

Способы сокращения времени расчета динамических процессов в асинхронном двигателе с короткозамкнутым ротором в модели с непосредственным обращением к конечно-элементному расчету магнитного поля

Л.Н. Булатов, А.И. Тихонов
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация

Авторское резюме

Состояние вопроса: Динамические модели асинхронных двигателей, основанные на обращении к модели магнитного поля, широко распространены в современных системах моделирования. Одним из главных недостатков таких моделей является низкая скорость работы. В связи с этим актуальной задачей является поиск способов сокращения времени расчета динамических процессов с использованием полевых моделей.

Материалы и методы: Для расчета магнитного поля в асинхронной машине использован метод конечных элементов. Для решения системы дифференциальных уравнений использован метод Эйлера. Используемые программные средства являются собственной разработкой. Для проверки результатов использовались данные, полученные опытным путем.

Результаты: Разработан ряд методов ускорения расчета, позволяющих значительно повысить производительность модели без потери точности.

Выводы: Созданная с учетом разработанных методов модель не уступает в точности и производительности современным программным средствам.

Ключевые слова: САПР, асинхронный двигатель, конечно-элементная модель, динамическая модель, время расчета, электромагнитный момент, параллельные вычисления.

Ways of Cutting Time of Dynamic Processes Calculation in Asynchronous Engine with Short-circuited Rotor in the Model with Direct Appeal to the Finite-element Calculation of Magnetic Field

L.N. Bulatov, A.I. Tikhonov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

Abstract

Background: Dynamic models of asynchronous engines that are based on appealing to the model of magnetic field are widely spread in the modern simulation systems. One of the main problems of these models is low calculations speed. Thus, the urgent problem is to search the ways of cutting time calculation of dynamic processes with the usage of field models.

Materials and methods: The finite element method is used to calculate the magnetic field in the asynchronous engine. The Euler method is used to solve the system of differential equations. The used programs tools are self-engineered. To check the results the experimental data are used.

Results: The several methods of acceleration calculation rising the model productivity without accuracy losses are developed.

Conclusions: The model that is created using these methods is not inferior to modern program tools in accuracy and productivities.

Key words: CAD, asynchronous engine, finite element model, dynamic model, calculation time, electromagnetic moment, parallel computing.

Среди численных моделей асинхронных двигателей (АД) наибольшую популярность в настоящее время завоевали модели, опирающиеся на результаты анализа физических полей в исследуемой машине. Такие модели позволяют учесть особенности конструкции АД.

В частности, в [4, 5, 6, 9, 10, 11] описана методика моделирования динамических режимов асинхронной машины с использованием результатов расчета квазистационарного магнитного поля методом конечных элементов. Модель магнитного поля реализуется с помощью платформонезависимой на уровне компилятора

библиотеки MKE_Cpp, являющейся переработанной версией библиотеки FEMLib, разработанной в ИГЭУ [1, 2, 3, 7, 8].

Наиболее универсальным является метод с прямым обращением к полевой модели на каждом шаге интегрирования по времени [11]. Расчет динамических процессов в АД данным методом требует многократного обращения к полевой модели. Так как полевые расчеты относятся к числу наиболее ресурсоемких задач, скорость работы таких моделей оказывается крайне низкой. Следовательно, актуальной задачей является поиск способов сокращения

времени расчета динамических процессов с использованием полевых моделей.

Алгоритм расчета динамических режимов АД строится на основе решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая в матричной форме имеет вид [11]

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{U}, \quad (1)$$

где \mathbf{i} – вектор мгновенных значений неизвестных величин (токов контуров, частоты вращения и угла поворота ротора); \mathbf{L} – матрица коэффициентов, рассчитываемая на каждой итерации интегрирования по результатам расчета магнитного поля; \mathbf{U} – матрица правых частей.

Для учета эффекта вытеснения тока в стержнях обмотки ротора АД каждый стержень ротора разбивается на n_s слоев, считающихся проводниками, соединенными параллельно.

Для расчета элементов матрицы \mathbf{L} используются приближения [11]

$$L_{kj} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j} \approx \frac{\Delta \Psi_k}{\Delta i_j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha} \approx \frac{\Delta \Psi_{ik}}{\Delta \alpha}. \quad (3)$$

Для определения L_{kj} достаточно определить изменение потокоцепления k -го контура $\Delta \Psi_k$ при изменении тока j -го контура Δi_j . Изменения потокоцеплений вычисляются с помощью конечно-элементной модели магнитного поля. Для этого по найденным на данном шаге интегрирования значениям токов в контурах АД рассчитывается магнитное поле машины (базовый расчет). Затем каждому j -му току дается приращение Δi_j и вновь рассчитывается магнитное поле. Аналогично рассчитываются и производная от потокоцеплений по углу поворота $\frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha}$.

При этом в конечно-элементной модели реализуется перемещение ротора на угол $\Delta \alpha$ с перестроением сетки в зазоре, после чего делается повторный расчет магнитного поля.

Из сказанного следует, что на каждой итерации интегрирования по времени системы уравнений (1) для расчета элементов матрицы \mathbf{L} необходимо выполнить $N+2$ конечно-элементных расчетов магнитного поля, где N – число контуров с током (один базовый расчет, по одному расчету для приращения каждого тока и один расчет для вычисления производных по углу поворота α). Очевидно, что основные затраты времени связаны именно с этими расчетами.

Таким образом, время расчета на одной итерации интегрирования прямо пропорционально $N+2$. Для сокращения времени расчета был проведен поиск минимального числа слоев, на которые необходимо разбить стержень ротора без существенной потери точности учета эффекта вытеснения тока. Исследование было проведено для двух форм пазов – овального и круглого. Полученные результаты пока-

зали, что для достижения приемлемой точности достаточно разбить паз на 3 или более приблизительно равных по площади слоя. Увеличение числа слоев сверх 5 не оказывает значительного влияния на результат. В случае выбора пазов сложной формы число слоев должно быть увеличено.

Для расчета динамического процесса АД (пуска, останова, скачка напряжения и т.д.) необходимо рассчитать M периодов, где M определяется в первую очередь моментом инерции на валу, величиной электромагнитного момента АД и моментом нагрузки на валу. Расчет может быть завершен, когда завершатся связанные с изменением режима работы АД переходные процессы. Из этого следует, что для получения окончательного результата необходимо провести MT/dt итераций, где T – величина периода; dt – шаг по времени.

Сокращение количества итераций может быть достигнуто путем увеличения шага по времени dt , который должен выбираться таким образом, чтобы в ходе процесса интегрирования была достигнута требуемая точность расчета и не терялась важная информация при изменении относительного положения всех элементов рассчитываемой модели.

Для АД максимально допустимый шаг итераций должен выбираться так, чтобы поворот двигателя на одно зубцовое деление на максимальной возможной скорости происходил не менее чем за 2–3 итерации. Принимая, что максимальная скорость двигателя даже с учетом «выбега» за синхронную скорость не может превысить двойного значения синхронной скорости $2\omega/p$, получим

$$dt_{\max} = \frac{p}{4fZ}, \quad (4)$$

где p – число пар полюсов; Z – число зубцов ротора в случае, когда оно равно или превышает число зубцов статора, или число зубцов статора в другом случае. Выбор такого шага по времени позволяет повысить скорость расчета с сохранением приемлемой точности.

Во время разгона скорость ротора изменяется. Поэтому при малых скоростях шаг по времени может быть увеличен.

Для определения частных производных $\frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j}$ и $\frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha}$ в модели необходимо рассчитать,

как изменяется потокоцепление $\Delta \Psi_k$ при изменении тока (угла) на величину $\Delta i_j (\Delta \alpha)$. Для использования принципа суперпозиции необходимо добиться, чтобы изменение потокоцепления определялось исключительно изменением конкретной величины. Однако при расчете поля от тока j -й обмотки, равного $i_j + \Delta i_j$, происходит изменение магнитной проницаемости каждого p -го элемента модели μ_p , так как $\mu_p = f(B)$. При этом, строго говоря,

$$\frac{\Delta\Psi_k(i_j, \mu)}{\Delta i_j} \approx \frac{d\Psi_k(i_j, \mu)}{d i_j} = \frac{\partial\Psi_k}{\partial i_j} + \sum_{p=1}^{N_{\Delta}} \frac{\partial\Psi_k}{\partial \mu_p} \frac{\partial \mu_p}{\partial i_j}, \quad (5)$$

где N_{Δ} – количество элементов конечно-элементной сетки.

Это делает применение принципа суперпозиции некорректным. По этой причине при расчете приращений потокосцеплений следует принять, что магнитные проницаемости элементов остаются неизменными относительно значений, полученных в результате базового расчета. При этом расчет поля методом конечных элементов упрощается, так как при $\mu_p = \text{const}$ элементы матрицы Якоби \mathbf{J} в системе алгебраических уравнений

$$\mathbf{J}_t \mathbf{D}_t = -\mathbf{F}_t, \quad (6)$$

к которой сводится решение уравнения Пуассона в методе конечных элементов на t -й итерации метода Ньютона, не зависят от производной от магнитной проницаемости по магнитной индукции (исходную формулу см. в [11]) и вычисляются по упрощенной формуле:

$$J_{ij} = \sum_{p=1}^{p=N_{\Delta i}} \frac{1}{4S_p} \left[\frac{1}{\mu_p} (b_{pi} b_{pj} + c_{pi} c_{pj}) \right]_{i=1 \div N, j=1 \div N}. \quad (7)$$

Формула для расчета элемента вектора невязок также упрощается, по сравнению с [11]:

$$F_i = \sum_{p=1}^{N_{\Delta}} \left(\frac{1}{4S_p \mu_p} \sum_{j=1}^{j=3} (b_{pi} b_{pj} + c_{pi} c_{pj}) A_{pi} - \frac{1}{3} j_p S_p \right)_{i=1 \div N}. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{D}_t – вектор приращений магнитных потенциалов в узлах модели; S_p – площадь p -го элемента; j_p – плотность тока в p -м элементе; A – векторный магнитный потенциал в узле; b, c – коэффициенты, зависящие от координат элемента; $N_{\Delta i}$ – количество элементов, окружающих i -й узел конечно-элементной сетки.

Это значит, что вычисление итогового вектора \mathbf{D} происходит за 1 итерацию (против 10 и более итераций в классическом расчете поля методом конечных элементов). Таким образом, время расчета значительно сокращается. Дополнительное ускорение расчета достигается благодаря отсутствию необходимости обращения к библиотеке магнитных характеристик материалов.

Точность расчета динамического режима АД во многом зависит от точности расчета электромагнитного момента. Серия расчетов с разным количеством элементов конечно-элементной модели показала, что для точного расчета электромагнитного момента требуется существенно более мелкая сетка, чем для точного расчета элементов матрицы \mathbf{L} . Применение модели повышенной точности при расчете матрицы \mathbf{L} серьезно замедляет расчет. По этой причине задача расчета динамики АД решается на двух сетках: более мелкая сетка для расчета электромагнитного момента и более грубая для

расчета элементов матрицы \mathbf{L} . Это существенно ускоряет расчет без потери точности.

На каждом шаге итераций по времени отдельные расчеты поля методом конечных элементов для определения элементов матрицы \mathbf{L} могут проводиться независимо и в любом порядке. Поэтому для решения задачи возможно использование параллельных расчетов на многопроцессорной технике.

Для решения задачи с использованием многопроцессорной техники на каждой итерации из общей группы задействованных в расчете элементов кластера выделяется элемент с произвольно выбранным номером i , который назначается основным. Перед началом работы необходимо определить количество расчетов, приходящихся на конкретный элемент кластера на каждой итерации. В начале итераций основным элементом кластера производится первый (базовый) расчет поля со значениями токов и угла поворота ротора, определенными на предыдущей итерации. Остальные расчеты могут проводиться любым элементом кластера в любом порядке. Сбор итоговой матрицы \mathbf{L} производится основным элементом. Затем основным элементом кластера решает систему линейных уравнений для определения вектора действительных приращений искомых величин и определяются значения этих величин на следующей итерации. Эти значения передаются всем остальным элементам, и после окончания процесса передачи весь кластер переходит на следующую итерацию расчета. Максимальная производительность достигается, когда число задействованных процессоров кратно числу расчетов, которые возможно проводить параллельно.

Первоначально модель была реализована на базе программы Matlab и подключаемой к ней библиотеки MKE_Cpp. Однако высокая стоимость Matlab, проблемы совместимости с другими программными продуктами и трудности его использования в связке с многопроцессорной техникой вынудили отказаться от его использования в финальной версии программы в пользу собственной разработки. Функционал Matlab, который использовался при разработке модели, сводился к операциям с матрицами и решению системы линейных уравнений (1).

При разработке собственной программы расчета динамических режимов АД на языке C++ в качестве альтернативы функциям Matlab был выбран свободно распространяемый набор программных средств для работы с матрицами TNT, реализованный в виде набора header-файлов. Скорость работы с массивами и решениями системы линейных уравнений, достигаемая с использованием TNT, не уступает и даже превосходит скорость вычислений в Matlab.

В результате окончательная версия программы представляет собой библиотеку AD_SLVR.dll, предназначенную для расчета

динамики АД по заданным параметрам и подключаемую к ней библиотеку MKE_Cpp.dll, в которой выполняется расчет магнитного поля. Код библиотек является открытым, что позволяет применять их на многопроцессорной технике. Кроме того, независимость библиотек от крупных программных продуктов сама по себе обеспечивает увеличение скорости расчета.

Использование всех описанных выше способов позволяет значительно повысить скорость работы модели. Большая часть этих способов представляет собой поиск компромисса между точностью результатов и скоростью вычисления.

Для проверки достоверности полученных результатов был произведен расчет пуска асинхронного двигателя с номинальной мощностью 3000 Вт и тремя парами полюсов. Результаты расчета сравнивались с данными, полученными опытным путем (рис. 1).

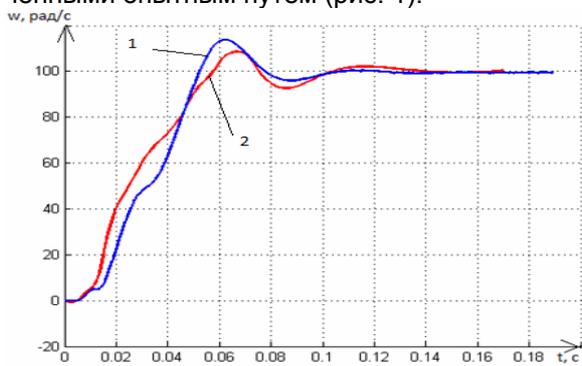


Рис. 1. Зависимость скорости вращения ротора от времени: 1 – расчетные данные; 2 – опытные данные

На рис. 2, 3 приведены полученные с использованием модели зависимости тока в фазе А статора и электромагнитного момента от времени.

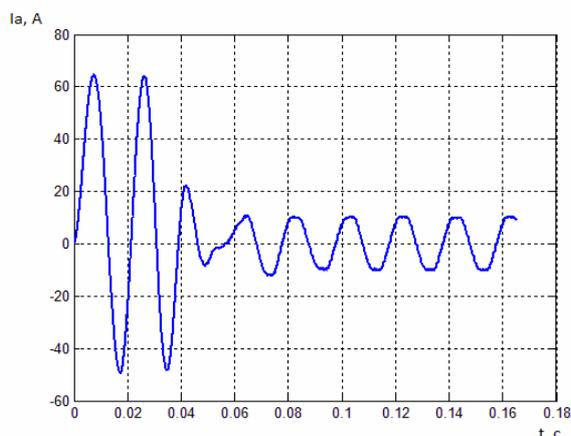


Рис. 2. Зависимость тока в фазе статора от времени

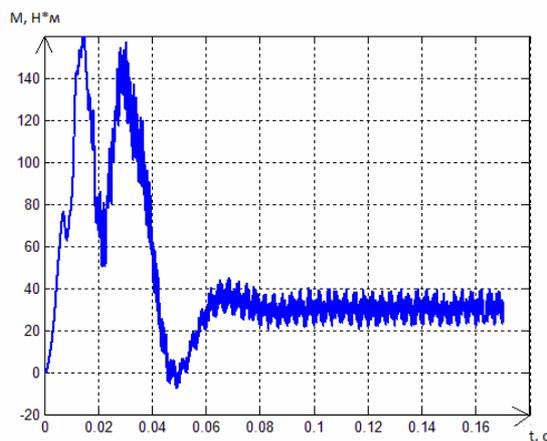


Рис. 3. Зависимость электромагнитного момента от времени

Сравнение полученных результатов с результатами расчета пуска АД, выполненными в системе Maxwell, где аналогичная задача также решается путем обращения к конечно-элементной модели поля, показало, что разработанная нами модель не уступает по точности модели, заложенной в системе Maxwell. Скорость работы модели даже без использования технологии параллельных вычислений сопоставима со скоростью работы Maxwell.

Список литературы

1. Тихонов А.И. Интегрированная исследовательская среда математического моделирования электромеханических устройств // Вестник научно-промышленного общества. – М.: Алев-В, 2005. – Вып. 9. – С. 55–59.
2. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2006610323. Библиотека полевого моделирования (FieldEM) / А.И. Тихонов. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам, 2005.
3. Казаков Ю.Б., Целькалов Ю.Я. Конечно-элементное моделирование физических полей в электрических машинах / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2001. – 100 с.
4. Булатов Л.Н., Тихонов А.И. Динамическая модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором // Инновационные проекты молодых ученых за 2010 г.: сб. отчетов / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2011. – С. 135–140.
5. Булатов Л.Н., Тихонов А.И. Динамическая модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором // Вестник научно-промышленного общества. – М.: Алев-В, 2011. – Вып. 1. – С. 35–40.
6. Булатов Л.Н., Тихонов А.И. Разработка динамической модели асинхронной машины с использованием результатов конечно-элементного расчета // Вестник ИГЭУ. – 2012. – Вып. 4. – С. 32–34.
7. Тихонов А.И., Казаков Ю.Б. Программирование численного эксперимента с использованием конечно-элементной модели магнитного поля в объектах электромеханики / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2008. – 80 с.
8. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011614852. Платформонезависимая библиотека конечно-элементного моделирования магнитного поля / А.И. Тихонов, Л.Н. Булатов. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам, 2011.
9. Булатов Л.Н., Тихонов А.И. Оптимизация комбинированной динамической модели асинхронной машины // Мат-лы регион. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых «Энергия – 2012». Т. 4 / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2012. – С. 66–71.

10. **Свидетельство** о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011615132. Программа расчета динамических режимов асинхронной машины с учетом эффекта вытеснения тока в пазах ротора с непосредственным обращением к библиотеке конечно-элементного расчета поля / А.И. Тихонов, Л.Н. Булатов. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам, 2011.

11. **Тихонов А.И., Булатов Л.Н.** Динамическая модель асинхронной машины с прямым обращением к конечно-элементной модели магнитного поля // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 1. – С. 40–44.

References

1. Tikhonov, A.I. Integrirovannaya issledovatel'skaya sreda matematicheskogo modelirovaniya elektromekhanicheskikh ustroystv [Integrated Research Area of Mathematical Simulation of Electromechanical Devices]. *Vestnik nauchno-promyshlennogo obshchestva* [Vestnik of Scientific and Industrial Society]. Moscow, Alev-V, 2005, issue 9, pp. 55–59.

2. Tikhonov, A.I. *Biblioteka polevogo modelirovaniya (FieldEM): svidetel'stvo ob ofitsial'noy registratsii programmy dlya EVM № 2006610323* [Library of Field Simulation. Certificate № 2006610323 about Official PC Program Registration]. Moscow, Federal'naya sluzhba po intellektual'noy sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam, 2005.

3. Kazakov, Yu.B., Shchelykalov, Yu.Ya. *Konechno-elementnoe modelirovanie fizicheskikh poley v elektricheskikh mashinakh* [Finite Element Modelling of Physical Fields in Electrical Machines]. Ivanovo, 2001. 100 p.

4. Bulatov, L.N., Tikhonov, A.I. Dinamicheskaya model' asinkhronnogo dvigatelya s korotkozamknutym rotorom [Dynamic Model of Asynchronous Engine with Short-circuited Rotor]. *Sbornik otchetov «Innovatsionnye proekty molodykh uchenykh za 2010 g.»* [Collected Reports: Innovative Projects of Young Scientists in 2010]. Ivanovo, 2011, pp. 135–140.

5. Bulatov, L.N., Tikhonov, A.I. Dinamicheskaya model' asinkhronnogo dvigatelya s korotkozamknutym rotorom [Dynamic Model of Asynchronous Engine with Short-circuited Rotor]. *Vestnik nauchno-promyshlennogo obshchestva* [Vestnik of Scientific and Industrial Society]. Moscow, Alev-V, 2011, issue 1, pp. 35–40.

6. Bulatov, L.N., Tikhonov, A.I. Razrabotka dinamicheskoy modeli asinkhronnoy mashiny s ispol'zovaniem

rezul'tatov konechno-elementnogo rascheta [Development of Dynamic Model of Asynchronous Engine with Using of Finite-Element Calculation Results]. *Vestnik IGEU*, 2012, issue 4, pp. 32–34.

7. Tikhonov, A.I., Kazakov, Yu.B. *Programmirovaniye chislennogo eksperimenta s ispol'zovaniem konechno-elementnoy modeli magnitnogo polya v ob'ektakh elektromekhaniki* [Programming the Numerical Experiment with Using the Finite Element Model of Magnetic Field in Electromechanical Objects]. Ivanovo, 2008. 80 p.

8. Tikhonov, A.I., Bulatov, L.N. *Platformonezavisimaya biblioteka konechno-elementnogo modelirovaniya magnitnogo polya: Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2011614852* [Certificate № 2011614852 about PC Program State Registration. Platform-independent Library of Finite Element Modeling of Magnetic Field]. Moscow, Federal'naya sluzhba po intellektual'noy sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam, 2011.

9. Bulatov, L.N., Tikhonov, A.I. Optimizatsiya kombinirovannoy dinamicheskoy modeli asinkhronnoy mashiny [Optimization of Combined Dynamic Model of Asynchronous Machine]. *Materialy regional'noy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh «Energiya – 2012»* [Materials of Regional Scientific and Technical Conference of Students, Post-Graduate Students and young Scientists «Energy – 2012»]. Ivanovo, 2012, vol. 4, pp. 66–71.

10. Tikhonov, A.I., Bulatov, L.N. *Programma rascheta dinamicheskikh rezhimov asinkhronnoy mashiny s uchedom effekta vytesneniya toka v pazakh rotora s neposredstvennym obrashcheniem k biblioteke konechno-elementnogo rascheta polya: svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2011615132* [Certificate № 2011615132 about PC Program State Registration. Calculation Program of Dynamic Modes of Asynchronous Machines in accordance with Current Crowding Effect in Rotor Grooves with Direct Inversion to The Library of Finite Element Field Calculation]. Moscow, Federal'naya sluzhba po intellektual'noy sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam, 2011.

11. Tikhonov, A.I., Bulatov, L.N. Dinamicheskaya model' asinkhronnoy mashiny s pryamym obrashcheniem k konechno-elementnoy modeli magnitnogo polya [Dynamic Model of Asynchronous Engine with Direct Inversion to Finite Element Model of Magnetic Field]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 1, pp. 40–44.

Булатов Леонид Николаевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант,
e-mail: bulatovleo@gmail.com

Тихонов Андрей Ильич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой физики,
e-mail: ait@dsn.ru