

Соотношение мгновенной мощности в трехфазной и прямоугольной системах координат

С.В. Гумилевский, В.М. Степанов, Т.Ю. Фрозинова
ФГБОУВПО «Тульский государственный университет», г. Тула, Российская Федерация
E-mail: energy@tsu.tula.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В настоящее время в устройствах компенсации реактивной мощности применяются цифровые системы управления, работа которых основана на использовании различных алгоритмов для определения мгновенной мощности. Для несимметричных систем классические методы не всегда подходят. В связи с этим актуальной является разработка алгоритмов определения мгновенной мощности для несимметричной системы.

Материалы и методы: Рассмотрены уравнения определения активной составляющей мощности для перехода от трехфазной к прямоугольной системе координат.

Результаты: Рассмотрен один из алгоритмов для несимметричной системы. Обоснована формула для определения активной составляющей в ортогональной системе координат.

Выводы: Применение полученных результатов направлено на повышение эффективности работы устройств компенсации реактивной мощности.

Ключевые слова: мгновенная мощность, система координат, несимметричная система.

Ratio of Instantaneous Power in Three-Phase and Rectangular Coordinate Systems

S.V. Gumilevskiy, V.M. Stepanov, T.Y. Frozinova
Tula State University, Tula, Russian Federation
E-mail: energy@tsu.tula.ru

Abstract

Background: At present the digital control systems are applied in devices for reactive power compensation, their work is based on the usage of different algorithms to determine the instantaneous power. For non-symmetric systems the classical approaches are not always suitable.

Materials and methods: The equations of determining the active component of power for three-phase transition to a rectangular coordinate system are considered.

Results: One of the algorithms for non-symmetric systems is discussed. The formula for determining the active component in an orthogonal coordinate system is substantiated.

Conclusions: The application of the received results is aimed at improving the work efficiency of reactive power compensation devices.

Key words: instantaneous power, coordinate system, unbalanced system.

В электротехнике применяется трехфазная система питания abc . В паспортных данных устройств приводится мощность, которая равна сумме потребления мощностей по каждой фазе. Современные устройства имеют цифровую систему управления. Основной частью этой системы является контроллер. Под него составляют математическую модель, которая должна соответствовать нескольким условиям. Во-первых, формулы должны содержать математические операции умножения, деления, суммы и разности, это обуславливается тем, что другие операции невозможно осуществить. Во-вторых, следует уменьшить количество математических операций, так как от этого зависит быстрдействие. Последнее очень часто достигается переходом от трехфазной модели к двухфазной. Это также называют переходом к прямоугольной системе координат. В-третьих, необходим выбор подходящей номинальной модели. Любая модель –

это приближение. Степень этого приближения зависит от конкретных задач. Для систем управления устройств компенсации реактивной мощности применяют прямоугольную вращающуюся систему координат $dq0$. Это объясняется тем, что для линейной модели в неподвижной системе координат индуктивности являются функциями \sin и \cos . В системе $dq0$ они принимают постоянное значение. В современной технике переход между системами abc и $dq0$ имеет очень важное значение. Поэтому важно знать математические зависимости этого перехода [1]. Рассмотрим одну такую зависимость для мгновенной мощности.

Мгновенная мощность в трехфазной системе abc рассчитывается как

$$P_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c. \quad (1)$$

Эту сумму произведений можно представить как произведение матриц напряжения и тока в системе abc . Далее с помощью матрицы T_{dq0} переходим в систему $dq0$:

$$[T_{dq0}^{-1}] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

С помощью (2) переписываем (1):

$$P_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c = [u_a \ u_b \ u_c] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{dq0}^{-1}] \\ [u_d \\ u_q \\ u_0] \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} [T_{dq0}^{-1}] \\ i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 u_d + a_2 u_q + a_3 u_0 \\ b_1 u_d + b_2 u_q + b_3 u_0 \\ c_1 u_d + c_2 u_q + c_3 u_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_1 i_d + a_2 i_q + a_3 i_0 \\ b_1 i_d + b_2 i_q + b_3 i_0 \\ c_1 i_d + c_2 i_q + c_3 i_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Проводим перемножение и группировку слагаемых:

$$u_d i_d (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2) + u_q i_q (a_2^2 + b_2^2 + c_2^2) + u_0 i_0 (a_3^2 + b_3^2 + c_3^2) + u_d i_q (a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2) + u_q i_d (a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2) + u_d i_0 (a_1 a_3 + b_1 b_3 + c_1 c_3) + u_0 i_d (a_1 a_3 + b_1 b_3 + c_1 c_3) + u_q i_0 (a_2 a_3 + b_2 b_3 + c_2 c_3) + u_0 i_q (a_2 a_3 + b_2 b_3 + c_2 c_3). \quad (4)$$

Находящиеся в скобках выражения являются функциями угла θ , но наряду с этим при любом его значении равны константам:

$$\begin{aligned} a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 &= \frac{3}{2}, & a_1 a_3 + b_1 b_3 + c_1 c_3 &= 0, \\ a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 &= \frac{3}{2}, & a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 &= 0, \\ a_3^2 + b_3^2 + c_3^2 &= 3, & a_2 a_3 + b_2 b_3 + c_2 c_3 &= 0, \\ a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 &= 0, & a_1 a_3 + b_1 b_3 + c_1 c_3 &= 0, \\ & & a_2 a_3 + b_2 b_3 + c_2 c_3 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Применяя тригонометрические преобразования для произведения \sin и \cos , математически доказываем справедливость выше написанного:

$$\begin{aligned} a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 &= \cos^2 \theta + \cos^2(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos^2(\theta - \frac{4\pi}{3}) = \\ &= \cos^2 \theta + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta - \frac{8\pi}{3}) = \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta) + \cos(2\theta - 2\pi) \cos(-\frac{4\pi}{3}) = \frac{3}{2}; \\ a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 &= \cos\theta \sin\theta + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \\ &+ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) = \frac{1}{2} \sin 2\theta + \frac{1}{2} \sin(2\theta - \frac{4\pi}{3}) + \\ &+ \frac{1}{2} \sin(2\theta - \frac{8\pi}{3}) = \frac{1}{2} \sin 2\theta + \sin(2\theta - 2\pi) \cos(\frac{4\pi}{3}) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Мгновенные мощности в трехфазной системе abc и в произвольно вращающейся прямоугольной системе $dq0$ связаны следующим соотношением:

$$P_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q) + 3u_0 i_0. \quad (7)$$

В некоторых источниках приводятся «готовые» выражения без вывода зависимостей. Такой подход может привести к ошибочным результатам. Отсутствие в литературе полных математических выкладок создает противоречивые ситуации. Встречается следующее выражение для расчета мгновенной мощности:

$$P_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c = \frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q) + \frac{1}{3} u_0 i_0. \quad (8)$$

При сравнении формулы (7) и (8) дают различный результат. Если напряжения и ток выбрать симметричными, то результат вычислений по формулам (7) и (8) будет одинаков. Это объясняется тем, что при симметричных переменных последние слагаемые обращаются в нуль, и поэтому не имеет значения, какой стоит коэффициент. Это является основанием того, что последнюю формулу не следует применять.

Анализ электротехнических устройств сложен. Для вывода математических зависимостей он требует четких, обоснованных и последовательных действий. Применение полученных результатов направлено на повышение эффективности работы устройств компенсации реактивной мощности.

Список литературы

1. **Chee-Mun Ong.** Dynamic Simulation of Electric Machinery, 1997.

Гумилевский Сергей Владимирович,
ФГБОУВПО «Тульский государственный университет»,
аспирант кафедры электроэнергетики,
e-mail: energy@tsu.tula.ru

Степанов Владимир Михайлович,
ФГБОУВПО «Тульский государственный университет»,
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электроэнергетики,
e-mail: energy@tsu.tula.ru

Фрозинова Татьяна Юрьевна,
ФГБОУВПО «Тульский государственный университет»,
аспирант кафедры электроэнергетики,
e-mail: energy@tsu.tula.ru