

УДК 004: 658.08

Алгоритм повышения согласованности экспертных оценок в методе анализа иерархий

А.Н. Огурцов¹, Н.А. Староверова²

¹ФГБОУВПО «Костромской государственный технологический университет», г. Кострома, Российская Федерация

²ОГБОУСПО «Костромской торгово-экономический колледж», г. Кострома, Российская Федерация

E-mail: sba44@mail.ru; alexander.ogurtsov@gmail.com

Авторское резюме

Состояние вопроса: Существующие методы решения многокритериальных задач оптимального выбора альтернатив при выборе средств автоматизации электрических сетевых комплексов методом анализа иерархий имеют недостаточную точность. В связи с этим актуальной является задача повышения объективности экспертных оценок при групповой экспертизе.

Материалы и методы: Для повышения согласованности мнений экспертов в методе анализа иерархий применена пошаговая технология проверки транзитивности и согласованности оценок.

Результаты: Разработан алгоритм полного перебора критериев одного уровня при экспертной оценке их значимости для определения их согласованности с точностью, определяемой функцией принадлежности к допустимому интервалу величины погрешности.

Выводы: Предлагаемый алгоритм пошагового контроля согласованности экспертных оценок позволяет существенно повысить корректность решения многокритериальных задач оптимального выбора альтернатив и автоматизировать в интерактивном режиме процесс обеспечения согласованности этих оценок.

Ключевые слова: метод анализа иерархий, оценка критериев, согласованность, алгоритм.

Algorithm of improving expert assessment consistency in hierarchy analysis method

A.N. Ogurtsov¹, N.A. Staroverova²

¹Kostroma State Technological University, Kostroma, Russian Federation

²Kostroma Trade and Economics College, Kostroma, Russian Federation

E-mail: sba44@mail.ru; alexander.ogurtsov@gmail.com

Abstract

Background: The existing methods of solving multi-criterion problems of choosing the best alternative of automation equipment for electrical network facilities by the method of hierarchy analysis are not precise enough. Therefore, it is necessary to make expert group assessment more objective.

Materials and methods: We used a step-by-step technology of examining assessment transitivity and consistency to increase the experts' opinions consistency in the method of hierarchy analysis.

Results: We have developed a one-level criteria exhaustive search algorithm of expert assessment of their importance to assess the criteria consistency with an accuracy determined by the admissible error span membership function.

Conclusions: The suggested step-by-step control algorithm of expert opinions' consistency makes it possible to make solutions to multicriterion problems of choosing the best alternative much more correct and to automate the process of providing the consistency of these assessments in the interactive mode.

Key words: hierarchy analysis method, criteria assessment, consistency, algorithm.

Подавляющее большинство практических задач по выбору наиболее эффективного (оптимального) решения из имеющихся возможностей (альтернатив) являются многокритериальными, так как решения требуется принимать оперативно с учетом большого количества противоречивых факторов. Такого рода задачи возникают, например, при выборе средств автоматизации электрических сетевых комплексов, систем контроля и учета электроэнергии и т.д.

В общем случае эффективность рассматриваемых альтернатив определяется в виде вектора:

$$R_{эф} = \langle P_э, P_r, P_о \rangle,$$

где $P_э$ – показатель, отражающий результативность; P_r – показатель, отражающий ресурсоемкость; $P_о$ – показатель, отражающий оперативность (временные затраты).

Учитывая слабую формализацию такого рода задач, для их решения необходимо применять методы системного анализа с привлечением технологии экспертных оценок. Из всего множества методов решения таких задач большое распространение получил метод анализа иерархий (МАИ или в английской транскрипции Analytic Hierarchy Process – АНП).

Достоинством МАИ является то, что с помощью него сложная многофакторная задача выбора альтернатив декомпозируется на ряд элементарных операций попарного оцени-

вания значимости факторов, или критериев, по которым осуществляется этот выбор [1]. МАИ может применяться и в тех случаях, когда эксперты или лицо, принимающее решение (ЛПР), не могут дать абсолютной оценки альтернатив по критериям, а пользуются более слабыми сравнительными измерениями.

Основные этапы МАИ:

1. Структуризация задачи – получение иерархии с несколькими уровнями: цели, функции, критерии, альтернативы.

2. Парные сравнения элементов каждого уровня (результаты сравнений выставляются по девятибалльной шкале).

3. Вычисление коэффициентов важности для элементов каждого уровня. Проверка согласованности суждений экспертов или ЛПР.

4. Подсчет результирующего количественного показателя качества каждой из альтернатив и определение наилучшей альтернативы.

Основой анализа является матрица **A** парных сравнений. Ее элементы a_{ij} определяются по следующим правилам: если критерий C_i имеет вес (или значимость), равный w_i , а критерий C_j имеет вес, равный w_j , который в α раз отличается от C_i , то $a_{ij} = w_i / w_j = \alpha$. Очевидно, что $a_{ji} = 1/\alpha$, а если оценки обоих критериев равны, то $a_{ij} = 1$ и $a_{ji} = 1$. Таким образом формируется матрица, которая является обратносимметричной.

Наиболее сложной проблемой является получение непротиворечивых оценок. Непротиворечивость определяется по двум показателям: транзитивность и согласованность.

В [2] показано, что, используя очевидное соотношение

$$a_{ij}a_{jk} = (w_i / w_j) (w_j / w_k) = w_i / w_k = a_{ik}, \quad (1)$$

можно в пошаговом режиме контролировать действия эксперта на предмет соблюдения соотношения (1). Его соблюдение дает и транзитивность и согласованность.

Однако равенство (1) является излишне строгим. На практике эксперты попарно оценивают значимость критериев в значительной степени нечетко. Нечеткость оценок может быть выражена с помощью функции принадлежности, которая определяет коэффициент принадлежности в интервале $[0, 1]$ оценки a_{ij} к одному из значений девятибалльной шкалы: $a_{ij} = \{1, 2, \dots, 9\}$.

С учетом возможной нечеткости оценок соотношение (1) можно записать в следующем виде:

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik} \pm r, \quad (2)$$

где r – интервал нечеткости экспертной оценки a_{ik} .

Согласно выражению (2), величина интервала нечеткости

$$r = |a_{ij}a_{jk} - a_{ik}| \quad (3)$$

имеет целочисленное значение.

Для реализации алгоритма пошаговой коррекции диапазон изменения нечеткости целесообразно разбить на три интервала [3]:

$$r_1 = [0, 1]; \quad r_2 = [2, 4]; \quad r_3 \geq 5. \quad (4)$$

В первом интервале нечеткости оценка является согласованной. При большем значении нечеткости требуется коррекция (уточнение) оценок, полученных от эксперта. Для этого необходима следующая последовательность действий. Эксперт выставляет попарные оценки альтернатив: a_{ij}, a_{jk}, a_{ik} . Затем с использованием выражения (3) вычисляется величина несогласованности r . Далее определяется принадлежность этой величины одному из интервалов (4).

При $r = r_1$ коррекция не требуется, при $r = r_2$ или $r = -r_2$ эксперту предлагается соответствующий набор оценок:

$$\underline{a}_{ij} = a_{ij} - 1, \quad \underline{a}_{jk} = a_{jk} - 1, \quad \bar{a}_{ik} = a_{ik} + 1 \quad (5)$$

или

$$\bar{a}_{ij} = a_{ij} + 1, \quad \bar{a}_{jk} = a_{jk} + 1, \quad \underline{a}_{ik} = a_{ik} - 1. \quad (6)$$

Эксперт выбирает одно из предлагаемых значений оценок (5) или (6). Выбор одного из предлагаемых значений, входящих в рассматриваемую тройку оценок, приводит нечеткость оценок из второго интервала в первый.

При $r = \pm r_3$ предлагается тот же выбор. Если после коррекции одной из оценок на ± 1 величина r переходит из третьего интервала лишь во второй, то эксперту предлагается выбрать новое значение оценки для двух оставшихся.

При $r = r_3$ оценки должны быть изменены на 2 или более единиц. В этом случае эксперту указывается лишь направление изменения оценок в большую или меньшую сторону, в зависимости от знака разности.

Отдельный вопрос возникает при необходимости коррекции единичной оценки (например, $a_{ij} = 1$) в сторону уменьшения. В этом случае $\underline{a}_{ij} = 1$, следовательно, $\bar{a}_{ij} = 2$, поэтому $\underline{a}_{ij} = 0,5$.

Согласно технологии пошаговой оценки, требуется последовательное выделение и рассмотрение трех взаимосвязанных в соответствии с выражением (3) оценок. Рассмотрим алгоритм последовательного выбора этих троек.

Для примера рассмотрим пять критериев, или показателей, принадлежащих одному уровню иерархии, по которым осуществляется отбор альтернативных решений (рис. 1).

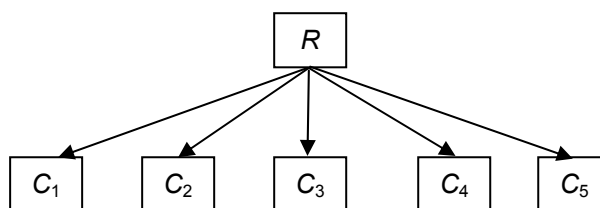


Рис. 1. Критерии первого уровня иерархии

Соответствующая данной схеме матрица попарных сравнений дана в таблице.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
C_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}
C_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}
C_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}
C_4	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}
C_5	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}

Алгоритм последовательного рассмотрения оценок следующий:

1. Строится граф попарных сравнений первой строки матрицы (рис. 2). Это операции сравнений с образцом.

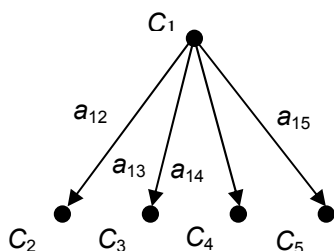


Рис. 2. Граф первой строки матрицы

2. Строится граф попарных сравнений наддиагональных элементов матрицы (рис. 3). Это операции сравнений «соседа с соседом».

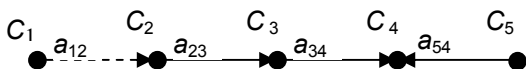


Рис. 3. Граф наддиагональных элементов

Стрелки ставятся в направлении от критериев (показателей) с большим значением (весом) к критериям с меньшим весом, например: $C_2 > C_3$; $C_4 < C_5$.

3. Объединяются оба графа (рис. 4).

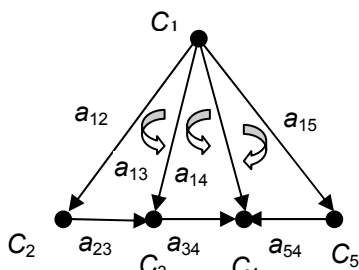


Рис. 4. Объединенный граф

Произведение оценок, входящих в любой треугольный контур, равно 1, следовательно:

$$a_{12} * a_{23} * a_{31} = 1; a_{13} * a_{34} * a_{41} = 1;$$

$$a_{14} * a_{45} * a_{51} = 1.$$

Это есть условие строгой согласованности.

4. В соответствии с обходом контуров эксперту предлагается сначала следующая тройка критериев, или показателей:

$$\begin{matrix} C_1 & \dots & C_2 \\ C_2 & \dots & C_3 \\ C_3 & \dots & C_1 \end{matrix}$$

5. После определения экспертами оценок a_{12} , a_{23} , a_{31} вычисляется их согласованность и дается рекомендация эксперту для их коррекции.

6. Далее предъявляется следующая последовательная тройка критериев, входящих во второй треугольник (рис. 4):

$$C_1 \dots C_3$$

– эта пара уже была оценена;

$$C_3 \dots C_4$$

– эти критерии сравниваются впервые;

$$C_4 \dots C_1$$

– эти критерии также сравниваются впервые.

7. Делаются рекомендации для коррекции только оценок a_{34} , a_{41} , так как оценка a_{13} участвовала в предыдущей коррекции.

8. Повторяется шаг 6, до тех пор, пока не будут проведены сравнения для всех элементов (обойдены все существующие треугольные контуры).

Таким образом, сначала корректируются все три оценки. На последующих этапах из сравниваемых троек могут корректироваться только две оценки, так как одна оценка из этой тройки является общей для сравниваемых контуров и не должна корректироваться дважды.

При обходе треугольного контура соблюдается следующее правило: если направление ребра графа совпадает с направлением обхода контуров, то берется оценка с индексами, совпадающими с номерами последовательно обходимых вершин графа. Если направление обхода противоположно направлению ребра графа, индексы попарной оценки меняются местами. Например: $a_{12} = 2$; $a_{23} = 3$; $a_{13} = 6$. Следовательно, при обходе против часовой стрелки получим $a_{12} * a_{23} * a_{31} = 2 * 3 * 1/6 = 1$. Это же учитывается и при определении рекомендаций по коррекции оценок.

Таким образом определяются согласованные оценки первой строки и наддиагонали матрицы.

По скорректированным оценкам определяются вектора приоритетов сравниваемых альтернатив. Алгоритм определения вектора приоритетов состоит из следующих этапов:

1. Из первой строки формируется последний столбец матрицы. Для этого из объединенного графа (рис. 4) формируется усеченный граф путем удаления вершины исходного графа (рис. 5).

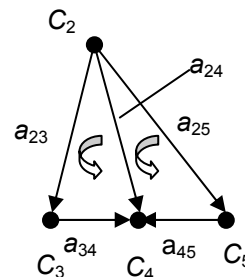


Рис. 5. Усеченный граф без вершины C_1

Из контуров этого графа вычисляются оценки a_{24} и a_{25} :

$$a_{23} * a_{34} * a_{42} = 1; \quad a_{24} = a_{23} * a_{34};$$

$$a_{24} * a_{45} * a_{52} = 1; \quad a_{25} = a_{24} * a_{45}.$$

2. Из графа рис. 5 удаляется вершина C_2 , в результате получаем граф после второго усечения (рис. 6).

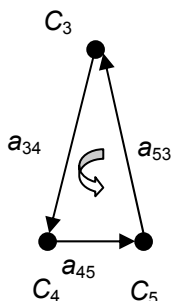


Рис. 6. Усеченный граф без вершин C_1 и C_2

Из контура этого графа вычисляются оценки a_{35} . Так как

$$a_{34} * a_{45} * a_{53} = 1,$$

то получаем

$$a_{35} = a_{34} * a_{45}.$$

3. Формируется последний столбец:

$$a_{15}; a_{25}; a_{35}; a_{45}; a_{55}.$$

В результате матрица парных сравнений для критериев $C_1 \dots C_5$ полностью заполнена. Алгоритм может применяться для любого количества критериев, т.е. для матрицы парных сравнений любой размерности.

Представленный алгоритм реализуется информационной системой поддержки принятия решений (ИСППР). В отличие от существующих программ, в которых используется принцип МАИ, ИСППР обеспечивает пошаговое слежение за оценочными действиями эксперта и выдает ему рекомендации по направлению этих действий в сторону уменьшения их несогласованности. Определенным недостатком является то, что эксперты могут невольно следовать рекомендациям, которые генерирует автоматизированная система, в угоду формальной согласованности.

Свободен от этого недостатка полностью автоматический метод коррекции. Эксперт в

Огурцов Александр Николаевич,
ФГБОУВПО «Костромской государственный технологический университет»,
кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий,
телефон (4942) 31-75-60,
e-mail: lelik-electronic@yandex.ru

Староверова Надежда Анатольевна,
ОГБОУСПО «Костромской торгово-экономический колледж»,
старший преподаватель,
телефон (4942) 51- 51-24,
e-mail: sba44@mail.ru

обычном режиме определяет все необходимые попарные оценки, а на втором этапе осуществляется их автоматическая коррекция без участия эксперта. Недостатком автоматической коррекции является то, что она проводится без ведома эксперта. Поэтому целесообразно применять совместно автоматизированный и автоматический методы коррекции как дополняющие друг друга.

Заключение

Для решения многокритериальных задач по выбору наилучшей альтернативы при принятии управленческих решений целесообразно использовать метод анализа иерархий.

Метод анализа иерархий позволяет в пошаговом режиме определять транзитивность и согласованность экспертных оценок значимости условий, или критериев выбора альтернатив.

Предложенный алгоритм пошагового контроля за действиями экспертов позволяет корректировать выносимые попарные оценки в целях их согласования с точностью до допустимых интервалов нечеткости в автоматизированном или автоматическом режимах.

Список литературы

1. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Изд. 2-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 360 с.
2. Староверова Н.А., Шведенко В.Н. Методы повышения точности расчета компонентов вектора приоритетов иерархической системы альтернатив при проведении экспертных оценок // Вестник ИГЭУ. – 2009. – Вып. 3. – С. 93–95.
3. Огурцов А.Н., Шведенко В.Н., Староверова Н.А. Информационная система поддержки принятия решений на основе парных сравнений альтернатив // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – М.: НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ, 2011. – № 4. – С. 13–16.

References

1. Saati, T.L. *Prinyatie resheniy pri zavisimostyakh i obratnykh svyazyakh: analiticheskie seti* [Decision making for dependences and feedback. Analytical networks]. Moscow, Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2009. 360 p.
2. Staroverova, N.A., Shvedenko, V.N. *Vestnik IGEU*, 2009, issue 3, pp. 93–95.
3. Ogurtsov, A.N., Shvedenko, V.N., Staroverova, N.A. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika*, 2011, issue 4, pp. 13–16.