

УДК 621.313.333

## Синхронный электропривод с улучшенными виброшумовыми характеристиками и его моделирование

С.С. Ананьев<sup>1</sup>, А.Н. Голубев<sup>2</sup>, В.А. Мартынов<sup>2</sup>, В.Г. Белоногов<sup>2</sup>, В.Д. Карачев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ярославский электромашиностроительный завод ОАО «ELDIN», г. Ярославль, Российская Федерация

<sup>2</sup>ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», г. Иваново, Российская Федерация

E-mail: sergej-ananev@yandex.ru, alenikgo@yandex.ru, zav@toe.spu.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Одним из вариантов построения синхронного электропривода с улучшенными виброшумовыми характеристиками является его реализация на основе исполнительного синхронного двигателя с увеличенным числом фаз. Однако известные подходы к синтезу электромеханической системы на его основе не учитывают специфику  $m$ -фазной ( $m > 3$ ) машины как объекта управления.

**Материалы и методы:** Использован математический аппарат приведенных спектральных векторов.

**Результаты:** Предложена методика оптимизации виброшумовых характеристик синхронного электропривода.

**Выводы:** Показано, что увеличение числа фаз исполнительного синхронного двигателя позволяет улучшить виброшумовые характеристики электропривода на его основе за счет уменьшения тангенциальных и радиальных магнитных сил.

**Ключевые слова:** синхронный электропривод, многофазный двигатель, виброшумовые характеристики.

## Synchronous Electric Drive with Optimized Vibronoise Characteristics and Its Designing

S.S. Ananyev<sup>1</sup>, A.N. Golubev<sup>2</sup>, V.A. Martynov<sup>2</sup>, V.G. Belonogov<sup>2</sup>, V.D. Karachev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Yaroslavl Electro Machine Building Plant, Joint-Stock Company «ELDIN», Yaroslavl, Russian Federation

<sup>2</sup>Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

E-mail: sergej-ananev@yandex.ru, alenikgo@yandex.ru, zav@toe.spu.ru

### Abstract

**Background:** One of the ways to optimize vibronoise characteristics of the synchronous electrical drive is to create it as an executive synchronous drive with the increased number of phases. However, the common approaches of electromechanical system synthesis do not consider the specificity of an  $m$ -phased ( $m > 3$ ) drive as a control object.

**Materials and methods:** The mathematical instrument of reduced spectral vectors is used.

**Results:** The optimization methodology of vibronoise characteristics of the synchronous electrical drive is suggested.

**Conclusions:** It is shown that increasing the number of phases of the executive synchronous drive helps to optimize its vibronoise characteristics due to reduction of tangential and radial magnetic forces.

**Key words:** synchronous electric drive, multiphase drive, vibronoise characteristics.

Шум электрических машин и пути его устранения – это достаточно старая, но все еще актуальная и сложная проблема. Напряженная борьба с шумом обусловлена как чисто физиологической причиной, то есть стремлением создать бесшумную рабочую среду, так и чисто технической, так как любой шум вызван вибрацией частей машины. Вибрирующие части испытывают большое напряжение и часто являются причиной отказов, а также старения машины.

Шумы и вибрации вызываются силами, которые могут носить магнитный, механический и аэродинамический характер. Магнитные шумы обусловлены магнитными силами, изменяющимися во времени и пространстве и действующими между отдельными частями машины [1]. Шумы могут быть вызваны радиальными, тангенциальными и осевыми магнитными силами. Широкие возможности целенаправленного воздейст-

вия на конфигурацию магнитного поля, а следовательно, на виброшумовые характеристики, открывает увеличение числа фаз исполнительного двигателя, в частности синхронного (СД), что позволяет оптимизировать целый спектр других технико-экономических показателей электропривода (ЭП) [2, 3].

Снижение шумов и вибраций путем применения многофазных машин ( $m > 3$ ) обусловлено следующим. Уменьшаются тангенциальные силы, вызванные пульсациями электромагнитного момента СД. Это связано с тем, что увеличение числа фаз статорной обмотки вызывает разрежение гармонического состава поля в направлении устранения из него асинхронных гармоник при относительном возрастании синхронных, обусловливающих появление дополнительных

постоянных составляющих электромагнитного момента.

В качестве примера на рис. 1 для 9-фазного синхронного ЭП мощностью 6 кВт с принципом управления, реализующим ортогональную ориентацию векторов  $\vec{I}_{s(v)}^p$  относительно продольной оси ротора [3, 4], приведены полученные путем имитационного моделирования кривые составляющих электромагнитного момента от гармоник  $v = 1; 3; 5; 7$  при пуске на номинальную скорость с номинальной нагрузкой на валу.

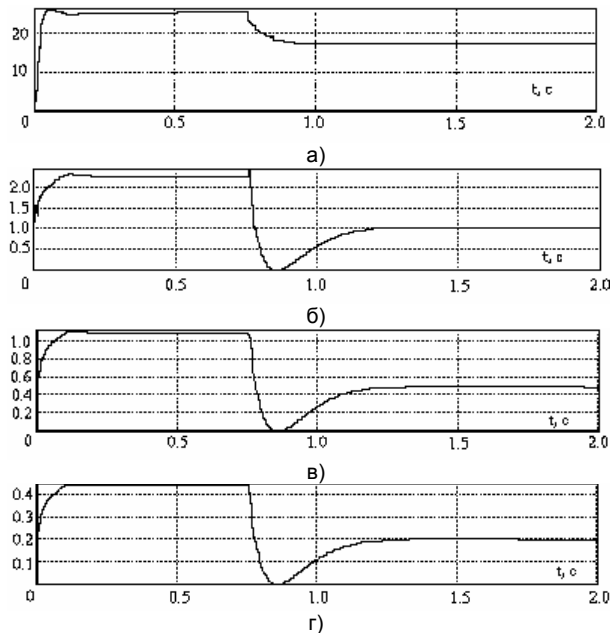


Рис. 1. Кривые переходного процесса при пуске на номинальную скорость 9-фазного ЭП: а –  $M_{эм(1)}(t)$ ; б –  $M_{эм(3)}(t)$ ; в –  $M_{эм(5)}(t)$ ; г –  $M_{эм(7)}(t)$

Рассмотрим другую причину возникновения вибраций. В любой точке воздушного зазора действует радиальная магнитная сила, величина которой пропорциональна квадрату индукции в зазоре. Эта сила вызывает динамические деформации статорного кольца, которые, соответственно, являются источником магнитных шумов [1]. Она может вызвать значительную вибрацию статора, если период пространственной волны будет достаточно большим. С ростом порядка волны плечо силы уменьшается и вибрации, вызванные ею, становятся незначительными. Особенно большие вибрации могут вызвать второй и четвертый порядки этой силы.

Распределение магнитной индукции от обмотки статора вдоль расточки магнитопровода имеет следующий вид:

$$B_s(\alpha) = \frac{\mu_0 q m}{\pi \delta} \sum_{v=1,3}^{v < m} \vartheta_{(v)} \sin \frac{\pi v}{2} (I_{sq(v)} \cos v\alpha + I_{sd(v)} \sin v\alpha),$$

где

$$\vartheta_{(v)} = \sum_{n=v \pm 2mk}^{\infty} \frac{\xi_{s(n)}}{n} \approx \frac{\xi_{sv}}{v} + \frac{\xi_{sv+2m}}{v+2m} + \frac{\xi_{sv-2m}}{v-2m};$$

$$\xi_{s(n)} = \frac{\sin \frac{\pi n}{2m}}{q \sin \frac{\pi n}{2mq}}.$$

Распределение магнитной индукции от неявнополюсного ротора на основе постоянного магнита вдоль расточки магнитопровода имеет вид

$$B_r(\alpha) = \begin{cases} -\frac{B_{rm}}{\Delta\alpha}(\alpha + \pi), & -\pi \leq \alpha < -\pi + \Delta\alpha \\ -B_{rm}, & -\pi + \Delta\alpha \leq \alpha < -\Delta\alpha \\ \frac{B_{rm}}{\Delta\alpha}\alpha, & -\Delta\alpha \leq \alpha < \Delta\alpha \\ B_{rm}, & \Delta\alpha \leq \alpha < \pi - \Delta\alpha \\ -\frac{B_{rm}}{\Delta\alpha}(\alpha - \pi), & \pi - \Delta\alpha \leq \alpha < \pi \end{cases} =$$

$$= \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{4B_{rm}}{\pi n} \frac{\sin n\Delta\alpha}{n\Delta\alpha} \sin n\alpha.$$

Общая магнитная индукция рассчитывается как

$$B(\alpha) = B_s(\alpha) + B_r(\alpha).$$

Распределение радиальной силы вдоль расточки магнитопровода имеет вид

$$p(\alpha) = \frac{1}{2\mu_0} B^2(\alpha) = \frac{1}{2\mu_0} (B_s(\alpha) + B_r(\alpha))^2 =$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} (B_s^2(\alpha) + B_r^2(\alpha) + 2B_s(\alpha)B_r(\alpha)).$$

Рассмотрим каждое слагаемое в этом выражении для расчета радиальной силы отдельно:

$$\begin{aligned}
 1) \frac{1}{2\mu_0} B_s^2(\alpha) &= \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 \times \\
 &\times \left( \sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} \sin \frac{\pi v}{2} (I'_{sq(v)} \cos v\alpha + I'_{sd(v)} \sin v\alpha) \right)^2 = \\
 &= \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 \sum_{v=1,3}^{v<m} \sum_{\mu=1,3}^{\mu<m} \vartheta_{(v)} \vartheta_{(\mu)} \sin \frac{\pi v}{2} \sin \frac{\pi \mu}{2} \times \\
 &\times (I_{sq(v)} I_{sq(\mu)} \cos v\alpha \cos \mu\alpha + \\
 &+ 2I_{sq(v)} I_{sd(\mu)} \cos v\alpha \sin \mu\alpha + I_{sd(v)} I_{sd(\mu)} \sin v\alpha \sin \mu\alpha) = \\
 &= \frac{1}{4\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 \sum_{v=1,3}^{v<m} \sum_{\mu=1,3}^{\mu<m} \vartheta_{(v)} \vartheta_{(\mu)} \sin \frac{\pi v}{2} \sin \frac{\pi \mu}{2} \times \\
 &\times \left( (I_{sq(v)} I_{sq(\mu)} + I_{sd(v)} I_{sd(\mu)}) \cos(v-\mu)\alpha + \right. \\
 &+ (I_{sq(v)} I_{sq(\mu)} - I_{sd(v)} I_{sd(\mu)}) \cos(v+\mu)\alpha + \\
 &+ 2I_{sq(v)} I_{sd(\mu)} (\sin(v+\mu)\alpha - \sin(v-\mu)\alpha) \left. \right) = \\
 &= \frac{1}{4\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 \sum_{v=1,3}^{v<m} \sum_{\mu=1,3}^{\mu<m} \vartheta_{(v)} \vartheta_{(\mu)} \sin \frac{\pi v}{2} \sin \frac{\pi \mu}{2} \times \\
 &\times \left( (I_{sq(v)} I_{sq(\mu)} + I_{sd(v)} I_{sd(\mu)}) \cos(v-\mu)\alpha + \right. \\
 &+ (I_{sq(v)} I_{sq(\mu)} - I_{sd(v)} I_{sd(\mu)}) \cos(v+\mu)\alpha + \\
 &+ 2I_{sq(v)} I_{sd(\mu)} \sin(v+\mu)\alpha \left. \right); \\
 2) \frac{1}{2\mu_0} B_r^2(\alpha) &= \begin{cases} \frac{1}{2\mu_0} \frac{B_m^2}{\Delta\alpha^2} (\alpha + \pi)^2, & -\pi \leq \alpha < -\pi + \Delta\alpha \\ \frac{1}{2\mu_0} B_m^2, & -\pi + \Delta\alpha \leq \alpha < -\Delta\alpha \\ \frac{1}{2\mu_0} \frac{B_m^2}{\Delta\alpha^2} \alpha^2, & -\Delta\alpha \leq \alpha < \Delta\alpha \\ \frac{1}{2\mu_0} B_m^2, & \Delta\alpha \leq \alpha < \pi - \Delta\alpha \\ \frac{1}{2\mu_0} \frac{B_m^2}{\Delta\alpha^2} (\alpha - \pi)^2, & \pi - \Delta\alpha \leq \alpha < \pi \end{cases} = \\
 &= \frac{B_m^2}{2\mu_0} \left( 1 - \frac{4\Delta\alpha}{3\pi} + \frac{8}{\pi\Delta\alpha} \sum_{n=2,4}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left( \cos n\Delta\alpha - \frac{\sin n\Delta\alpha}{n\Delta\alpha} \right) \cos n\alpha \right); \\
 3) \frac{1}{2\mu_0} B_s(\alpha) B_r(\alpha) &= \frac{1}{2\mu_0} \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \times \\
 &\sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} \sin \frac{\pi v}{2} (I_{sq(v)} \cos v\alpha + I_{sd(v)} \sin v\alpha) \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{4B_m}{\pi n} \frac{\sin n\Delta\alpha}{n\Delta\alpha} \sin n\alpha = \\
 &= \frac{2qmB_m}{\pi^2\delta} \sum_{v=1,3}^{v<m} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\vartheta_{(v)}}{n} \sin \frac{\pi v}{2} \frac{\sin n\Delta\alpha}{n\Delta\alpha} (I_{sq(v)} \cos v\alpha + I_{sd(v)} \sin v\alpha) \sin n\alpha = \\
 &= \frac{qmB_m}{\pi^2\delta} \sum_{v=1,3}^{v<m} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\vartheta_{(v)}}{n} \sin \frac{\pi v}{2} \frac{\sin n\Delta\alpha}{n\Delta\alpha} \times \\
 &\times (I_{sq(v)} (\sin(n+v)\alpha + \sin(n-v)\alpha) + I_{sd(v)} (\cos(n-v)\alpha - \cos(n+v)\alpha)).
 \end{aligned}$$

Выделим из первого слагаемого вторую гармонику радиальной силы:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{4\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 \times ((\vartheta_{(1)}^2 (I_{sq(1)}^2 - I_{sd(1)}^2) - 2 \sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} \vartheta_{(v+2)} \times \\
 &\times (I_{sq(v)} I_{sq(v+2)} + I_{sd(v)} I_{sd(v+2)})) \cos 2\alpha + \\
 &+ 2\vartheta_{(1)}^2 I_{sq(1)} I_{sd(1)} \sin 2\alpha).
 \end{aligned}$$

Выделим из второго слагаемого вторую гармонику радиальной силы:

$$\frac{B_m^2}{\pi\mu_0\Delta\alpha} \left( \cos 2\Delta\alpha - \frac{\sin 2\Delta\alpha}{2\Delta\alpha} \right) \cos 2\alpha.$$

Аналогично выделим из третьего слагаемого вторую гармонику радиальной силы:

$$\begin{aligned}
 &\frac{qmB_m}{\pi^2\delta} \left( \sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} \left( I_{sq(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+2} \frac{\sin(v+2)\Delta\alpha}{(v+2)\Delta\alpha} + \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) \sin 2\alpha + \right. \\
 &+ I_{sd(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+2} \frac{\sin(v+2)\Delta\alpha}{(v+2)\Delta\alpha} - \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) \cos 2\alpha \left. \right) + \\
 &+ \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} \vartheta_{(1)} (I_{sq(1)} \sin 2\alpha - I_{sd(1)} \cos 2\alpha).
 \end{aligned}$$

Выделим продольную и поперечную составляющие второй гармоники радиальной силы:

$$\begin{aligned}
 P_{2d} &= \frac{1}{4\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 (\vartheta_{(1)}^2 (I_{sq(1)}^2 - I_{sd(1)}^2) - 2 \sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} \vartheta_{(v+2)} \times \\
 &\times (I_{sq(v)} I_{sq(v+2)} + I_{sd(v)} I_{sd(v+2)}) + \frac{B_m^2}{\pi\mu_0\Delta\alpha} \left( \cos 2\Delta\alpha - \frac{\sin 2\Delta\alpha}{2\Delta\alpha} \right) + \\
 &+ \frac{qmB_m}{\pi^2\delta} \left( \sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} I_{sd(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+2} \frac{\sin(v+2)\Delta\alpha}{(v+2)\Delta\alpha} - \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) - \right. \\
 &\left. - \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} \vartheta_{(1)} I_{sd(1)} \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{2q} &= \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\mu_0 qm}{\pi\delta} \right)^2 \vartheta_{(1)}^2 I_{sq(1)} I_{sd(1)} + \frac{qmB_m}{\pi^2\delta} \times \\
 &\times \left( \sum_{v=1,3}^{v<m} \vartheta_{(v)} I_{sq(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+2} \frac{\sin(v+2)\Delta\alpha}{(v+2)\Delta\alpha} + \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) + \right. \\
 &\left. + \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} \vartheta_{(1)} I_{sq(1)} \right).
 \end{aligned}$$

Аналогично получим выражения для продольной и поперечной составляющих четвертой гармоники радиальной силы:

$$P_{4d} = \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\mu_0 q m}{\pi \delta} \right)^2 \left( \vartheta_{(1)} \vartheta_{(3)} \left( I_{sq(1)} I_{sq(3)} - I_{sd(1)} I_{sd(3)} \right) + \sum_{v=1,3}^{v < m} \vartheta_{(v)} \vartheta_{(v+4)} \left( I_{sq(v)} I_{sq(v+4)} + I_{sd(v)} I_{sd(v+4)} \right) \right) + \frac{B_{2m}^2}{4\pi\mu_0\Delta\alpha} \left( \cos 4\Delta\alpha - \frac{\sin 4\Delta\alpha}{4\Delta\alpha} \right) + \frac{q m B_{2m}}{\pi^2 \delta} \left( \sum_{v=1,3}^{v < m} \vartheta_{(v)} I_{sd(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+4} \frac{\sin(v+4)\Delta\alpha}{(v+4)\Delta\alpha} + \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) - \frac{\sin 3\Delta\alpha}{9\Delta\alpha} \vartheta_{(1)} I_{sd(1)} + \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} \vartheta_{(3)} I_{sd(3)} \right);$$

$$P_{4q} = \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\mu_0 q m}{\pi \delta} \right)^2 \vartheta_{(1)} \vartheta_{(3)} \left( I_{sq(1)} I_{sd(3)} + I_{sq(3)} I_{sd(1)} \right) + \frac{q m B_{2m}}{\pi^2 \delta} \left( \sum_{v=1,3}^{v < m} \vartheta_{(v)} I_{sq(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+4} \frac{\sin(v+4)\Delta\alpha}{(v+4)\Delta\alpha} - \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) + \frac{\sin 3\Delta\alpha}{9\Delta\alpha} \vartheta_{(1)} I_{sq(1)} - \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} \vartheta_{(3)} I_{sq(3)} \right).$$

Квадраты амплитуд радиальных сил равны:

$$P_{2m}^2 = P_{2d}^2 + P_{2q}^2;$$

$$P_{4m}^2 = P_{4d}^2 + P_{4q}^2.$$

Квадрат действующего значения тока статора и электромагнитный момент соответственно равны:

$$I_s^2 = \frac{1}{2} \sum_{v=1,3}^{v < m} \left( I_{sq(v)}^2 + I_{sd(v)}^2 \right);$$

$$M = \frac{m}{2} p \sum_{v=1,3}^{v < m} v i_f' L_{m(v)} I_{sq(v)}.$$

Можно поставить задачу компромиссной минимизации действующего значения тока статора и магнитных шумов при сохранении требуемого электромагнитного момента:

$$F = P_{2m}^2 + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{2m}^2}{\delta^2} I_s^2 = \min,$$

где  $\varphi \in (0;1)$  – вспомогательная переменная. В целевой функции учитывается только вторая гармоника радиальной силы, так как она оказывает наиболее сильное влияние на шум и вибрацию электрической машины. Четвертая гармоника радиальной силы оказывает в 16 раз меньшее влияние на магнитный шум.

Численные эксперименты показывают, что для снижения второй гармоники радиальной магнитной силы высшие гармоники тока играют незначительную роль, в отличие от продольной составляющей первой гармоники. Высшие же гармоники играют роль в снижении действующего значения тока. При этом для достижения лучшего энергетического эффекта высшие гармоники должны содержать лишь поперечную составляющую [2]. Продольная составляющая высших гармоник тока должна быть равна нулю:

$$I_{sd(v)} = 0, v = 3, 5, \dots, m.$$

Разобьем задачу оптимизации на два этапа.

1. *Определение значений поперечных составляющих приведенных векторов тока статора.* В этом случае ставится задача минимизации действующего значения тока:

$$I_s^2 = \frac{1}{2} \left( I_{sd(1)}^2 + \sum_{v=1,3}^{v < m} I_{sq(v)}^2 \right) = \min$$

$$\sum_{v=1,3}^{v < m} I_{sq(v)}^2 = \min$$

при обеспечении требуемого момента

$$M - \frac{m}{2} p \sum_{v=1,3}^{v < m} v i_f' L_{m(v)} I_{sq(v)} = 0.$$

Рассмотрим функцию

$$F = \sum_{v=1,3}^{v < m} I_{sq(v)}^2 + \lambda \left( M - \frac{m}{2} p \sum_{v=1,3}^{v < m} v i_f' L_{m(v)} I_{sq(v)} \right),$$

где  $\lambda$  – вспомогательная переменная.

Тогда

$$\frac{\partial F}{\partial I_{sq(v)}} = 2 I_{sq(v)} - \frac{m}{2} p v i_f' L_{m(v)} \lambda = 0;$$

$$I_{sq(v)} = \frac{m}{4} p v i_f' L_{m(v)} \lambda;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = M - \frac{m}{2} p \sum_{v=1,3}^{v < m} v i_f' L_{m(v)} I_{sq(v)} = 0;$$

$$M - \frac{m^2}{8} p^2 \lambda \sum_{v=1,3}^{v < m} v^2 \left( i_f' L_{m(v)} \right)^2 = 0,$$

откуда

$$\lambda = \frac{8M}{m^2 p^2 \sum_{v=1,3}^{v < m} v^2 \left( i_f' L_{m(v)} \right)^2};$$

$$I_{sq(v)} = \frac{2M}{m p} \frac{v i_f' L_{m(v)}}{\sum_{\mu=1,3}^{v < m} \left( \mu i_f' L_{m(\mu)} \right)^2}.$$

2. *Определение продольной составляющей вектора тока статора, приведенного к первой пространственной гармонике* [3, 4]. В этом случае ставится задача компромиссной минимизации действующего значения тока статора и магнитных шумов:

$$F = P_{2d}^2 + P_{2q}^2 + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{2m}^2}{\delta^2} I_{sd(1)}^2 = \min;$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial I_{sd(1)}} = P_{2d} \frac{\partial P_{2d}}{\partial I_{sd(1)}} + P_{2q} \frac{\partial P_{2q}}{\partial I_{sd(1)}} + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{2m}^2}{\delta^2} I_{sd(1)} = \min;$$

$$P_{2d} = -a I_{sd(1)}^2 - b I_{sd(1)} + c;$$

$$a = \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{q m \vartheta_{(1)}}{\pi \delta} \right)^2;$$

$$b = \frac{q m \vartheta_{(1)} B_{2m}}{\pi^2 \delta} \left( 2 \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} - \frac{1}{3} \frac{\sin 3\Delta\alpha}{3\Delta\alpha} \right);$$

$$c = \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{qm}{\pi\delta} \right)^2 \left( g_{(1)}^2 I_{sq(1)}^2 - 2 \sum_{v=1,3}^{v<m} g_{(v)} g_{(v+2)} I_{sq(v)} I_{sq(v+2)} \right) + \frac{B_{rm}^2}{\pi\mu_0\Delta\alpha} \left( \cos 2\Delta\alpha - \frac{\sin 2\Delta\alpha}{2\Delta\alpha} \right);$$

$$P_{2q} = dI_{sd(1)} + e;$$

$$d = \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{qm}{\pi\delta} \right)^2 g_{(1)}^2 I_{sq(1)};$$

$$e = \frac{qmB_{rm}}{\pi^2\delta} \left( \sum_{v=1,3}^{v<m} g_{(v)} I_{sq(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+2} \frac{\sin(v+2)\Delta\alpha}{(v+2)\Delta\alpha} + \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) + \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} g_{(1)} I_{sq(1)} \right);$$

$$\frac{\partial P_{2d}}{\partial I_{sd(1)}} = -2aI_{sd(1)} - b;$$

$$\frac{\partial P_{2q}}{\partial I_{sd(1)}} = d;$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial I_{sd(1)}} = (-aI_{sd(1)}^2 - bI_{sd(1)} + c)(-2aI_{sd(1)} - b) +$$

$$+ d(dI_{sd(1)} + e) + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{rm}^2}{\delta^2} I_{sd(1)} = 2a^2 I_{sd(1)}^3 + 3abI_{sd(1)}^2 + \left( b^2 - 2ac + d^2 + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{rm}^2}{\delta^2} \right) I_{sd(1)} + de - bc = 0;$$

$$p = \frac{4ac - b^2 + 2 \left( d^2 + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{rm}^2}{\delta^2} \right)}{12a^2};$$

$$q = \frac{2ade - b \left( d^2 + \frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{B_{rm}^2}{\delta^2} \right)}{8a^3};$$

$$I_{sd(1)} = \sqrt[3]{\sqrt{p^3 + q^2} - q} - \sqrt[3]{\sqrt{p^3 + q^2} + q} - \frac{b}{2a}.$$

При этом составляющие четвертой гармоники радиальной силы будут равны:

$$P_{4d} = \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{qm}{\pi\delta} \right)^2 \times \left( g_{(1)} g_{(3)} I_{sq(1)} I_{sq(3)} + \sum_{v=1,3}^{v<m} g_{(v)} g_{(v+4)} I_{sq(v)} I_{sq(v+4)} \right) + \frac{B_{rm}^2}{4\pi\mu_0\Delta\alpha} \left( \cos 4\Delta\alpha - \frac{\sin 4\Delta\alpha}{4\Delta\alpha} \right) + \frac{qmB_{rm}}{\pi^2\delta} g_{(1)} I_{sd(1)} \left( \frac{\sin 5\Delta\alpha}{25\Delta\alpha} - \frac{\sin 3\Delta\alpha}{9\Delta\alpha} + \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} \right);$$

$$P_{4q} = \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{qm}{\pi\delta} \right)^2 g_{(1)} g_{(3)} I_{sq(3)} I_{sd(1)} + \frac{qmB_{rm}}{\pi^2\delta} \times \left( \sum_{v=1,3}^{v<m} g_{(v)} I_{sq(v)} \sin \frac{\pi v}{2} \left( \frac{1}{v+4} \frac{\sin(v+4)\Delta\alpha}{(v+4)\Delta\alpha} - \frac{1}{v} \frac{\sin v\Delta\alpha}{v\Delta\alpha} \right) + \frac{\sin 3\Delta\alpha}{9\Delta\alpha} g_{(1)} I_{sq(1)} - \frac{\sin \Delta\alpha}{\Delta\alpha} g_{(3)} I_{sq(3)} \right).$$

Анализ изменения четвертой гармоники радиальной силы при изменении параметра  $\varphi$  показывает, что она увеличивается на 27 % при максимальном снижении второй гармоники радиальной силы. Однако ее вклад в образование магнитного шума составляет не более 6 % от вклада второй гармоники, и ее влиянием можно пренебречь.

В качестве примера на рис. 2 приведены расчетные кривые фазного тока  $i(\omega t)$  и относительной магнитной индукции  $B(\alpha)$  (по отношению к амплитуде синусоидальной индукции) по расточке магнитопровода 9-фазного СД ( $P_H = 2300$  Вт,  $\omega_H = 314$  рад/с) при 50 %-м снижении шума.

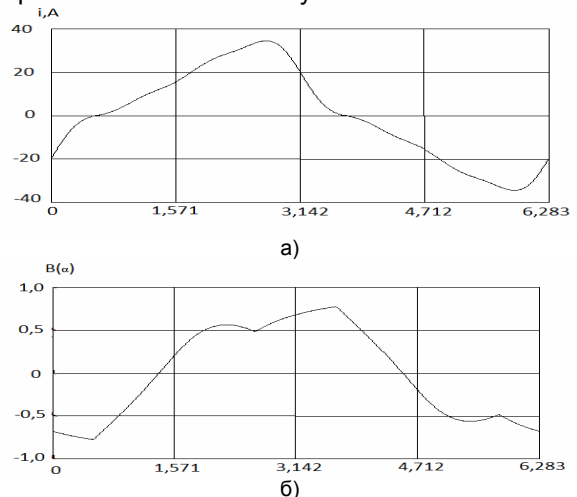


Рис. 2. Кривые тока (а) и относительной магнитной индукции (б)

По приведенным соотношениям рассчитываются нелинейные зависимости функциональных элементов многоканальных САУ многофазными СД с улучшенными виброшумовыми характеристиками.

### Заключение

Таким образом, увеличение числа фаз СД путем целенаправленного воздействия на конфигурацию магнитного поля в зазоре является эффективным способом снижения магнитных шумов СД, вызванных тангенциальными и радиальными силами.

Предложенная методика позволяет оптимизировать виброшумовые характеристики ЭП на основе  $m$ -фазного СД при минимизации его фазных токов и обеспечении требуемого электромагнитного момента.

### Список литературы

1. Геллер Б., Гамата В. Высшие гармоники в асинхронных машинах. – М.: Энергия, 1981. – 352 с.
2. Голубев А.Н., Лапин А.А. Математическая модель синхронного двигателя с многофазной статорной обмоткой // Электротехника. – 1998. – № 9. – С. 8–13.
3. Голубев А.Н., Лапин А.А. Многофазный синхронный электропривод // Электричество. – 2005. – № 2. – С. 43–47.

4. Голубев А.Н., Лапин А.А. Многофазный синхронный регулируемый электропривод / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2008. – 156 с.

#### References

1. Geller, B., Gamata, W. *Vysshie garmoniki v asinkhronnykh mashinakh* [Higher Harmonic Components in Asynchronous Machines]. Moscow, Energiya, 1981. 352 p.

2. Golubev, A.N., Lapin, A.A. Matematicheskaya model' sinkhronnogo dvigatelya s mnogofaznoy statornoy obmotkoy [Mathematical Model of Synchronous Drive with Multiphase Stator Winding]. *Elektrotehnika*, 1998, no. 9, pp. 8–13.

3. Golubev, A.N., Lapin, A.A. *Mnogofaznyy sinkhronnyy elektroprivod* [Multiphase Synchronous Electric Drive]. *Elektrichestvo*, 2005, no. 2, pp. 43–47.

4. Golubev, A.N., Lapin, A.A. *Mnogofaznyy sinkhronnyy reguliruemyy elektroprivod* [Multiphase Synchronous Regulated Electric Drive]. Ivanovo, 2008. 156 p.

*Ананьев Сергей Станиславович*,  
Ярославский электромашиностроительный завод ОАО «ELDIN»,  
кандидат технических наук, заведующий отделом,  
телефон (4852) 78-00-00,  
e-mail: sergej-ananьев@yandex.ru

*Голубев Александр Николаевич*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологий  
телефон (4932) 26-99-03  
e-mail: alenikgo@yandex.ru

*Мартынов Владимир Александрович*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой теоретических основ электротехники и электротехнологий  
телефон (4932) 26-99-08,  
e-mail: zav@toe.spu.ru

*Белогов Владимир Григорьевич*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»,  
начальник учебного военного центра,  
телефон (4932) 26-99-99,  
e-mail: BelonogovVladimir@yandex.ru

*Карачев Валерий Дмитриевич*  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»,  
инженер,  
телефон (4932) 26-99-03.