

## Моделирование теплового состояния поперечного сечения трубопровода при промерзании теплоизоляции

В.Е. Мизонов<sup>1</sup>, Н.Н. Елин<sup>2</sup>, А.В. Попельшко<sup>3</sup>, В.А. Мыльников<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», г. Иваново, Российская Федерация

<sup>2</sup> ФГБОУВПО «Ивановский государственный архитектурно-строительный университет», г. Иваново, Российская Федерация

<sup>3</sup> ФГБОУВПО «Норильский индустриальный институт», г. Норильск, Российская Федерация  
E-mail: mizonov46@mail.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** В настоящее время при расчете трубопроводов теплоизоляция рассматривается как термически тонкая стенка, что может вносить значительную погрешность при прогнозировании ее теплофизических свойств, особенно при промерзании содержащейся в ней влаги. В связи с этим актуальным является построение модели, учитывающей фазовые переходы в изоляции при ее промерзании.

**Материалы и методы:** Предлагаемая математическая модель процесса основана на решении уравнения теплопроводности в кольцевой области с краевыми условиями 3-го рода и фазовыми переходами внутри кольца с помощью ячеечных моделей.

**Результаты:** Показано, что процессы охлаждения и промерзания тепловой изоляции трубопровода вносят заметный вклад в тепловой баланс процесса, а учет их кинетики позволяет повысить точность теплового расчета. Предложены математическая модель процесса и алгоритм ее численной реализации.

**Выводы:** Предложенная математическая модель процесса позволяет повысить точность расчетных прогнозов теплового состояния трубопроводов при низких температурах.

**Ключевые слова:** длинный трубопровод, поперечное сечение, тепловая изоляция, промерзание, распределение температуры.

## Heat State Simulation of Pipeline Cross Section at Frost Penetration of Heat Insulation

V.E. Mizonov<sup>1</sup>, N.N. Yelin<sup>2</sup>, A.V. Popelyshko<sup>3</sup>, V.A. Mylnikov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

<sup>2</sup> Ivanovo State University of Architecture and Civil Engineering, Ivanovo, Russian Federation

<sup>3</sup> Norilsk Industrial Institute, Norilsk, Russian Federation

E-mail: mizonov46@mail.ru

### Abstract

**Background:** At present, while calculating the pipelines the heat insulation is considered as a thermally narrow wall that may lead to essential error in prognosis of its thermal-physical properties, particularly at freezing-up of moisture. Thus, this makes actual building a model that take into account the phase transformations in the insulation at its freeze-up.

**Materials and methods:** The proposed mathematical model is based on the solution to heat conduction equation for a ring domain with boundary conditions of the 3-d order and phase transformation within the ring by means of cell model.

**Results:** It is shown that the cooling and freeze-up processes of the pipeline heat insulation give the considerable contribution in the process of heat balance, and its kinetics accounting allows to increase the accuracy of heat calculations. The mathematical model of the process and the algorithm of its numerical realization are given.

**Conclusions:** The proposed mathematical model allows to improve the accuracy of calculating prognosis of the heat state pipeline at low temperatures.

**Key words:** long pipeline, cross section, heat insulation, freeze-up, temperature distribution.

При проектировании длинных трубопроводов наружной прокладки, работающих в условиях значительной отрицательной температуры окружающей среды, важно иметь модели и методы расчета, адекватно описывающие протекающие в них тепловые процессы, чтобы достоверно прогнозировать возможность появления отрицательной температуры у транспортируемой жидкости, а также предусматривать специальные меры, препятствующие ее замерзанию. Первым шагом на пути к достижению этой цели

является более детальное описание тепловых процессов в сечении трубопровода, построенное на решении нестационарного уравнения теплопроводности с фазовыми переходами, вызванными замерзанием находящейся в теплоизоляции влаги, резко меняющим коэффициент ее теплопроводности. Поскольку аналитическое решение такого уравнения невозможно, ниже предлагается ячеечная модель теплового процесса в сечении трубопровода с дальнейшим ее

использованием для расчета распределения температуры жидкости вдоль трубы.

Расчетная схема ячеечной модели сечения трубопровода показана на рис. 1. В силу предположения об осевой симметрии задачи, из сечения выделен сектор с углом  $\Delta\varphi$ , который разбит по радиусу на  $m_2$  ячеек радиальной протяженности  $\Delta r$ . Поскольку толщина стенки трубы мала по сравнению с другими характерными размерами сечения, а теплопроводность металла велика, собственно труба рассматривается только как граница между жидкостью и теплоизоляцией, размещенной между радиусами  $R_1$  и  $R_2$ .

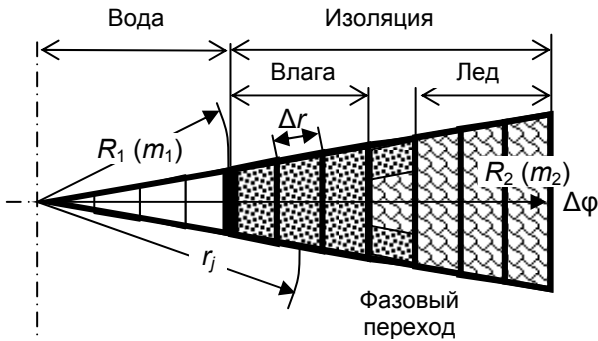


Рис. 1. Расчетная схема ячеечной модели сечения трубопровода

Теплофизические свойства ячеек представлены в виде векторов-столбцов размера  $m_2 \times 1$ , например  $\lambda = \{\lambda_j\}$  – вектор коэффициентов теплопроводности,  $c$  – вектор теплоемкостей,  $\rho$  – вектор плотностей и т.д. Аналогично представлены параметры теплофизического состояния ячеек:  $Q$  – вектор теплоты;  $t$  – вектор температур;  $M_w$  – вектор содержания влаги в ячейках;  $M_i$  – вектор содержания льда. Состояние процесса наблюдается через дискретные промежутки времени  $\Delta\tau$  в моменты времени  $\tau_k = (k - 1)\Delta\tau$ , где  $k$  – номер временного перехода, являющийся целочисленным аналогом времени. Задача моделирования заключается в описании эволюции векторов состояния, начиная с их заданных начальных значений. Основным кинетическим уравнением процесса является рекуррентное матричное равенство

$$Q^{k+1} = P(Q^k + \Delta Q_e^k + \Delta Q_i^k + \Delta Q_{ph}^k), \quad (1)$$

где  $Q^k$  и  $Q^{k+1}$  – текущее и последующее через  $\Delta\tau$  распределение теплоты по ячейкам;  $\Delta Q_e^k$  – изменение теплоты, вызванное действием внешних тепловых источников (теплоотдачей на ограничивающих поверхностях);  $\Delta Q_i^k$  – изменение теплоты, вызванное действием независимых внутренних источников (например, электрообогревом);  $\Delta Q_{ph}^k$  – теплота, учитывающая фазовые переходы в изоляции;  $P$  – матрица теплопроводности.

Вектор изменения теплоты от действия внешних тепловых источников  $\Delta Q_e^k$  в рассматриваемом случае имеет ненулевые элементы

только для ячеек с номерами  $m_1+1$  (теплоотдача от воды к внутренней стенке трубы) и  $m_2$  (теплоотдача от наружной поверхности изоляции к окружающему воздуху). Эти элементы рассчитываются по формулам:

$$\Delta Q_{e,m_1+1}^k = \alpha_w R_1 \Delta r (t_w^k - t_{m_1+1}^k) \Delta\tau, \quad (2)$$

$$\Delta Q_{e,m_2}^k = \alpha_a R_2 \Delta r (t_a^k - t_{m_2}^k) \Delta\tau, \quad (3)$$

где  $\alpha_w$  и  $\alpha_a$  – коэффициенты теплоотдачи от жидкости к стенке трубы и от наружной поверхности изоляции к воздуху;  $t_w^k$  и  $t_a^k$  – в общем случае переменные температуры жидкости и окружающего воздуха.

Фазовые переходы, приводящие к наличию или отсутствию  $\Delta Q_{ph}^k$ , учитываются следующим образом. Если происходит охлаждение  $j$ -й ячейки, т. е.  $t_j^{k+1} < t_j^k$ , и оказывается, что  $t_j^{k+1} < t_{ph}$  и  $M_{ij}^k < M_{w0j}$  (замерзла не вся имевшаяся в  $j$ -й ячейке влага), то принимается, что  $t_j^{k+1} = t_{ph}$ , а теплота  $\Delta Q_{phj}^k = c_j^k \rho_j^k (t_j^{k+1} - t_j^k) r_j \Delta r \Delta\varphi$  идет на формирование твердой фазы (льда), масса которой в конце перехода составит

$$M_{ij}^{k+1} = M_{ij}^k + \Delta Q_{phj}^k / q_p, \quad (4)$$

где  $q_p$  – удельная теплота замерзания влаги.

Если окажется, что после очередного перехода  $M_{ij}^k < M_{w0j}$  (замерзла вся влага), то  $M_{ij}^{k+1}$  приравнивается к  $M_{w0j}$  и фазовый переход в этой ячейке заканчивается, а дальнейшая эволюция теплоты и температуры в ней контролируется только матрицей теплопроводности, но уже с новым значением коэффициента теплопроводности для этой ячейки. Иначе говоря, в зоне теплоизоляции появляется окружность переменного радиуса, разделяющая зоны с замерзшей и капельной влагой. Поэтому векторы теплофизических свойств следует корректировать на каждом временном переходе.

Матрица теплопроводности  $P$  строится для теплоизолированного сечения. Она является трехдиагональной матрицей размера  $m_2 \times m_2$ . Если объединить правило построения такой матрицы для кольцевой области с однородными свойствами [1] и для прямоугольной области со скачками свойств [2], то получится искомая матрица, структура которой видна из ее следующего фрагмента:

$$P = \begin{bmatrix} \dots & \dots & & 0 & & \dots \\ & & & \frac{\lambda_{j-1}^k}{c_j^k \rho_j^k} \left(1 - \frac{\Delta r}{2r_j}\right) & & \dots \\ \dots & \dots & & & & \dots \\ \dots & \dots & 1 - \frac{\lambda_{j-1}^k}{c_j^k \rho_j^k} \left(1 - \frac{\Delta r}{2r_j}\right) - \frac{\lambda_j^k}{c_j^k \rho_j^k} \left(1 + \frac{\Delta r}{2r_j}\right) & & \dots & \dots \\ \dots & \dots & & \frac{\lambda_j^k}{c_j^k \rho_j^k} \left(1 + \frac{\Delta r}{2r_j}\right) & & \dots \\ \dots & \dots & & & 0 & \dots \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Связь между вектором теплоты  $\mathbf{Q}^k$  и вектором температуры  $\mathbf{t}^k$  определена следующей формулой:

$$t_j^k = \frac{Q_j^k}{c_j^k \rho_j^k r_j \Delta r \Delta \varphi} \quad (6)$$

Формулы (1)–(6) вместе с соответствующим эмпирическим обеспечением позволяют полностью описать тепловое состояние в различных сечениях трубопровода.

На рис. 2–4 показан пример моделирования этого состояния для трубопровода диаметром 200 мм со слоем изоляции 50 мм при тестовом скачке температуры от +10 до -10°C при начальном содержании влаги в изоляции 0,1 кг/кг. Теплопроводность влажной изоляции принята равной 0,09 Вт/(м\*К), изоляции с промерзшей влагой – 0,18 Вт/(м\*К). На рис. 2 показана эволюция распределения температуры по радиусу изоляции при постоянной температуре подаваемой воды +10°C. При достижении на некотором радиусе (в некоторой ячейке) температуры фазового перехода 0°C изменение температуры приостанавливается до полного замерзания имевшейся в ячейке влаги, после чего процесс идет с уже другим коэффициентом теплопроводности.

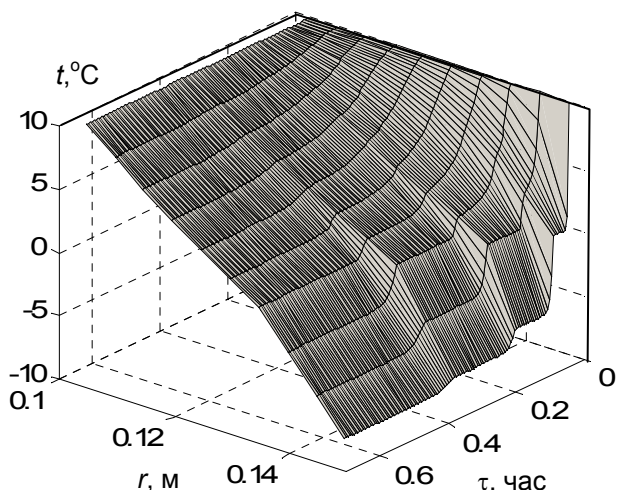


Рис. 2. Эволюция распределения температуры в теплоизоляции после скачкообразного снижения температуры

На рис. 3 показана кинетика промерзания изоляции, т. е. продвижение фронта промерзания вглубь нее. Фронт характеризуется номером ячейки, в которой находится смесь влаги и льда; выше нее влага промерзла полностью, ниже – находится в капельном состоянии. Положение фронта стабилизируется на определенной глубине от поверхности, причем эта глубина зависит от температуры окружающей среды и температуры жидкости. На рис. 4 показана зависимость установившегося положения фронта промерзания от температуры воды при постоянной температуре окружающей среды -10°C. Не составляет труда построить семейство таких зависимостей для разных температур

окружающей среды и использовать его для расчета термического сопротивления сечения трубопровода.

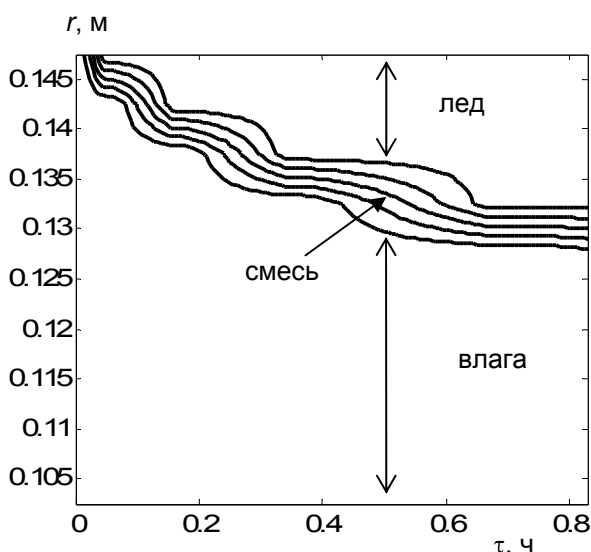


Рис. 3. Кинетика промерзания теплоизоляции

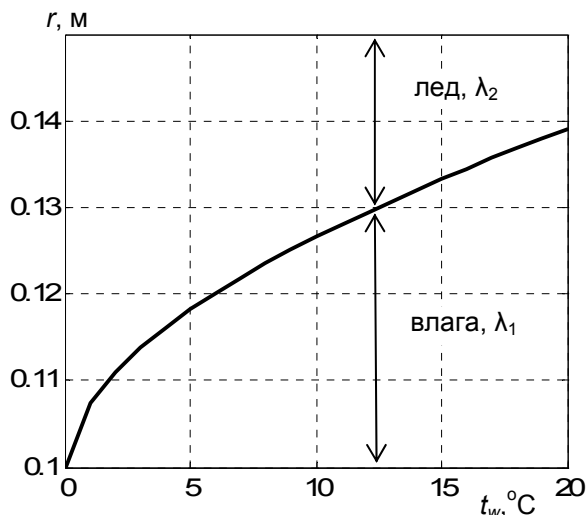


Рис. 4. Установившаяся глубина промерзания при разной температуре жидкости

Другой пример моделирования – распределение температуры воды по длине трубопровода. Если считать, что вода движется в режиме идеального вытеснения, то на каждом временном переходе она проходит расстояние  $V\Delta t$ , а полное число переходов при длине трубопровода  $L$  составляет  $n = L/V\Delta t$ . При этом на каждом временном переходе от воды отнимается теплота, определяемая равенством (2). Это позволяет рассчитать понижение ее температуры из простого уравнения теплового баланса. На рис. 5 штриховой линией показано изменение температуры воды по длине  $x$  трубопровода диаметром 100 мм с изоляцией толщиной 50 мм и общей длиной трубы 3000 м при температуре окружающей среды -20°C. Для простоты считается, что влага в теплоизоляции замерзла полностью. Анализ графика (рис. 5) показывает, что на расстоянии 2500 м

от начала трубопровода достигается нулевая температура воды, что приведет к началу ее замерзания и, возможно, к аварийному останову. Сместить положение сечения с нулевой температурой в самый конец трубопровода возможно, например, используя его электрообогрев, т. е. вводя в кинетическое равенство (1) слагаемое  $\Delta Q_i^k$  и меняя его таким образом, чтобы сечение с нулевой температурой воды сместилось в положение  $x = L$ . Если считать, что тепловыделение от электрообогревателя постоянно по длине трубы, то полная требуемая мощность обогрева составит

$$N_e = \Delta Q_i 2\pi(n - k_e) / (\Delta\phi\Delta\tau), \quad (7)$$

где  $k_e$  – номер временного перехода (соответствующий положению координаты  $x$ ), с которого начинается обогрев.

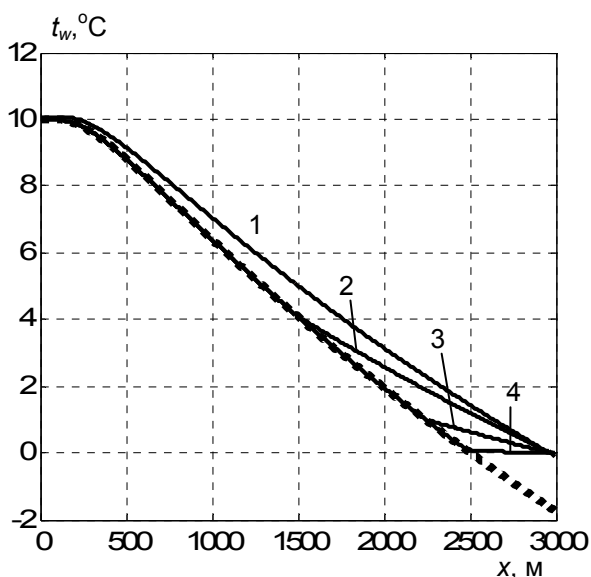


Рис. 5. Распределение температуры жидкости по длине трубопровода при различном положении начала обогреваемого участка (штриховая линия – без обогрева; 1 –  $N_e = 75$  кВт; 2 – 67; 3 – 63; 4 – 62,5)

На рис. 5 линиями 1–4 показаны графики остывания воды при различных положениях сечения начала обогрева. Чем ближе это сечение к концу трубопровода, тем большее значение  $\Delta Q_i$  требуется, чтобы обеспечить нулевую температуру в самом конце трубы, но в то же время этот теплоподвод осуществляется на меньшей длине, причем оба этих фактора влияют на тепловую мощность обогрева.

На рис. 6 показана зависимость мощности от положения начала участка обогрева. Оказывается, что энергетически выгодно обогревать толь-

ко замерзающий участок, длина которого, однако, меняется с изменением окружающей температуры. Поэтому целесообразно иметь секционированный обогрев, включая секции в соответствии с окружающей температурой.

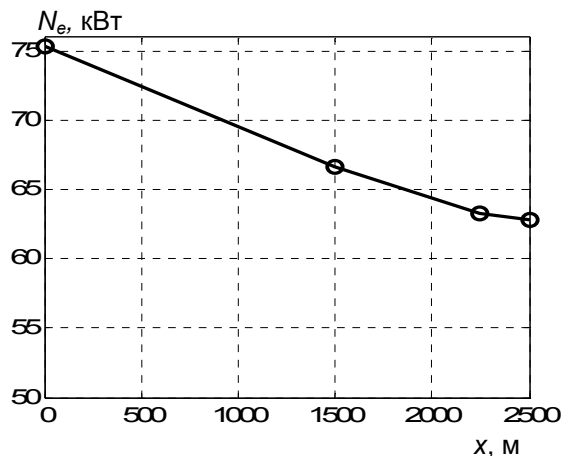


Рис.6. Зависимость мощности электрического обогрева от положения начала обогреваемого участка

Предложенная модель позволяет решать и другие практические задачи теплового расчета трубопроводов, анализ которых выходит за рамки настоящей статьи.

#### Список литературы

1. Berthiaux H., Mizonov V., Zhukov V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology // *Powder Technology*. – 157 (2005). – 128–137.
2. Ячеечная модель нелинейной теплопередачи через многослойную стенку / С.В. Федосов, В.Е. Мизонов, Н.Р. Порошин, Н.Н. Елин // *Строительство и реконструкция*. – 2011 (ноябрь–декабрь). – № 6(38). – С. 50–56.
3. Моделирование теплопроводности в кольцевой области с нестационарными краевыми условиями слое / И.А. Болотов, П.В. Жуков, В.Е. Мизонов и др. // *Изв. вузов. Химия и химическая технология*. – 2012. – Т. 55. – Вып. 1. – С. 104–107.

#### References

1. Berthiaux, H., Mizonov, V., Zhukov, V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology. *Powder Technology*, 157 (2005), 128–137.
2. Fedosov, S.V., Mizonov, V.E., Poroshin, N.R., Elin, N.N. Yachechnaya model' nelineynoy teploperedachi cherez mnogoslounnyu stenku [The Cell Model of Non-linear Heat Transfer through a Multi-layer Wall]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*, 2011, no. 6(38), pp. 50–56.
3. Bolotov, I.A., Zhukov, P.V., Mizonov, V.E., Dobrotin, S.A., Zaytsev, V.A. Modelirovanie teploprovodnosti v kol'tsevoy oblasti s nestatsionarnymi kraevymi usloviyami sloe [Heat Transfer Simulation in Circle Domain with Non-stationary Boundary Conditions]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2012, vol. 55, issue 1, pp. 104–107.

Мизонов Вадим Евгеньевич,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики,  
e-mail: mizonov46@mail.ru

*Елин Николай Николаевич,*  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный архитектурно-строительный университет»,  
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой гидравлики, водоснабжения и водоотведения,  
e-mail: yelinnn@mail.ru

*Попельшко Александр Валерьевич,*  
ФГБОУВПО «Норильский индустриальный институт»,  
аспирант кафедры информационных систем и технологий  
e-mail: sove001@gmail.com

*Мыльников Владимир Аркадьевич,*  
ФГБОУВПО «Норильский индустриальный институт»,  
кандидат технических наук, доцент, начальник центра информационных технологий,  
e-mail: mva\_etn@mail.ru