

УДК 621.6.035

## Математическое моделирование двухфазных потоков в установках пневмотранспорта мелкодисперсных материалов

В.В. Бухмиров, Г.А. Родионов  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
г. Иваново, Российская Федерация  
E-mail: buhmirov@tot.ispu.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Системы пневмотранспорта сыпучих материалов с высокими концентрациями широко распространены в энергетике и во всех отраслях промышленности. При этом существует проблема низкой энергетической эффективности функционирования такого рода систем. В связи с этим необходимо разработать математическую модель пневмотранспортной установки в целях выбора ее энергоэффективных режимных и конструктивных параметров.

**Материалы и методы:** Расчет движения двухфазного потока выполнен на основе метода конечных элементов.

**Результаты:** Предложена математическая модель движения двухфазных потоков мелкодисперсных материалов с учетом взаимодействия частиц, неравномерности заполнения материалопровода и турбулентности потока.

**Выводы:** Предложенная математическая модель может быть использована для расчетов движения двухфазных потоков как в трубопроводах, так и в пневмокамерных насосах при условии учета геометрических особенностей конструкции и свойств твердого материала в неподвижном состоянии.

**Ключевые слова:** пневмотранспорт, математическая модель, потери давления, энергоэффективность, экспериментальные данные.

## Mathematical modeling of two-phase flows in fine material pneumatic transport facilities

V.V. Bukhmirov, G.A. Rodionov  
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation  
E-mail: buhmirov@tot.ispu.ru

### Abstract

**Background:** Despite the widespread use of pneumatic conveyors of high-concentration bulk materials in power engineering and all branches of industry, the problem of low energy efficiency remains urgent. Therefore, it is necessary to develop a mathematical model of pneumatic conveyor in order to determine its most energy-efficient regimes and design values.

**Materials and Methods:** The motion of the two-phase flow was calculated based on the finite element method.

**Results:** We propose a mathematical model of the motion of two-phase flows of finely dispersed materials with the particle interaction, uneven pipe filling and flow turbulence taken into account.

**Conclusions:** The mathematical model can be used for calculating the motion of two-phase flows both in pipelines and in air-chamber pumps provided the geometric design features and properties of the solid material in the standstill position are taken into consideration.

**Key words:** pneumatic conveyor system, mathematical model, pressure losses, energy efficiency, experimental data.

Пневмотранспортные установки (ПТУ) представляют собой комплекс устройств, обеспечивающих перемещение сыпучих материалов (пылевидных, порошкообразных, зернистых, измельченных и т.д.) при помощи сжатого воздуха.

ПТУ широко используют для перемещения сыпучих материалов в силу их высокой производительности и большого радиуса действия в стесненных производственных условиях, в целях экономии производственной площади, полного отсутствия остатков перемещаемого материала в линиях, исключения нарушений технологических и гигиенических режимов воздушной среды в производственных помещениях в связи с отсутствием пыле-

ния, легкости монтажа, возможности полной автоматизации управления.

Несмотря на ряд существенных достоинств, системы пневмотранспорта более энергоемкие по сравнению с механическими видами транспорта сыпучих материалов. Например, в пищевой и химической промышленности удельный расход энергии на перемещение единицы груза при использовании ПТУ в 1,5–4 раза, а в сельском хозяйстве, строительной и металлургической промышленности в 5–14 раз выше, чем механическим способом.

Для выбора энергоэффективного режима функционирования ПТУ разработана математическая модель движения двухфазного потока мелкодисперсных материалов.

Моделированию транспорта сыпучих материалов посвящены работы В. Сиегла [1], Р. Чандана [2], И.М. Разумова [3], В.Г. Левича [4] и др. Однако в этих работах вопросы энергоэффективности не рассматриваются.

Математическая модель движения двухфазного потока основана на модели Эйлера [5] и содержит следующие уравнения:

– переноса импульса твердой фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_s \rho_s w_{j,s}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\gamma_s \rho_s w_{j,s} w_{i,s}) = -\gamma_s \frac{\partial P}{\partial x_i} -$$

$$-\frac{\partial P_s}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij,s}}{\partial x_j} + \gamma_s \rho_s g_i + K_{sf}(w_{i,f} - w_{i,s});$$

– переноса импульса флюида

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_f \rho_f w_{j,f}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\gamma_f \rho_f w_{j,f} w_{i,f}) = -\gamma_f \frac{\partial P}{\partial x_i} +$$

$$+\frac{\partial \tau_{ij,f}}{\partial x_j} + \gamma_f \rho_f g_i + K_{fs}(w_{i,s} - w_{i,f});$$

– неразрывности для твердой фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_s \rho_s) + \nabla(\gamma_s \rho_s w_s) = 0;$$

– неразрывности для флюида

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_f \rho_f) + \nabla(\gamma_f \rho_f w_f) = 0,$$

где  $\tau_{ij,s}$  – тензор напряжений твердой фазы:

$$\tau_{ij,s} = \gamma_s \mu_s \left( \frac{\partial w_{i,s}}{\partial x_j} + \frac{\partial w_{j,s}}{\partial x_i} \right) + \left( \gamma_s v_s - \frac{2}{3} \mu_s \gamma_s \right) \delta_{ij} \frac{\partial w_{k,s}}{\partial x_k};$$

$v_s$  и  $\mu_s$  – объемная и сдвиговая вязкости твердой фазы;  $\tau_{ij,f}$  – тензор напряжений флюида:

$$\tau_{ij,f} = \frac{2}{3} \gamma_f \rho_f K_f \delta_{ij} + \gamma_f \mu_f^{eff} \times$$

$$\times \left[ \left( \frac{\partial w_{i,f}}{\partial x_j} + \frac{\partial w_{j,f}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial w_{k,f}}{\partial x_k} \right];$$

$\mu_f^{eff}$  – эффективная вязкость флюида;  $P$  – давление;  $\gamma$  – относительная объемная концентрация;  $\rho$  – плотность;  $w$  – скорость;  $\delta$  – символ Кронекера;  $K_{fs}$  – коэффициент взаимодействия частиц твердой фазы с флюидом, индексы  $s$  и  $f$  – твердая фаза и флюид соответственно.

При моделировании двухфазных потоков твердую фазу рассматривают как псевдожидкость, для которой вводят параметр – давление твердой фазы  $P_s$  [6–8]. Для расчета давления твердой фазы  $P_s$  целесообразно использовать уравнение [6]

$$P_s = \gamma_s \rho_s \Theta_s (1 + 2(1 + e_s) \gamma_s g_{os}),$$

где  $\Theta_s$  – кинетическая температура твердых частиц (пропорциональна кинетической энергии движения частиц твердой фазы);  $e_s$  – коэффициент релаксации частицы;  $g_{os}$  – радиальная функция распределения материала [9]:

$$g_{os} = \left[ 1 - \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_{s,max}} \right)^{1/3} \right]^{-1}.$$

Коэффициент взаимодействия частиц  $K_{fs}$ , учитывающий неравномерность распределения твердой фазы и ее взаимодействие со стенками материалопровода (рассчитывается по рекомендациям работы [10]) в зависимости от концентрации флюида, позволяет учитывать изменение сил взаимодействия в протоке при изменении его концентрации:

• если  $\gamma_f > 0,8$ , то

$$K_{fs} = \frac{3}{4} C_D \frac{\gamma_s \gamma_f \rho_f (w_f - w_s)}{D} \gamma_f^{-2,65},$$

где  $D$  – диаметр трубопровода;  $C_D$  – коэффициент лобового сопротивления частицы [10]:

$$C_D = \frac{24}{\gamma_f Re_s} \left[ 1 + 0,15 (\gamma_f Re_s)^{0,687} \right];$$

• если  $\gamma_f \leq 0,8$ , то

$$K_{sf} = 150 \frac{\gamma_s (1 - \gamma_f) \mu_f}{\gamma_f d_s^2} + 1,75 \frac{\rho_f \gamma_s |w_s - w_f|}{d_s},$$

где  $d_s$  – диаметр твердых частиц.

Сдвиговая вязкость твердой фазы  $\mu_s$  равна сумме вязкости от соударений и кинетической вязкости [10, 11]:

$$\mu_s = \mu_{coll,s} + \mu_{kin,s},$$

$$\text{где } \mu_{coll,s} = \frac{4}{5} \gamma_s \rho_s d_s g_{os} (1 + e_s) \left( \frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{0,5},$$

$$\mu_{kin,s} = \frac{\gamma_s \rho_s d_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{6(3 - e_s)} \left[ 1 + \frac{2}{5} (1 + e_s) (3e_s - 1) \gamma_s g_{os} \right].$$

Объемная вязкость  $v_s$  рассчитывается как [11]

$$v_s = \frac{3}{4} \gamma_s \rho_s d_s g_{os} (1 + e_s) \left( \frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{0,5}.$$

Кинетическая температура в уравнении (7) определяется в соответствии с рекомендациями [11] из решения уравнения переноса для кинетической температуры:

$$\frac{2}{3} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\gamma_f \rho_f \Theta_s) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\gamma_f \rho_f w_{j,f} \Theta_s) \right] =$$

$$= (-P_s \delta_{ij} + \tau_{ij,s}) \frac{\partial w_{i,s}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k_{\Theta_s} \frac{\partial \Theta_s}{\partial x_j} \right) - \psi_{\Theta_s} + \phi_{\Theta_s},$$

где  $\psi_{\Theta_s}$  – диссипация энергии столкновений [5]:

$$\psi_{\Theta_s} = \frac{12(1 - e_s^2) g_{os}}{d_s \pi} \rho_s \gamma_s^2 \Theta_s^{\frac{2}{3}};$$

$\phi_{\Theta_s}$  – коэффициент переноса энергии от газа к твердой фазе [5]:

$$\phi_{\Theta_s} = -3K_{fs} \Theta_s;$$

$k_{\Theta_s}$  – коэффициент диффузии энергии гранул твердого компонента [5]:

$$k_{\Theta_s} = \frac{15d_s \rho_s \gamma_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{4(41-33\eta)} \left[ 1 + \frac{12}{5} \eta^2 (4\eta - 3) \gamma_s g_{os} + \frac{16}{15\pi} (41-33\eta) \eta \gamma_s g_{os} \right], \quad (19)$$

$$\eta = \frac{1}{2} (1 + e_s).$$

Для описания турбулентных свойств двухфазного потока принята  $k$ - $\varepsilon$  модель турбулентности. Для двухфазного потока записывают уравнения переноса  $k$  и  $\varepsilon$  для каждой фазы отдельно с учетом межфазного взаимодействия:

– уравнение переноса  $k$  для твердой фазы

$$\frac{\partial}{\partial t} (\gamma_s \rho_s k_s) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\gamma_s \rho_s w_{j,s} k_s) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \gamma_s \frac{\mu_{t,s}}{\text{Pr}_{k,s}} \frac{\partial k_s}{\partial x_j} \right] + \gamma_s \rho_s (G_s - \varepsilon_s) + K_{fs} (C_{fs} k_f - C_{sf} k_s) - K_{sf} (w_{j,f} - w_{j,s}) \frac{\mu_{t,f}}{\gamma_f \text{Pr}_{k,f}} \frac{\partial \gamma_f}{\partial x_j} + K_{fs} (w_{j,f} - w_{j,s}) \times \frac{\mu_{t,f}}{\gamma_f \text{Pr}_{k,f}} \frac{\partial \gamma_f}{\partial x_j} + K_{fs} (w_{j,f} - w_{j,s}) \frac{\mu_{t,s}}{\gamma_s \text{Pr}_{k,s}} \frac{\partial \gamma_s}{\partial x_j}; \quad (20)$$

– уравнение переноса  $k$  для флюида

$$\frac{\partial}{\partial t} (\gamma_f \rho_f k_f) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\gamma_f \rho_f w_{j,f} k_f) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \gamma_f \frac{\mu_{t,f}}{\text{Pr}_{k,f}} \frac{\partial k_f}{\partial x_j} \right] + \gamma_f \rho_f (G_f - \varepsilon_f) + K_{sf} (C_{sf} k_s - C_{fs} k_f) - K_{sf} (w_{j,s} - w_{j,f}) \times \frac{\mu_{t,s}}{\gamma_s \text{Pr}_{k,s}} \frac{\partial \gamma_s}{\partial x_j} + K_{sf} (w_{j,s} - w_{j,f}) \frac{\mu_{t,f}}{\gamma_f \text{Pr}_{k,f}} \frac{\partial \gamma_f}{\partial x_j}; \quad (21)$$

– уравнение переноса  $\varepsilon$  для твердой фазы

$$\frac{\partial}{\partial t} (\gamma_s \rho_s \varepsilon_s) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\gamma_s \rho_s w_{j,s} \varepsilon_s) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \gamma_s \frac{\mu_{t,s}}{\text{Pr}_{\varepsilon,s}} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_j} \right] + \gamma_s \rho_s \frac{\varepsilon_s}{k_s} (C_{1e} G_s - C_{2e} \varepsilon_s) + C_{3e} \frac{\varepsilon_s}{k_s} (C_{fs} k_f - C_{sf} k_s) - C_{3e} \frac{\varepsilon_s}{k_s} K_{fs} (w_{j,f} - w_{j,s}) \frac{\mu_{t,f}}{\gamma_f \text{Pr}_{\varepsilon,f}} \frac{\partial \gamma_f}{\partial x_j} + C_{3e} \frac{\varepsilon_s}{k_s} K_{fs} (w_{j,f} - w_{j,s}) \frac{\mu_{t,s}}{\gamma_s \text{Pr}_{\varepsilon,s}} \frac{\partial \gamma_s}{\partial x_j}; \quad (22)$$

– уравнение переноса  $\varepsilon$  для флюида

$$\frac{\partial}{\partial t} (\gamma_f \rho_f \varepsilon_f) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\gamma_f \rho_f w_{j,f} \varepsilon_f) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \gamma_f \frac{\mu_{t,f}}{\text{Pr}_{\varepsilon,f}} \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial x_j} \right] + \gamma_f \rho_f \frac{\varepsilon_f}{k_f} (C_{1e} G_f - C_{2e} \varepsilon_f) + C_{3e} \frac{\varepsilon_f}{k_f} (C_{sf} k_s - C_{fs} k_f) - C_{3e} \frac{\varepsilon_f}{k_f} K_{sf} (w_{j,s} - w_{j,f}) \frac{\mu_{t,s}}{\gamma_s \text{Pr}_{\varepsilon,s}} \frac{\partial \gamma_s}{\partial x_j} + C_{3e} \frac{\varepsilon_f}{k_f} K_{sf} (w_{j,s} - w_{j,f}) \frac{\mu_{t,f}}{\gamma_f \text{Pr}_{\varepsilon,f}} \frac{\partial \gamma_f}{\partial x_j}; \quad (23)$$

где  $C_{1e}$ ,  $C_{2e}$ ,  $C_{3e}$ ,  $C_{\mu}$ ,  $\text{Pr}_{\varepsilon,f}$ ,  $\text{Pr}_{\varepsilon,s}$ ,  $\text{Pr}_{k,f}$ ,  $\text{Pr}_{k,s}$  – константы модели турбулентности, которые приняты по рекомендациям [4] (см. таблицу).

#### Значения констант модели турбулентности

$C_{1e}$	$C_{2e}$	$C_{3e}$	$C_{\mu}$	$\text{Pr}_{\varepsilon,f}$	$\text{Pr}_{\varepsilon,s}$	$\text{Pr}_{k,f}$	$\text{Pr}_{k,s}$
1,42	1,68	1,2	0,09	1	1	1,3	1,3

Турбулентная вязкость определяется для каждого компонента следующим образом – турбулентная вязкость твердой фазы

$$\mu_{t,s} = \rho_s C_{\mu} \frac{k_s^2}{\varepsilon_s}; \quad (24)$$

– турбулентная вязкость флюида

$$\mu_{t,f} = \rho_f C_{\mu} \frac{k_f^2}{\varepsilon_f}. \quad (25)$$

Источники турбулентной кинетической энергии для твердой фазы и флюида рассчитывают по формулам [4]:

– для твердой фазы

$$G_s = \mu_{t,s} \left( \frac{\partial w_{j,s}}{\partial x_i} + \frac{\partial w_{i,s}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial w_{j,s}}{\partial x_i}; \quad (26)$$

– для флюида

$$G_f = \mu_{t,f} \left( \frac{\partial w_{j,f}}{\partial x_i} + \frac{\partial w_{i,f}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial w_{j,f}}{\partial x_i}. \quad (27)$$

Константы  $C_{sf}$  и  $C_{fs}$  аппроксимируются уравнениями:

$$C_{sf} = 2; \quad (28)$$

$$C_{fs} = 2 \left( \frac{\eta_{sf}}{1 + \eta_{sf}} \right), \quad (29)$$

где

$$\eta_{sf} = \frac{0,135 k_{sf} k_f}{\gamma_s \rho_s \varepsilon_f \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + 0,5 \right) \sqrt{1 + \xi^2 (1,8 - 1,35 \cos^2 \Theta)}}; \quad (30)$$

$$\xi = 0,11 \frac{|w_s - w_f|}{k_s^{0,5}}. \quad (31)$$

Решение системы уравнений (1)–(4) выполнено при помощи программного комплекса Ansys Fluent [4].

Адекватность разработанной модели проверена сравнением результатов расчета с экспериментальными данными, опубликованными в [2].

Экспериментальные исследования были выполнены при перемещении цемента в трубе диаметром 78 мм и длиной 4 м с радиусом поворота колена 267 мм. Для определения потерь давления по длине были установлены 5 манометров на отметках 1–5 (рис. 1).

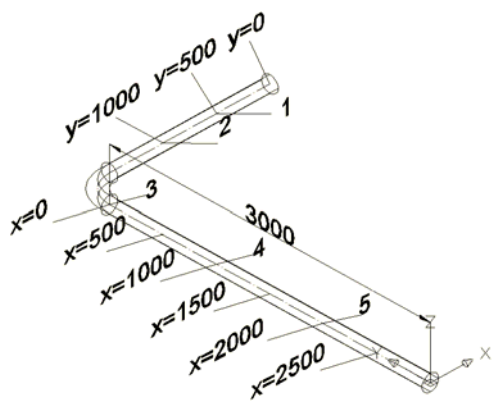


Рис. 1. Экспериментальный участок трубы

Участок трубы входит в состав полно-размерной пневмотранспортной системы с замкнутым циклом. Эксперимент проводился для цемента с плотностью  $3100 \text{ кг/м}^3$  и средним диаметром частиц  $15,5 \text{ мкм}$ . В камеру пневмонасоса засыпался цемент, после чего подавался воздух с расходом  $1,42 \text{ кг/с}$ . Массовый расход цемента измерялся при помощи электронных весов, установленных под камерным насосом (средний расход цемента составил  $115 \text{ кг/с}$ ).

Экспериментальные данные для условий эксперимента [2] приведены на рис. 2.

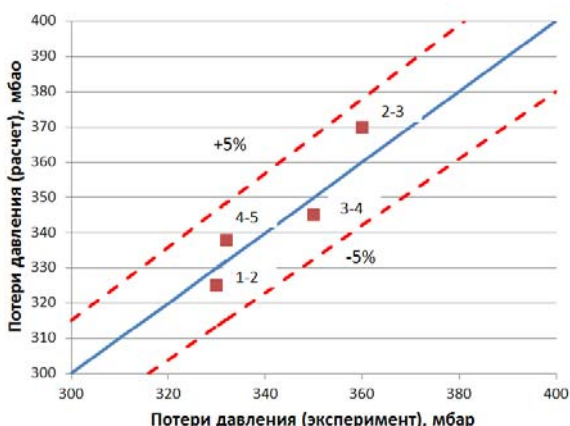


Рис. 2. Потери давления по длине трубы

На рис. 2 линия по центру означает совпадение экспериментальных и расчетных данных на участках 1–2, 2–3, 3–4, 4–5, указанных на рис. 2. В результате сравнения максимальная погрешность расчета составила  $4,55 \%$ , что свидетельствует об адекватности математической модели движения двухфазного потока.

На рис. 3,а приведено распределение объемной доли твердой фазы  $\gamma_s$  по длине трубы после поворота на  $90^\circ$ . Объемная доля твердых частиц в колене увеличивается из-за действия сил инерции. После поворота частицы цемента смещаются в нижнюю часть трубы под действием сил тяжести. Этот факт подтверждает, что математическая модель дает физически верную картину перемещения твердой фазы. На рис. 3,б показано изменение угла

наклона потока сыпучего материала по длине трубы. Максимальная концентрация твердой фазы в данном сечении трубы отмечена областью А.

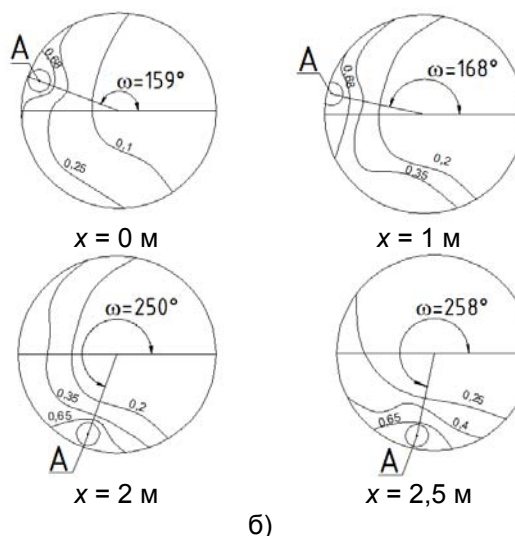
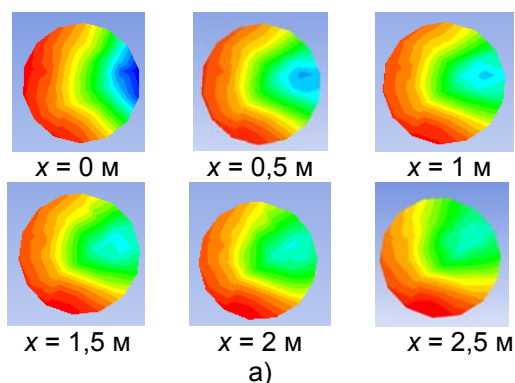


Рис. 3. Распределение объемной доли твердой фазы  $\gamma_s$  на прямом участке трубы

### Заключение

Разработанная математическая модель пневмотранспорта сыпучих материалов учитывает размеры частиц, сжимаемость газа, взаимодействие частиц друг с другом, с газом и стенками материалопровода.

Установлена адекватность математической модели при перемещении сыпучих материалов с разными физическими свойствами, в силу чего она может быть использована для выбора энергоэффективных режимов работы пневмотранспортных установок.

### Список литературы

1. Siegel W. Entwicklungsstand der pneumatischen Förderung // Die Mühle + Mischfuttertechnik. Kongressband. – 1977. – P. 291–296.
2. Chandana Ratnayake. A Comprehensive Scaling Up Technique for Pneumatic Transport Systems // Norwegian University of Science and Technology, 2005. – 279 p.
3. Разумов И.М. Псевдооживление и пневмотранспорт сыпучих материалов. – М.: Химия, 1972. – 238 с.
4. Левич В.Г., Мясников В.П. Кинетическая теория псевдооживленного состояния // Химическая промышленность. – 1966. – № 6. – С. 404–408.

5. **ANSYS FLUENT User's Guide.** Software Release Version 14. – 2011. – 2498 p.
6. **Gidaspow D., Bezburuah R., Ding J.** Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds, Kinetic Theory Approach // 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization. – 1992. – P. 75–82.
7. **Syamlal M., Rogers W., O'Brien T.J.** MFIX Documentation. Vol. 1. Theory Guide. National Technical Information Service, Springfield, VA. – 1993. – 52 p.
8. **Ma D., Ahmadi G.** A Thermodynamical Formulation for Dispersed Multiphase Turbulent Flows // Int. J. Multiphase Flow. – 1990. – Vol. 16. – P. 323–351.
9. **Gidaspow D.** Multiphase Flow and Fluidization. – Boston: Academic Press, 1994. – 467 p.
10. **Ogawa S., Umemura A., Oshima N.** On the Equation of Fully Fluidized Granular Materials // AIChE Journal. – 1990. – Vol. 36. – P. 523–538.
11. **Wen C.-Y., Yu Y.H.** Mechanics of Fluidization // Chem. Eng. Prog. Symp. Series. – 1966. – P. 100–111.
12. **Lun C.K.K., Savage S.B., Jeffrey D.J., Chepurnyi N.** Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field // Journal of fluid mechanics. – 1984. – P. 223–256.

#### Reference

1. Siegel, W. Entwicklungsstand der pneumatischen Förderung. Die Mühle + Mischfuttertechnik. Kongressband. 1977, pp. 291–296.
2. Chandana Ratnayake. A Comprehensive Scaling Up Technique for Pneumatic Transport Systems. Norwegian University of Science and Technology, 2005. 279 p.

*Бухмиров Вячеслав Викторович,*

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой теоретических основ теплотехники,  
телефон (4932) 26-97-78,  
e-mail: buhmirov@tot.ispu.ru

*Родионов Геннадий Александрович,*

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
аспирант кафедры теоретических основ теплотехники,  
телефон (4932) 26-97-76,  
e-mail: kaftot@yandex.ru

3. Razumov, I.M. *Psevdoozhizhenie i pnevmotransport sypuchikh materialov* [Fluidization and Pneumatic Transport of Bulk Materials]. Moscow, Khimiya, 1972. 238 p.

4. Levich, V.G., Myasnikov, V.P. Kineticheskaya teoriya psevdoozhizhennogo sostoyaniya [Kinetic Theory of Fluidized State]. *Khimicheskaya promyshlennost'*, 1966, no. 6, pp. 404–408.

5. ANSYS FLUENT User's Guide. Software Release Version 14. 2011. 2498 p.

6. Gidaspow, D., Bezburuah, R., Ding, J. Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds, Kinetic Theory Approach. 7<sup>th</sup> Engineering Foundation Conference on Fluidization, 1992, pp. 75–82.

7. Syamlal, M., Rogers, W., O'Brien, T.J. MFIX Documentation. Vol. 1. Theory Guide. National Technical Information Service, Springfield, VA, 1993. 52 p.

8. Ma, D., Ahmadi, G. A Thermodynamical Formulation for Dispersed Multiphase Turbulent Flows. Int. J. Multiphase Flow, 1990, vol. 16, pp. 323–351.

9. Gidaspow, D. Multiphase Flow and Fluidization. Boston, Academic Press, 1994. 467 p.

10. Ogawa, S., Umemura, A., Oshima, N. On the Equation of Fully Fluidized Granular Materials. AIChE Journal, 1990, vol. 36, pp. 523–538.

11. Wen, C.-Y., Yu, Y.H. Mechanics of Fluidization. Chem. Eng. Prog. Symp. Series, 1966, pp. 100–111.

12. Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J., Chepurnyi, N. Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field. Journal of fluid mechanics, 1984, pp. 223–256.