

УДК 621.321

Исследование динамических процессов в измерительных трансформаторах тока и напряжения

В.Д. Лебедев, А.А. Яблоков
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: VD_Lebedev@mail.ru, AndrewYablokov@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Большая часть работ, посвященных исследованию измерительных трансформаторов тока и напряжения, направлена на определение характеристик трансформаторов в установившихся режимах для определения соответствия трансформаторов метрологическим требованиям. Такие исследования часто осуществляются с использованием цепных схем замещения либо на основе полевых методов расчета. Полевые расчеты, безусловно, более точно позволяют учитывать поля рассеяния и распределение магнитных потоков по магнитопроводу. Интерес представляет исследование трансформаторов и в динамических режимах. Нелинейность намагничивания сердечников измерительных трансформаторов приводит к необходимости создания математических моделей, содержащих не только модель самого трансформатора, но и модели подключаемых к нему цепей. В частности, практический интерес представляет исследование трансформатора напряжения на устойчивость к феррорезонансным явлениям, где трансформатор резонирует с элементами подключенной к нему первичной сети. Таким образом, необходимо разработать математический аппарат, позволяющий создавать полевые модели измерительных трансформаторов, подключенных к первичным и вторичным цепям, и моделировать не только установившиеся, но и переходные режимы. Решение задач в данной постановке стало возможным благодаря созданию мощных компьютеров и программных комплексов, позволяющих интегрироваться для решения задач.

Материалы и методы: Для реализации моделей выбраны компьютерные программные комплексы COMSOL Multiphysics и MATLAB. Для решения полевой части поставленной задачи используются стандартные средства программы COMSOL Multiphysics, алгоритм численного расчета для реализации цепной части реализован в программе MATLAB. Для успешного достижения поставленных целей выполнено исследование методов аппроксимации основной кривой намагничивания материала ферромагнитного сердечника.

Результаты: Представлено обоснование подхода к созданию комбинированных моделей с реализацией численного алгоритма. Предложены алгоритм и пример численного решения, позволяющие интегрировать полевую модель катушки индуктивности и ее внешней цепи. Дан обобщенный анализ различных видов аппроксимации кривой намагничивания для реализации в математической модели в целях получения максимальной устойчивости и минимальной ошибки. По результатам исследований даны рекомендации для обеспечения компромисса по скорости расчета, точности и устойчивости при использовании предложенного алгоритма расчета.

Выводы: Представленный алгоритм расчета, реализованный на простом примере, демонстрирует работоспособность выбранного решения. Для дальнейшего исследования как работы алгоритмов, так и самих трансформаторов планируется выполнить моделирование многообмоточных трансформаторов, в том числе, с каскадным исполнением, а также выполнить исследование на устойчивость и точность расчетов более сложных моделей.

Ключевые слова: разработка математических моделей, трансформаторы тока и напряжения, численное моделирование, COMSOL Multiphysics, MATLAB, аппроксимация кривой намагничивания.

Dynamic processes in measuring current and voltage transformers

V.D. Lebedev, A.A. Yablokov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: VD_Lebedev@mail.ru, AndrewYablokov@yandex.ru

Abstract

Background: Most of the studies of measuring current and voltage transformers focus on obtaining transformer characteristics in steady-state conditions in order to determine the transformer conformity to metrological requirements. Such investigations are often carried out using a chain of equivalent circuits, or on the basis of field calculation methods. Field calculations are undoubtedly more accurate in determining the leakage field and the magnetic flux distribution in the magnetic circuit. It is also important to study transformers in dynamic modes. Nonlinearity of magnetization of measuring transformer cores makes it necessary to develop mathematical models that contain both a model of the transformer itself and models of chains connected to it. In particular, it is of practical interest to study the voltage transformer resistance to ferroresonance phenomena when the transformer resonates with the elements of the primary network connected to it. Thus, it is necessary to develop a mathematical tool that allows designing field models of measuring transformers connected to primary and secondary circuits and modeling not only the steady-state regimes, but also the transient ones. It became possible to solve these problems due to the creation of powerful computers and software systems capable of generating integrated solutions to the problems.

Materials and methods: The models were implemented in computer software packages COMSOL Multiphysics and MATLAB. The field part of the problem was solved with the standard tools of the program COMSOL Multiphysics, and the

chain part numerical calculation algorithm was implemented in the program MATLAB. The goals set in the present study were achieved by analyzing the approximation methods of basic magnetization curve of ferromagnetic core material.

Results: The article substantiates the choice of the approach to developing combined models with numerical algorithm implementation. It also contains an algorithm and an example of numerical solutions that can integrate the field model of a coil and its external circuit. The paper also presents a generalized analysis of various approximations of magnetization curve to be implemented in the mathematical model in order to obtain the maximum stability and minimum errors. Based on the research results, the authors make recommendations for reaching a compromise in terms of calculation speed, accuracy and stability when using the proposed calculation algorithm.

Conclusions: The presented algorithm realized in a simple example demonstrates the efficiency of the chosen solutions. To further investigate how the algorithms and the transformers themselves work, it is planned to simulate multiple winding transformers including cascaded ones and to study more complex models' stability and calculation accuracy.

Key words: development of mathematical models, current and voltage transformers, numerical simulation, COMSOL Multiphysics, MATLAB, approximation of magnetization curve.

Введение. Широкое внедрение микро-процессорных устройств релейной защиты и автоматики ставит новые требования к первичным измерительным трансформаторам тока и напряжения. В свою очередь математические модели, на которых необходимо выполнять исследование измерительных трансформаторов, должны позволять моделировать не только установившиеся, но и переходные режимы, максимально точно воспроизводя вторичный сигнал в виде мгновенных значений.

В ИГЭУ на кафедре АУЭС осуществляется разработка цифровых трансформаторов тока и напряжения, для которых также необходимо исследовать первичные преобразователи – электромагнитные трансформаторы с особыми свойствами [2]. В частности, практический интерес представляет исследование измерительных трансформаторов тока с разомкнутыми сердечниками. В работе [1] приведено сравнение результатов расчетов вариантов конструкций трансформаторов напряжения с разомкнутым магнитопроводом по метрологическим характеристикам, полученным на основе полевого моделирования. Полевое математическое моделирование дает наиболее полное представление о поведении исследуемых измерительных трансформаторов в различных режимах, однако для их исследования в динамических режимах важно учитывать взаимодействие моделируемых трансформаторов с внешними электрическими цепями и схемами. Также для исследования динамических свойств, включая и антирезонансные свойства трансформаторов напряжения, необходимо учитывать электрические связи между отдельными каскадами внутри трансформаторов каскадного исполнения и одновременно «подключать» полевые модели к внешним первичным и вторичным электрическим цепям.

Обоснование подхода к созданию комбинированных моделей. Для создания комбинированных полевых-цепных моделей удобно использовать программные комплексы COMSOL Multiphysics и MATLAB. Полевая модель, созданная в программе COMSOL Multiphysics, может «подключаться» к электрической цепи при помощи встроенного модуля

SPICE либо взаимодействовать с программами Simulink, SimPowerSystem программного комплекса MATLAB.

Полевую модель наиболее удобно строить на основе уравнения, описывающего электромагнитное взаимодействие и записанного относительно векторного магнитного потенциала \vec{A} :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \mu^{-1} \nabla \times \vec{A}) = \vec{\delta}, \quad (1)$$

где t – время; μ_0 , μ_r – абсолютная и относительная магнитные проницаемости соответственно; $\vec{\delta}$ – вектор плотности сторонних токов.

Решение уравнения (1) осуществляется при заданном распределении вектора плотности тока, который можно легко получить, если заданы токи в катушках (поверхностным эффектом и эффектом близости в силу малости сечения проводов обмотки, как правило, пренебрегают).

Сложность интеграции полевых и цепных моделей заключается в том, что для расчета магнитного поля по уравнению (1) изначально должны быть заданы токи (плотности токов), в то время как для расчета цепи с нелинейными индуктивными элементами изначально необходимо задавать напряжения.

На первом этапе исследование численной модели, содержащей взаимодействующие между собой полевую и цепную части, было выполнено для наиболее простого случая, где в качестве моделируемого элемента взята катушка индуктивности, намотанная на ферромагнитном сердечнике, подключаемая к источнику постоянного либо синусоидального напряжения (потери на гистерезис и вихревые токи не учитывались). Исследование численных алгоритмов выполнено с использованием приложения Simulink программы MATLAB. Уравнения, описывающие поведение модели, записанные в соответствии с теорией электрических цепей, реализованы по алгоритмам с использованием операции интегрирования (*) и дифференцирования (**):

$$(*) \rightarrow U_L = E - iR \rightarrow \psi = \int_{t_0}^{t_{мек}} U_L dt \rightarrow \Phi = \frac{\psi}{n} \rightarrow \dots$$

$$\dots \rightarrow B = \frac{\Phi}{St} \rightarrow H = \frac{B}{\mu \mu_0} \rightarrow i = \frac{H \cdot lt}{n} \rightarrow (*);$$

$$(**) \rightarrow H = \frac{in}{lt} \rightarrow B = \mu \mu_0 H \rightarrow \Phi = B \cdot St \rightarrow \dots$$

$$\dots \rightarrow \psi = \Phi n \rightarrow U_L = \frac{d\psi}{dt} \rightarrow i = \frac{E - U_L}{R} \rightarrow (**),$$

где U_L – напряжение на катушке индуктивности; E – ЭДС источника напряжения; i – ток катушки; R – активное сопротивление катушки индуктивности; ψ – потокосцепление; Φ – магнитный поток; n – количество витков катушки; B – магнитная индукция; St – площадь поперечного сечения магнитопровода; H – вектор напряженности магнитного поля; lt – длина магнитопровода.

Реализация алгоритмов с использованием операций интегрирования и дифференцирования выполнена в Simulink и представлена на рис. 1 и рис. 2 соответственно.

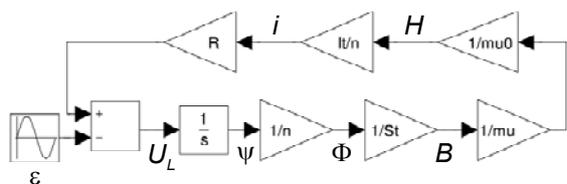


Рис. 1. Расчетная модель с интегрированием

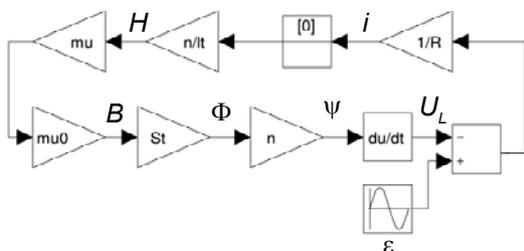


Рис. 2. Расчетная модель с дифференцированием

Результаты расчетов на представленных моделях полностью подтвердили классические положения теории численного решения. Так, численные эксперименты на модели с интегрированием (рис. 1) показали вычислительную устойчивость, а при моделировании сердечника с постоянной магнитной проницаемостью результаты расчетов с высокой степенью точности совпали с расчетом по классическому уравнению для переходного процесса в цепи с индуктивностью (рис. 3, кривая 1). Расчеты на модели с дифференцированием демонстрировали вычислительную неустойчивость и высокую погрешность. Например, при включении катушки на постоянное напряжение переходный процесс вовсе не наблюдается (рис. 3, кривая 2).

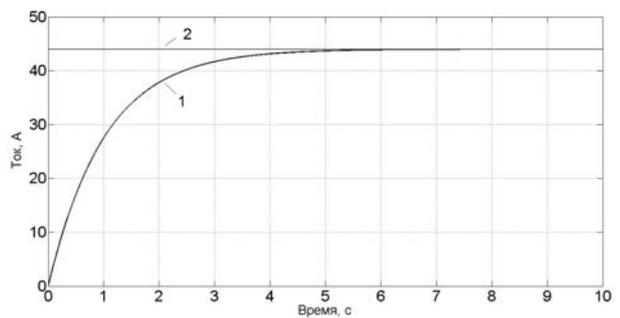


Рис. 3. Численный расчет тока при включении катушки на постоянное напряжение: кривая 1 – расчет по модели рис. 1; кривая 2 – расчет по модели рис. 2

Эксперименты с расчетом переходного процесса при включении катушки на синусоидальное напряжение показали, что можно получить приемлемую точность и на модели с дифференцированием при выборе определенного шага интегрирования и, что особенно важно, только при подключении источника напряжения с нулевой фазой. Результаты вычислений с синусоидальным источником напряжения для схем с интегрированием и дифференцированием, представленные на рис. 4,а и рис. 4,б соответственно, демонстрируют совпадение результатов.

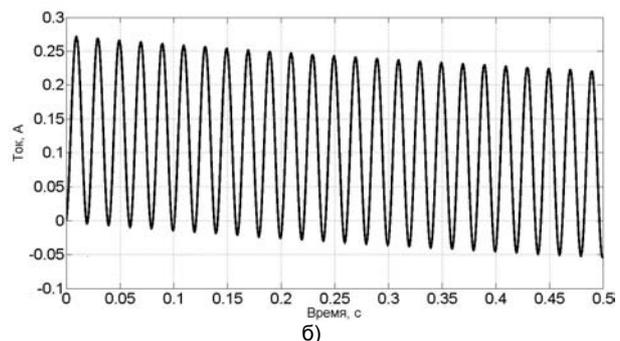
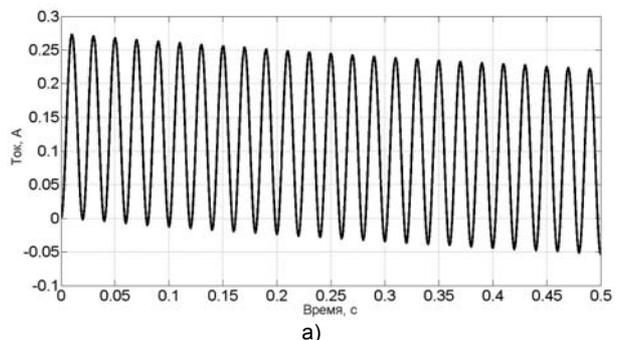


Рис. 4. Расчеты тока в катушке при синусоидальном напряжении: а – на модели с интегрированием; б – на модели с дифференцированием

Но как только появляется фазовый сдвиг в источнике напряжения, результаты расчета из-за ошибки становятся неприемлемыми (рис. 5).

На графиках, представленных на рис. 3 и рис. 5, ток в катушке изменяется скачком, что, безусловно, неприемлемо и противоречит законам коммутации. При подключении полевой

модели, реализованной в программе COMSOL, к схеме рис. 2, собранной в Simulink при использовании нелинеаризованного статического блока полевой модели COMSOL, решатели Simulink не сходятся.

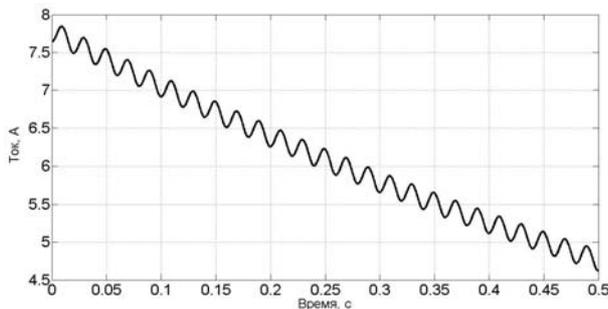


Рис. 5. Результат расчета тока в катушке индуктивности на модели с дифференцированием при подключении синусоидального напряжения с начальным фазовым сдвигом - 10°

Выполнение расчетов с использованием встроенного в программу COMSOL модуля SPICE при выборе соответствующих настроек решателя позволяет достичь приемлемой точности и устойчивости, однако часто для подбора приемлемых настроек требуется довольно много времени.

Гораздо более широкие возможности по сравнению с модулем SPICE программы COMSOL для моделирования внешних электрических схем дает Simulink+SimPowerSystem.

Для реализации интегрированных моделей COMSOL совместно с Simulink+SimPowerSystem составлен следующий алгоритм.

Численное решение для интеграции пакетов COMSOL и MATLAB на примере включения катушки индуктивности к источнику напряжения. Из теории электрических цепей известно

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t} = E - iR, \quad (2)$$

где L – индуктивность катушки.

Пренебрегая слагаемым $i \frac{\partial L}{\partial t}$, перейдем

от производных к приращениям:

$$\frac{\Delta \Psi}{\Delta t} = \frac{\Psi_k - \Psi_{k-1}}{\Delta t} = E - i_{k-1}R; \quad (3)$$

$$L_{k-1} \frac{\Delta i}{\Delta t} = L_{k-1} \frac{i_k - i_{k-1}}{\Delta t} = E - i_{k-1}R, \quad (4)$$

где k – номер временного шага.

Выражая i_k из формулы (4), получим формулу приближенного значения тока на k -м временном шаге:

$$i_k^{(0)} = i_{k-1} + \frac{E - i_{k-1}R}{L_k^{(0)}} \Delta t, \quad (5)$$

где $L_k^{(0)}$ – начальное приближение индуктивности катушки.

Потокоцепление на k -м временном шаге вычисляется по формуле

$$\Psi_k = L_k \cdot i_k. \quad (6)$$

Невязка по потокоцеплению, отнесенная к шагу по времени, вычисляется по формуле

$$\frac{\Delta \Psi_{\text{невязка}}}{\Delta t} = \frac{\Psi_k - \Psi_{k-1}}{\Delta t} - (E - i_k R). \quad (7)$$

Из этого следует

$$\Delta \Psi_{\text{невязка}} = \Psi_k - \Psi_{k-1} - (E - i_k R) \Delta t. \quad (8)$$

С другой стороны,

$$\frac{\Delta \Psi_{\text{невязка}}}{\Delta t} = L_k^{(1)} \frac{\Delta i_{\text{невязка}}}{\Delta t} = L_k^{(1)} \frac{i_k^{(0)} - i_k^{(1)}}{\Delta t}. \quad (9)$$

Из формулы (9) выразим новое приближение силы тока на k -м временном шаге:

$$i_k^{(1)} = i_k^{(0)} - \frac{\Delta \Psi_{\text{невязка}}}{L_k^{(1)}}. \quad (10)$$

Алгоритм вычисления силы тока состоит из следующих действий:

1. Задается начальное приближение индуктивности катушки.
2. Рассчитывается начальное приближение силы тока по формуле (5).
3. Рассчитывается новое значение индуктивности катушки.
4. Рассчитывается потокоцепление по формуле (6).
5. Рассчитывается невязка по потокоцеплению по формуле (8).
6. Рассчитывается новое значение силы тока по формуле (10).
7. Рассчитывается невязка по силе тока.
8. Если невязка по силе тока превышает заданную погрешность, то вычисления повторяются с пункта 3, иначе вычисления прекращаются.

Исследования разработанного алгоритма и аппроксимация кривой намагничивания. Для проведения исследований разработанного алгоритма был выбран кольцевой (тороидальный) сердечник прямоугольного сечения с плотно и равномерно намотанной однослойной обмоткой с числом витков n . Сердечник выполнен из стали 3408 толщиной 0,3 мм, кривая намагничивания которой показана на рис. 6.

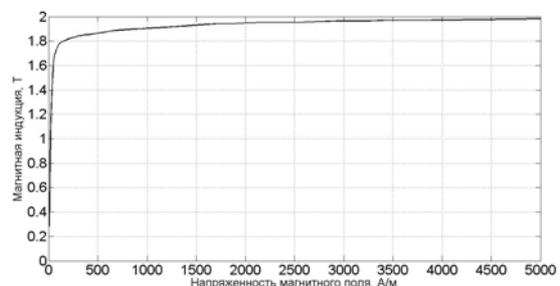


Рис. 6. Кривая намагничивания стали 3408 толщиной 0,3 мм¹

¹ Прокат холоднокатаный тонколистовой из электротехнической анизотропной стали // Каталог продукции. – Новолипецкий металлургический комбинат. – С. 22.

Данную экспериментальную зависимость необходимо сгладить или аппроксимировать функцией для последующего использования в расчетах. В [3] показано, что монотонность зависимости $H = F(B)$ влияет на сходимость решателя COMSOL Multiphysics и время решения.

В [3–6] предлагаются следующие виды аппроксимации кривой намагничивания:

1. Универсальная функция

$$H = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B}{\mu_i - 1 + C_a (B/B_m) + 1 + C_b (B/B_m) + (B/B_m)^n}$$

2. Гиперболический синус

$$H(B) = A_1 \cdot \sin h(A_2 B).$$

3. Уточненный гиперболический синус

$$H(B) = A_1 B + A_2 \cdot \sin h(A_3 B).$$

4. Нечетный степенной полином

$$H(B) = \sum_{i=1}^n (A_k B^{2k-1}),$$

$$B(H) = \sum_{i=1}^n (A_k H^{2k-1}).$$

5. Упрощенный степенной полином

$$H(B) = \sum_{i=1}^m (A_k B^{2k-1}) + A_n B^{2n-1},$$

$$B(H) = \sum_{i=1}^m (A_k H^{2k-1}) + A_n H^{2n-1},$$

где $m \ll n$.

6. Формула Фрелиха

$$B(H) = \frac{H}{A_1 + A_2 H}.$$

7. Арктангенс

$$B(H) = A_1 \cdot \arctg(A_2 H).$$

8. Уточненный арктангенс

$$B(H) = A_1 \cdot \arctg(A_2 H + A_3).$$

9. Усложненный арктангенс 1

$$B(H) = A_1 \cdot \arctg(A_2 H) + A_3 H.$$

10. Усложненный арктангенс 2

$$B(H) = A_1 \cdot \arctg(A_2 H + A_3) + A_4 H.$$

11. Экспоненциальная зависимость

$$B(H) = e^{\frac{H}{A_1 + A_2 H}} - 1.$$

12. Логарифмическая зависимость

$$B(H) = A_1 \sqrt{\ln(A_2 H + 1)}.$$

13. Гиперболический тангенс

$$B(H) = A_1 \cdot th(A_2 H).$$

14. Уточненный гиперболический тангенс

$$B(H) = A_1 \cdot th(A_2 H + A_3).$$

15. Усложненный гиперболический тангенс

$$B(H) = A_1 \cdot th(A_2 H + A_3) + A_4 H.$$

В табл. 1 показаны результаты аппроксимации экспериментальной кривой намагничивания.

Таблица 1. Результаты аппроксимации экспериментальной кривой намагничивания

Вид аппроксимирующей функции	Среднеквадратическое отклонение
Аппроксимация зависимости $H(B)$	
Универсальная функция	17,569
Гиперболический синус	12,835
Уточненный гиперболический синус	11,033
Нечетный полином 31-й степени	6,988
Упрощенный нечетный полином 49-й степени	10,308
Аппроксимация зависимости $B(H)$	
Формула Фрелиха	0,01195
Арктангенс	0,00833
Уточненный арктангенс	0,00301
Усложненный арктангенс 1	0,00833
Усложненный арктангенс 2	0,00206
Экспоненциальная зависимость	0,01162
Логарифмическая зависимость	0,02393
Гиперболический тангенс	0,00743
Уточненный гиперболический тангенс	0,00725
Усложненный гиперболический тангенс	0,04197

Из рассмотренных видов аппроксимации зависимости $H(B)$ наилучшей является аппроксимация с помощью уточненного гиперболического синуса. Она дает небольшую ошибку аппроксимации и правильно экстраполирует зависимость $H(B)$. Аппроксимация гиперболическим синусом является нечетной и может быть использована для расчета магнитных цепей как с постоянным, так и с переменным полем.

Аппроксимация арктангенсами является наиболее точной для зависимости $B(H)$ по тем же причинам.

В табл. 2 показаны результаты исследования зависимости сходимости решателя COMSOL Multiphysics от вида интерполяции экспериментальных данных.

Таблица 2. Моделирование зависимости $H = F(B)$

Вид интерполяции или аппроксимации	Время расчета, с
Экспериментальная зависимость, кубический сплайн, частично-кубическая интерполяция, линейная интерполяция, метод «ближайший сосед»	Решатель не сошелся
Сглаженная экспериментальная зависимость, кубический сплайн	148,668
Сглаженная экспериментальная зависимость, частично-кубическая интерполяция	188,12
Сглаженная экспериментальная зависимость, линейная интерполяция	390,656
Сглаженная экспериментальная зависимость, метод «ближайший сосед»	Решатель не сошелся
Уточненный гиперболический синус	230,943

Для исследования разработанного алгоритма полевая модель объекта исследования при помощи языка программирования MATLAB была «подключена» к алгоритму расчета. Погрешность расчета значений тока по разработанному алгоритму и алгоритму, заложенному в SPICE модуле, была вычислена относительно силы тока, рассчитанной на модели Simulink с интегрированием (рис. 7).

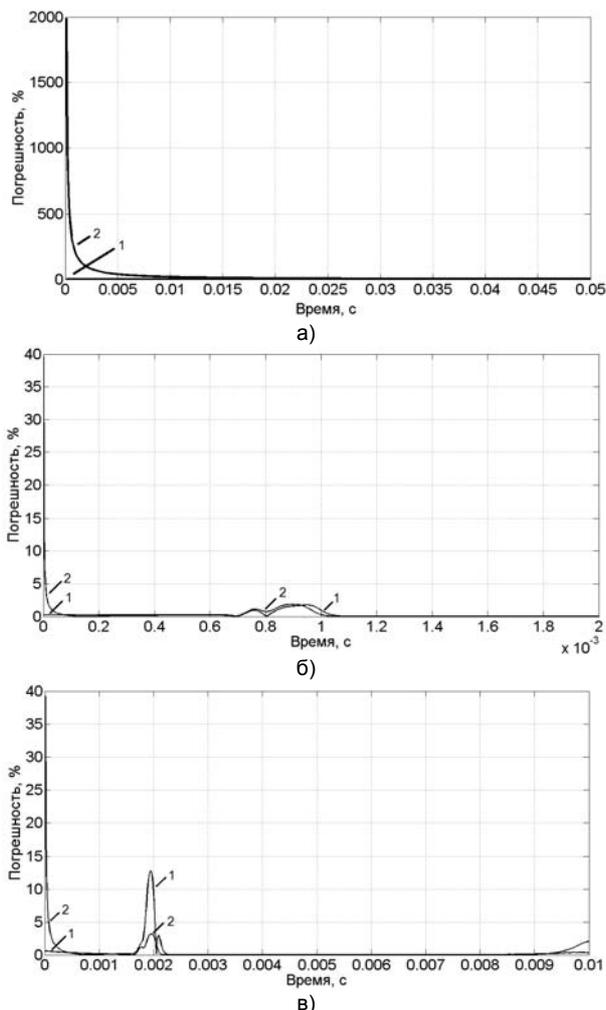


Рис. 7. Погрешность расчета силы тока: а – при включении на постоянное напряжение; б – при включении на постоянное напряжение, катушка с нелинейной зависимостью магнитной проницаемости материала магнитопровода; в – при включении на синусоидальное напряжение, с начальной фазой 10° , с нелинейной магнитной проницаемостью; 1 – расчет по алгоритму с подключенной полевой моделью COMSOL Multiphysics; 2 – расчет в SPICE модуле

В заключение приведем некоторые рекомендации по выбору параметров разработанного алгоритма.

1. При выборе значения шага по времени необходимо учитывать значение индуктивности. Чем меньше значение индуктивности, тем меньше должен быть и шаг по времени. В соответствии с формулой (10), новое приближение силы тока зависит от невязки по потокосцеплению (зависит от шага по времени) и значения индуктивности. Если эти величины отличаются друг от друга на несколько порядков, то новое

приближение величины тока будет также сильно отличаться от предыдущего значения и впоследствии алгоритм может не сойтись.

2. При выборе значения шага по времени необходимо учитывать, что чем меньше шаг, тем меньше выполняется внутренних циклов подбора тока на каждом временном шаге и тем более точен результат расчета, но тем больше временных шагов на заданном временном интервале и тем больше времени затрачивается на расчет.

3. Начальное приближение индуктивности лучше выбирать много больше реального, чем меньше его. Это утверждение вытекает из формулы начального приближения значения тока (5). Чем меньше начальное приближение индуктивности, тем больше начальное приближение тока будет отличаться от значения тока в начальный момент времени и тем больше вероятность того, что алгоритм может не сойтись.

Исследования выполнены в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 гг.» по теме «Разработка теоретических основ создания высоковольтных (110–220 кВ) цифровых измерительных преобразователей тока с оптоэлектронным интерфейсом на базе фундаментальных физических законов с использованием современных материалов и микроэлектроники» (Государственный контракт №14.516.12.0005).

Список литературы

1. Лебедев В.Д., Яблоков А.А. Исследование антирезонансного трансформатора напряжения 220 кВ на основе математического моделирования. Сравнительный анализ конструкций // Вестник ИГЭУ. – 2011. – Вып. 5. – С. 25–28.
2. Лебедев В.Д., Филатова Г.А., Нестерихин А.Е. Измерительные преобразователи тока для цифровых устройств релейной защиты и автоматики // Тез. докл. IV Междунар. науч.-техн. конф. – Екатеринбург, 2013.
3. Neubert H., Bödrich T., Disselnkötter R. Transient Electromagnetic-Thermal FE-Model of a SPICE-Coupled Transformer Including Eddy Currents with COMSOL Multiphysics 4.2 // Excerpt from the Proceedings of the 2011 COMSOL Conference in Stuttgart. – Stuttgart, 2011. – 7 p.
4. Быковский В.В., Быковская Л.В. Анализ аналитических выражений для аппроксимации кривой намагничивания // Материалы Всерос. науч.-практ. конф. «Развитие университетского комплекса как фактор повышения инновационного и образовательного потенциала региона». Секция «Современные технологии в энергетике, электротехнике, электромеханике». – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2009. – С. 3–7.
5. Матюк В.Ф., Осипов А.А. Математическая модель кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Ч. 1. Анализ моделей // Белорусский электронный журнал «Наука». Сер. «Не разрушающий контроль и диагностика». – 2011. – № 2. – С. 3–35.
6. Гольдштейн В.Г., Мякишев В.М., Жеваев М.С. Функциональные гиперболические и полиномиальные аппроксимации кривых намагничивания // Труды IV Всерос. науч. конф. с междунар. участием. Ч. 2 «Моделирование и оптимизация динамических систем и систем с распределёнными параметрами». Сер. «Математическое моделирование и краевые задачи» / СамГТУ. – Самара, 2007. – С. 44–48.

References

1. Lebedev, V.D., Yablokov, A.A. Issledovanie antirezonnansnogo transformatora napryazheniya 220 kV na osnove

matematicheskogo modelirovaniya. Sravnitel'nyy analiz konstruktivnyy [Analysis of antiresonant 220 kV voltage transformers on the basis of mathematical modeling. Comparative analysis of structures]. *Vestnik IGEU*, 2011, issue 5, pp. 25–28.

2. Lebedev, V.D., Filatova, G.A., Nesterikhin, A.E. Izmeritel'nye preobrazovateli toka dlya tsifrovyykh ustroystv reley-noy zashchity i avtomatiki [Current transducers for digital devices of relay protection and automation]. *Tezisy dokladov IV Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Abstracts of the IVth international scientific and technical conference]. Ekaterinburg, 2013.

3. Neubert, H., Bödrich, T., Disselkötter, R. Transient Electromagnetic-Thermal FE-Model of a SPICE-Coupled Transformer Including Eddy Currents with COMSOL Multiphysics 4.2. Excerpt from the Proceedings of the 2011 COMSOL Conference in Stuttgart. Stuttgart, 2011. 7 p.

4. Bykovskiy, V.V., Bykovskaya, L.V. Analiz analiticheskikh vyrazheniy dlya approksimatsii krivoy namagnichivaniya [Analysis of analytical expressions for approximation of magnetization curve]. *Materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Razvitie universitetskogo kompleksa kak faktor povysheniya innovatsionnogo i obrazovatel'nogo potentsiala regiona»*. Sektsiya «Sovremennyye tekhnologii v energetike, elektrotekhnike, elektromekhanike» [Proceedings of the All-Russian scientific and practical conference «University com-

plex development as a way to increase innovation and education potential of the region». Section «Modern technologies in power engineering, electrical engineering, electromechanics»]. Orenburg, IPK GOU OGU, pp. 3–7.

5. Matyuk, V.F., Osipov, A.A. Matematicheskaya model' krivoy namagnichivaniya i petel' magnitnogo gisterezisa. Ch. 1. Analiz modeley [Mathematical model of magnetization curve and magnetic hysteresis loops. Part 1. Analysis of models]. *Belorusskiy elektronnyy zhurnal «Nauka». Seriya «Nerazrushayushchiy kontrol' i diagnostika»*, 2011, no. 2, pp. 3–35.

6. Gol'dshteyn, V.G., Myakishev, V.M., Zhevaev, M.S. Funktsional'nye giperbolicheskie i polinomial'nye approksimatsii krivykh namagnichivaniya [Functional hyperbolic and polynomial approximations of magnetization curves]. *Trudy IV Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem. Ch. 2 «Modelirovanie i optimizatsiya dinamicheskikh sistem i sistem s raspredelennymi parametrami»*. Seriya «Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi» [Collected works of the IVth All-Russian scientific conference with international participation. Part 1 «Modelling and optimization of dynamic and distributed systems». Series «Mathematical modeling and boundary problems»]. Samara, 2007, pp. 44–48.

Лебедев Владимир Дмитриевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, заведующий кафедрой автоматического управления электроэнергетическими системами,
телефон (4932) 26-99-04,
e-mail: VD_Lebedev@mail.ru

Яблоков Андрей Анатольевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры систем управления,
e-mail: AndrewYablokov@yandex.ru