r},$$

где w_r – фиктивная скорость газа, м/с.

Исследования восходящего газожидкостного потока в трубах диаметрами 32 и 25 мм показали, что при $u_{ж} = 0,1-2,2$ м/с коэффициент пропорциональности κ сохраняет постоянное значение, равное 1,9 [3].

Уравнение (12) получено для развитого турбулентного течения.

Газосодержание φ_r вычисляется при $w_r \leq 0,7$ по формуле [3]

$$\varphi_r = 0,4 \left(\frac{\rho_r}{\rho_{ж}} \right)^{0,15} \left(w_r \sqrt[4]{\frac{\Delta p}{\sigma g}} \right)^{0,68}, \quad (13)$$

где Δp – разность плотностей жидкой и газовой фазы; σ – поверхностное натяжение, Н/м.

Рассмотрим также приближенную зависимость [3]:

$$\frac{\tau}{\tau_{ж}}(1 - \varphi_r)^{1,75} = \left[1 + \frac{k^4 v_{ж} g u_{от} \varphi_r (1 - \varphi_r)^{5,5} \rho_{ж}^2}{\tau_{ж}^2} \right]^{0,21}, \quad (14)$$

где $\tau_{ж}$ – касательное напряжение при турбулентном течении только жидкой фазы в барботажной трубе, определяемое по уравнению

$$\tau_{ж} = \frac{0,316 \rho_{ж} u_{ж}^2}{Re_{ж}^{0,25} 8}. \quad (15)$$

Динамическую скорость газожидкостного потока также можно вычислить из простого соотношения [3]

$$\tau = \frac{\tau_{ж}}{(1 - \varphi_r)^{1,75}}. \quad (16)$$

Таким образом, анализ литературных данных выявил несколько различных формул для расчета динамической скорости газожидкостного потока.

Ниже приведены результаты расчета зависимости динамической скорости от скорости газа и жидкости, а также от газосодержания.

При расчетах принят восходящий проток. Скорость движения жидкости рассматривалась в интервале от 0,2 до 1,2 м/с, а газа (воздуха) – в интервале от 0,8 до 2 м/с. Диаметр трубы был принят равным 0,05 м.

На рис. 1 представлены результаты расчета для однофазного потока (жидкости), а на рис. 2–5 – для восходящего движения газа и жидкости.

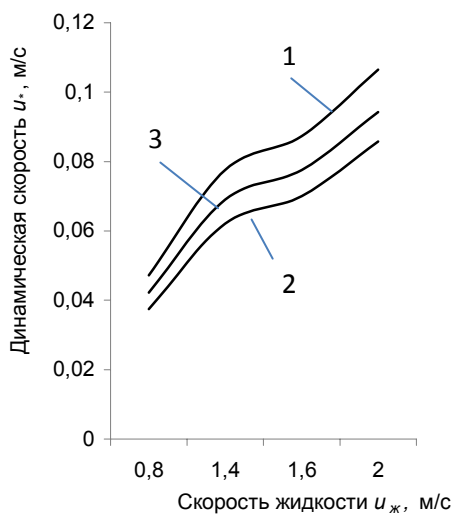


Рис. 1. Зависимость динамической скорости от скорости жидкости (однофазный поток): 1 – динамическая скорость, рассчитанная по уравнениям (5)–(10); 2 – по системе уравнений (9)–(11); 3 – по формуле (4)

Анализ полученных данных показывает, что значения динамической скорости (рис. 1, кривые 1 и 2, формулы (5)–(10), (9)–(11)) всего лишь на 9–12 % отличаются от значений динамической скорости, рассчитанных по формуле (4). Результаты, полученные при расчете по формуле (4) (рис. 1, кривая 3), характеризуют экспериментальные значения динамической скорости.

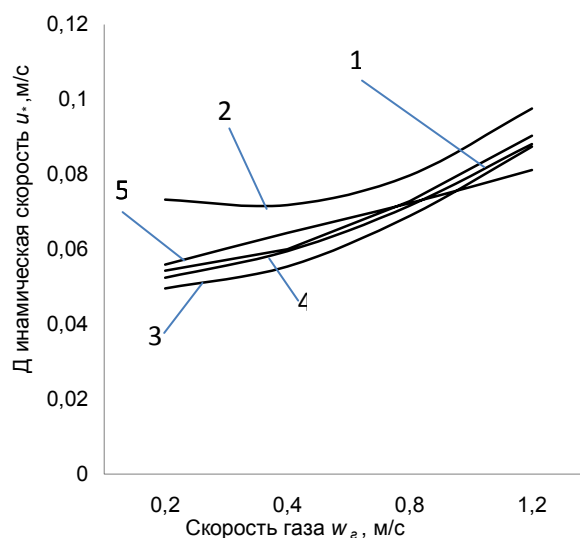


Рис. 2. Зависимость динамической скорости от скорости газа при $u_{ж} = 0,8$ м/с: 1 – динамическая скорость, рассчитанная по уравнениям (5)–(10); 2 – по системе уравнений (9)–(11); 3 – по формуле (16); 4 – по формуле (14); 5 – по формуле (12)

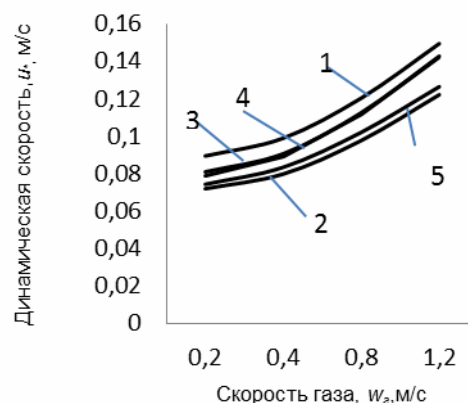


Рис. 3. Зависимость динамической скорости от скорости газа при $u_{ж} = 1,4$ м/с: 1 – динамическая скорость, рассчитанная по уравнениям (5)–(10); 2 – по системе уравнений (9)–(11); 3 – по формуле (16); 4 – по формуле (14); 5 – по формуле (12)

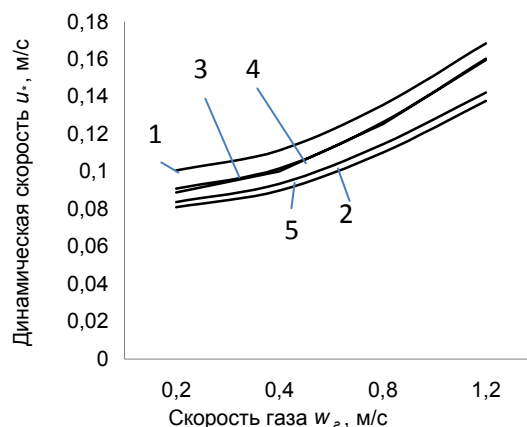


Рис. 4. Зависимость динамической скорости от скорости газа при $u_{ж} = 1,6$ м/с: 1 – динамическая скорость, рассчитанная по уравнениям (5)–(10); 2 – по системе уравнений (9)–(11); 3 – по формуле (16); 4 – по формуле (14); 5 – по формуле (12)

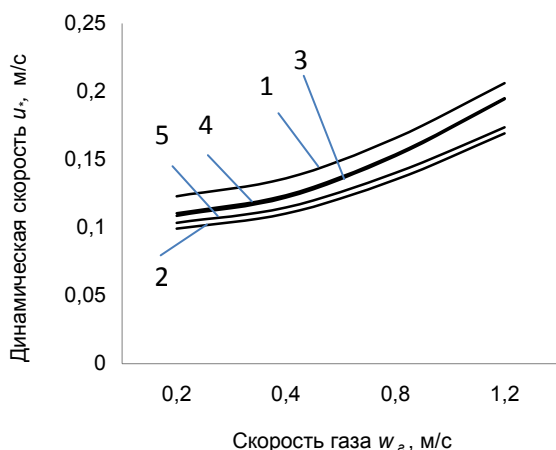


Рис. 5. Зависимость динамической скорости от скорости газа при $u_{ж} = 2,0$ м/с: 1 – динамическая скорость, рассчитанная по уравнениям (5)–(10); 2 – по системе уравнений (9)–(11); 3 – по формуле (16); 4 – по формуле (14); 5 – по формуле (12)

Анализ полученных зависимостей (рис. 2–5) показывает, что значения динамической скорости, соответствующие кривой 1 (формулы (5)–(10)), отличаются от значений динамической скорости, рассчитанных по полуэмпирическим выражениям (12), (14) и (16) на 5–11 %. Для кривой 2 разница составляет 10–16 %.

Заключение

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что значения динамической скорости, рассчитанные по различ-

ным выражениям, удовлетворительно согласуются между собой. Математические модели, разработанные в [1, 2, 4], соответствующие уравнениям (5)–(10) и (9)–(11), можно использовать в инженерных расчетах как для одно-, так и для двухфазных сред.

Список литературы:

1. Лаптев А.Г., Фарахов М.И. Гидромеханические процессы в нефтехимии и энергетике. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2008. – 729 с.
2. Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет теплообменных процессов. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2007. – 500 с.
3. Соколов В.Н., Доманский И.В. Газожидкостные реакторы. – Ленинград: Изд-во «Машиностроение», 1976. – 216 с.
4. Лаптев А.Г., Николаев Н.А., Башаров М.М. Методы интенсификации и моделирования теплообменных процессов. – Москва: Изд-во «Теплотехник», 2011. – 288 с.

References

1. Laptev, A.G., Farakhov, M.I. *Gidromekhanicheskie protsessy v neftekhimii i energetike* [Hydro-mechanical Processes in the Petrochemistry and Power Engineering]. Kazan: Izdatel'stvo Kazanskogo universiteta, 2008. 729 p.
2. Laptev, A.G. *Modeli pogranichnogo sloya i raschet teplomassoobmennykh protsessov* [Boundary Layer Models and Calculation of Heat-mass Exchange Processes]. Kazan: Izdatel'stvo Kazanskogo universiteta, 2007. 500 p.
3. Sokolov, V.N., Domanskiy, I.V. *Gazozhidkostnye reaktory* [Gas-liquid Reactors]. Leningrad, Izdatel'stvo «Mashinostroenie», 1976. 216 p.
4. Laptev, A.G., Nikolaev, N.A., Basharov, M.M. *Metody intensivatsii i modelirovaniya teplomassoobmennykh protsessov* [Methods of Intensification and Simulation of Heat-Mass Exchange Processes]. Moscow, Izdatel'stvo «Teplotekhnik», 2011. 288 p.

Башаров Марат Миннихматович,
ФГБОУВПО «Казанский государственный энергетический университет»,
кандидат технических наук, ассистент кафедры технологии воды и топлива на ТЭС и АЭС,
телефон (8435) 19-42-53.

Зиятдинова Айсылу Хамитовна,
ФГБОУВПО «Казанский государственный энергетический университет»,
аспирант кафедры технологии воды и топлива на ТЭС и АЭС,
телефон 8-937-622-30-83.