

## Оценка влияния несинусоидальности питающего напряжения на напряжения смятия зубцов асинхронных двигателей

Е.А. Шумилов<sup>1</sup>, С.К. Гнутов<sup>1</sup>, А.В. Тамьяров<sup>1</sup>, Ю.Б. Казаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУВО «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани,  
г. Сызрань, Российская Федерация

E-mail: shumilov\_e\_a@mail.ru

<sup>2</sup>ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»  
г. Иваново, Российская Федерация

E-mail: elmash@em.ispu.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Механические напряжения в зубцах электрических двигателей и их деформации вследствие действия электромагнитных сил не должны превышать допустимых значений. Существующие методики позволяют определять механические напряжения в зубцах и их деформации при синусоидальном питающем двигателе напряжении. Современные электротехнические установки часто используют системы частотного управления с несинусоидальным питающим напряжением от преобразователей частоты. Наличие высших временных гармоник напряжения вызывает дополнительный спектр электромагнитных сил в электродвигателе. В связи с этим необходима оценка влияния несинусоидальности питающего напряжения на напряжения смятия зубцов асинхронных двигателей.

**Материалы и методы:** Использована разработанная имитационная модель асинхронного частотно-регулируемого электропривода в среде Simulink пакета Matlab, применен метод разложения кривой напряжения на временные гармоники, использованы методы спектрального анализа токов и конечно-элементного моделирования электромагнитных полей, сил и изгибающих моментов, метод определения суммарных механических напряжений.

**Результаты:** Разработана методика оценки влияния несинусоидальности питающего напряжения на напряжения смятия зубцов асинхронных двигателей, которая учитывает форму несинусоидальности, в том числе в виде широтно-импульсной модуляции, зубчатость сердечников статора и ротора, электромагнитное состояние двигателя, спектр временных и пространственных гармоник электромагнитных сил. Оценены напряжения смятия зубцов статора асинхронного двигателя при синусоидальной форме питающего напряжения и при питании от преобразователя частоты с широтно-импульсной модуляцией напряжения.

**Выводы:** Несинусоидальность питающего напряжения вызывает появление спектра временных гармоник напряжения, дополнительного спектра электромагнитных сил в электродвигателе, что изменяет напряжения смятия и деформацию зубцов. Разработанная методика позволяет проводить оценку влияния несинусоидальности питающего напряжения на напряжения смятия зубцов асинхронных двигателей. Применение преобразователей частоты с широтно-импульсной модуляцией для питания асинхронных двигателей, по сравнению с источником синусоидального напряжения, приводит к увеличению изгибающего момента и напряжения смятия зубцов статора до 10 %, по сравнению с синусоидальным питающим напряжением. Повышение несущей частоты широтно-импульсной модуляции снижает дополнительную деформацию зубцов асинхронных двигателей.

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель, несинусоидальное питающее напряжение, конечно-элементные модели, магнитное поле, электромагнитные усилия, изгибающие моменты, напряжения смятия зубцов.

## Evaluation of supply voltage non-sinusoidality effect on tooth buckling stress in asynchronous engines

E.A. Shumilov<sup>1</sup>, S.K. Gnutov<sup>1</sup>, A.V. Tamyarov<sup>1</sup>, Yu.B. Kazakov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Technical University, Syzran, Russian Federation

E-mail: shumilov\_e\_a@mail.ru

<sup>2</sup>Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

E-mail: elmash@em.ispu.ru

### Abstract

**Background:** Mechanical stresses in electric motor teeth and their deformation by electromagnetic forces should not exceed admissible values. The existing methods determine tooth mechanical stresses and deformations under sinusoidal supply voltage. But modern electrical units often use frequency control systems with non-sinusoidal voltage supply from frequency converters, with higher voltage time harmonics causing an additional range of electromagnetic forces in the electric motor. This makes it urgent to evaluate the impact of supply voltage non-sinusoidality on tooth buckling stresses in asynchronous engines.

**Materials and methods:** The study employed the developed simulation model of asynchronous variable-frequency electric drive in the Simulink environment of the Matlab package, the method of voltage curve decomposition into time harmonics, methods of current spectral analysis and finite element simulation of electromagnetic fields, forces and bending moments, method of determining the total mechanical stress.

**Results:** A technique has been developed for evaluation of supply voltage nonsinusoidality effect on asynchronous drive tooth buckling stress taking into account the nonsinusoidality form, including pulse-width modulation, stator and rotor core serration, electromagnetic engine condition, range of time and space harmonics of electromagnetic forces. Stator tooth buckling stresses of asynchronous engines have been evaluated for sinusoidal form of supply voltage and supply from voltage pulse-width modulation frequency converter.

**Conclusions:** Supply voltage non-sinusoidality causes a range of voltage time harmonics, an additional range of electromagnetic forces in the electric motor, which changes tooth buckling stresses and deformations. The developed technique allows evaluation of the effect of supply voltage non-sinusoidality on asynchronous engine tooth buckling stresses. Using pulse-width modulation frequency converters to supply asynchronous engines, in comparison with a sinusoidal voltage source, increases the bending moment and stator tooth buckling stress by up to 10 %. Increasing the carrier frequency of pulse-width modulation reduces additional asynchronous engine tooth deformation.

**Key words:** asynchronous engine, non-sinusoidal supply voltage, finite-element models, magnetic field, electromagnetic efforts, bending moments, tooth buckling stresses.

DOI: 10.17588/2072-2672.2017.1.033-039

**Введение.** В современных частотно-регулируемых асинхронных электроприводах широко применяются преобразователи частоты (ПЧ) с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) напряжения. Они позволяют осуществлять плавное регулирование частоты вращения асинхронных двигателей (АД), переводить работу приводных устройств в экономичные режимы, повысить надежность работы АД и рабочих механизмов.

Применение ШИМ с неудачно выбранными методом модуляции и параметрами модуляции (скважностью и несущей частотой) обуславливает появление во входном напряжении и токе АД высокочастотных составляющих, амплитуды которых могут достигать значительных величин [9]. Частотный спектр тока статора зависит от типа АД, нагрузки и параметров преобразователя [1, 2]. Наличие высших гармонических составляющих тока обуславливает появление в АД периодически изменяющихся тангенциальных и радиальных магнитных сил [8]. Переменные тангенциальные силы приводят к пульсациям электромагнитного момента АД. Переменные радиальные силы, действующие на ярма и зубцы статора и ротора, вызывают пульсации изгибающих моментов деформации сердечников и зубцов и возможное нарушение их конфигурации. Механические напряжения в зубцах электрических двигателей и их деформации вследствие действия электромагнитных сил не должны превышать допустимых значений. Значение магнитных сил определяет гармонический спектр напряжения питания. Одновременно высокочастотные деформации сердечников будут вызывать высокочастотные вибрации и дополнительный электромагнитный шум [2].

Наиболее сильно изгибающие моменты воздействуют на зубцовые зоны электродвигателей вследствие большой поверхности действия сил на зубец и небольшой ширины зубца в основании. Деформации зубцов вызывают деформацию обмотки, уложенной в паз между соседними зубцами, что приводит к снижению надежности ее работы, могут привести к поломке зубцов. Существующие методики [6] позволяют определять изгибающие моменты сердечников статора

АД при синусоидальном питающем напряжении. В связи с отсутствием расчетных методик изменения изгибающих моментов при несинусоидальном напряжении, необходима оценка влияния несинусоидальности питающего напряжения на напряжения смятия зубцов асинхронных двигателей. Исследование изгибающих усилий и моментов, действующих на зубцовые сердечники АД при работе от ПЧ с ШИМ напряжения, позволит оценивать влияние параметров ШИМ на деформацию сердечников и зубцов статора и ротора. Целесообразна разработка методики оценки влияния несинусоидальности питающего напряжения на деформацию статора АД.

**Материалы и методы.** Современные средства позволяют проводить детальный расчет локальных усилий и деформаций при различных параметрах питающего напряжения. Разработана методика, которая включает разложение формы кривой напряжения на временные гармоники, конечно-элементное моделирование и расчет электромагнитных полей, сил и изгибающих моментов, определение интегральных показателей напряжений смятия зубцовых зон асинхронного двигателя от совокупного действия всего спектра гармоник электромагнитных сил.

Вначале выполняется спектральный анализ тока на основе имитационной модели асинхронного частотно-регулируемого электропривода в среде Simulink пакета Matlab. Имитационная модель АД с короткозамкнутым ротором при питании от ПЧ с синусоидальной ШИМ-напряжения представлена на рис. 1 [3]. Несущая частота преобразователя  $f_n$  принималась 600 и 1200 Гц, модулирующая – 50 Гц. На основе имитационной модели формируются временные зависимости выходного напряжения инвертора (рис. 2).

Далее на основе гармонического анализа определяются высшие гармонические напряжения статора АД, на основании которых рассчитываются высокочастотные составляющие тока исходя из допущения, что, по отношению к высшим временным гармоникам напряжения, АД, работающий в режимах от пуска до холостого хода на первой гармонике, находится в режиме короткого замыкания.

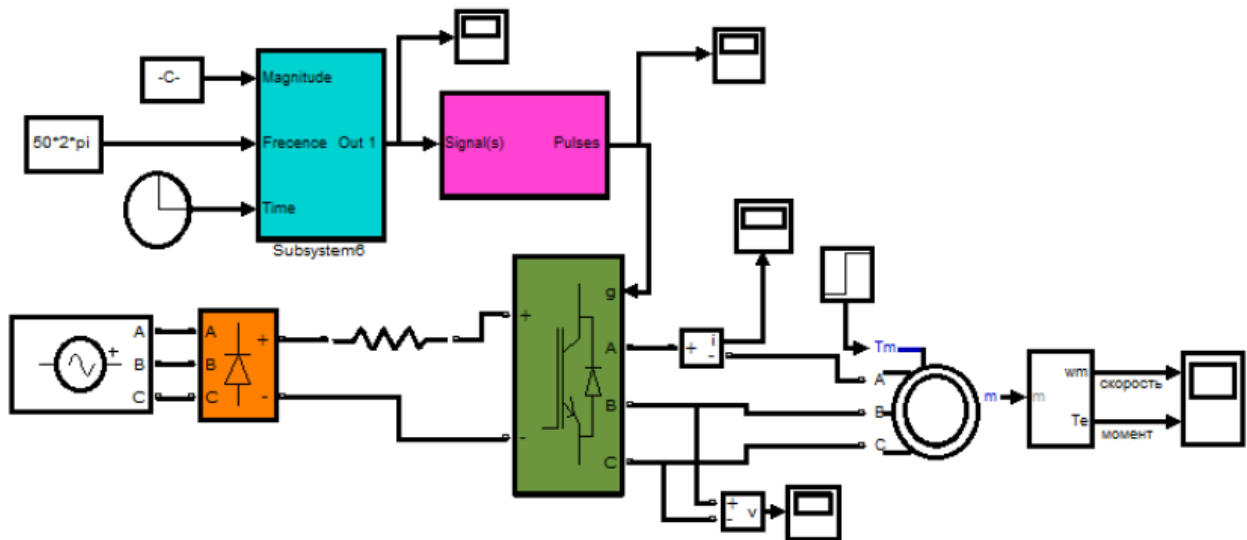


Рис. 1. Имитационная модель АД при питании от ПЧ с синусоидальной ШИМ

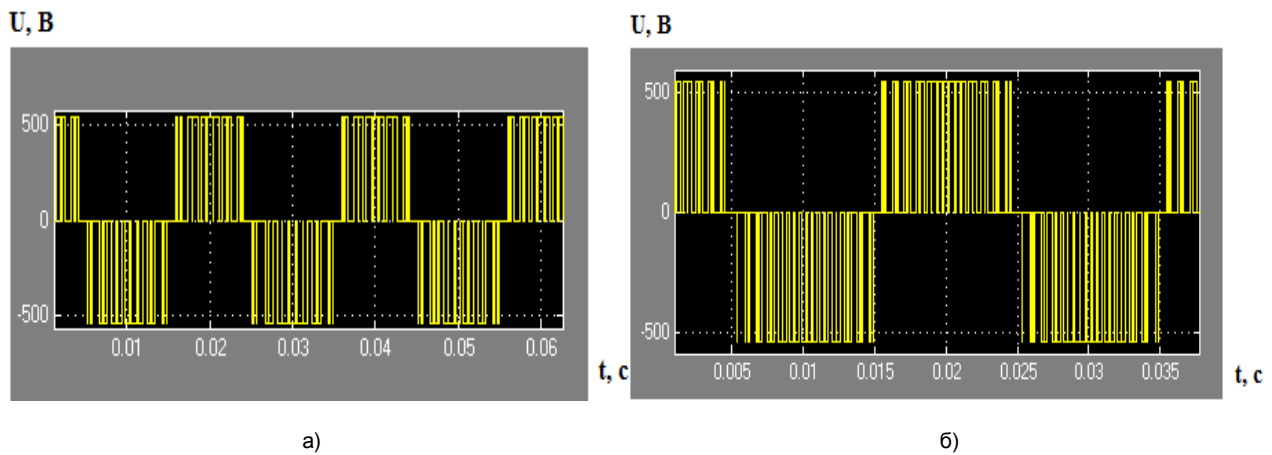


Рис. 2. Временные зависимости выходного напряжения инвертора преобразователя частоты: а – при несущей частоте 600 Гц; б – при несущей частоте 1200 Гц

Моделирование изгибающих моментов зубцов статора АД при питании синусоидальным напряжением и от ПЧ с ШИМ осуществлялось методом конечных элементов при решении сопряженной задачи с расчетами электромагнитных полей и полей механических напряжений и деформаций.

Задавались конфигурации магнитопроводов, зубцово-пазовых зон, корпуса, обмоточные данные АД, характеристики намагничивания и параметры материалов, временные функции тока и напряжения питания.

Для достижения заданной точности вычисления моментов деформаций АД за минимальное число итераций задавалась сетка с определенным числом конечных элементов [5].

Значение магнитной силы, действующей на тела, заключенные в заданном контуре интегрирования, рассчитывается как [10]

$$F = \frac{1}{2} \oint H(n \cdot B) + B(n \cdot H) - n(H \cdot B) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности, ограничивающей объем;  $n$  – вектор единичной внешней нормали к поверхности.

Значение вращающего момента ponderomotorной силы, действующей на тела, заключенные в заданном контуре интегрирования, определяется как

$$M = \frac{1}{2} \oint ((r \times H)(n \cdot B) + (r \times H)(n \cdot H) - (r \times H)(H \cdot B)) ds,$$

где  $r$  – радиус-вектор точки интегрирования.

Суммарный изгибающий момент, действующий на зубец статора, составляет

$$M = \sum_{i=1}^N m_i r_i,$$

где  $m_i(r_i)$  – локальный изгибающий момент деформации зубца статора относительно радиуса  $r_i$  изгиба;  $N$  – число конечных элементов, приходящихся на зубец статора при моделировании.

Напряжение смятия зубца статора составляет

$$\sigma_{сз} = \frac{M}{r_{ср} z k s'}$$

где  $r_{ср} = \frac{d + h_{3C}}{2}$ ,  $d$  – внутренний диаметр статора,  $h_{3C}$  – высота зубца статора;  $z$  – число зубцов статора;  $k$  – коэффициент распределения нагрузки по окружности;  $s$  – площадь поперечного сечения зубца статора [7].

**Результаты.** Выполнен анализ влияния несинусоидальности питающего напряжения на деформацию ярма и зубцов статора АД мощностью 550 Вт и с синхронной частотой вращения 1000 об/мин при питании от ПЧ с синусоидальной

ШИМ-напряжения. С помощью гармонического анализа определены высшие гармонические напряжения статора АД (рис. 3), на основании которых рассчитаны высокочастотные составляющие тока [4].

В результате компьютерного моделирования методом конечных элементов были получены векторные диаграммы распределения локальных изгибающих моментов  $m(x)$ , действующих на зубцы статора АД при различных источниках питания (рис. 4–7).

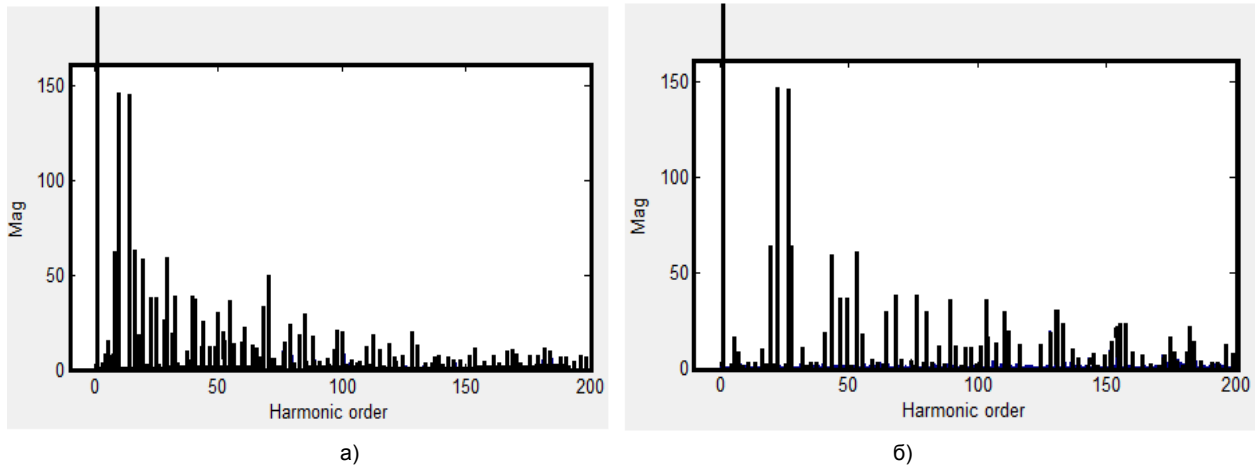


Рис. 3. Диаграммы амплитуд гармоник напряжения: а – при несущей частоте инвертора 600 Гц; б – при несущей частоте 1200 Гц

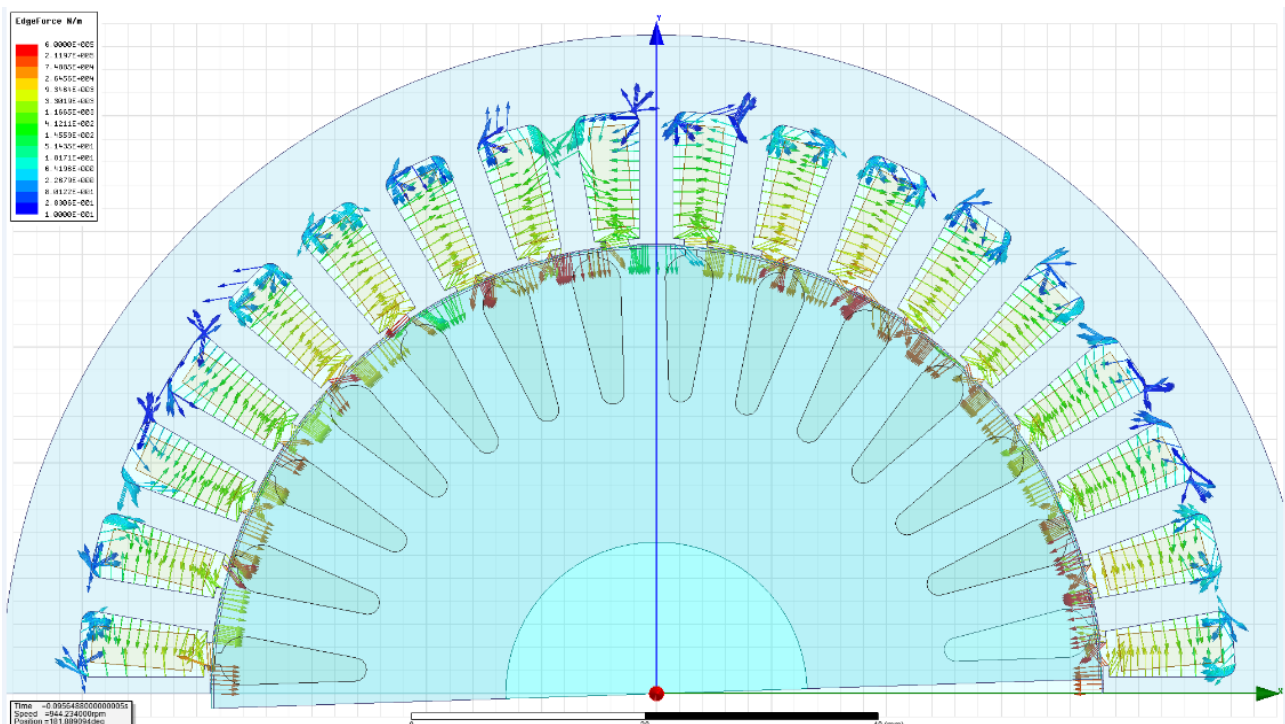


Рис. 4. Векторная диаграмма распределения изгибающих зубцы статора АД сил и моментов

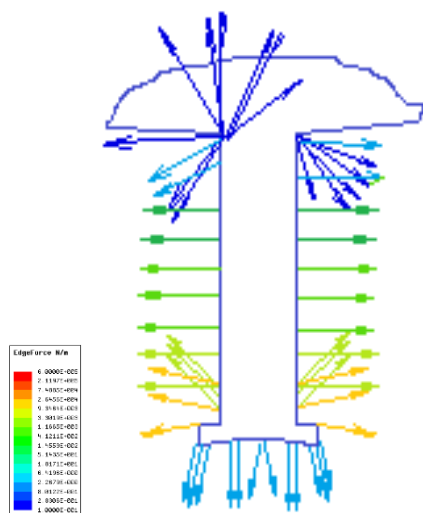


Рис. 5. Векторная диаграмма распределения локальных изгибающих зубцы статора АД сил при питании от ПЧ с синусоидальной ШИМ,  $f_H = 1200$  Гц

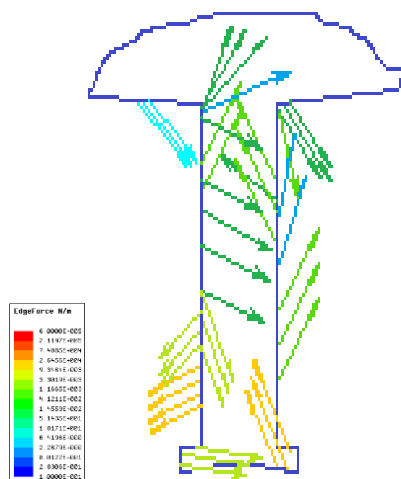


Рис. 6. Векторная диаграмма распределения локальных изгибающих зубцы статора АД сил при питании от ПЧ с синусоидальной ШИМ,  $f_H = 600$  Гц

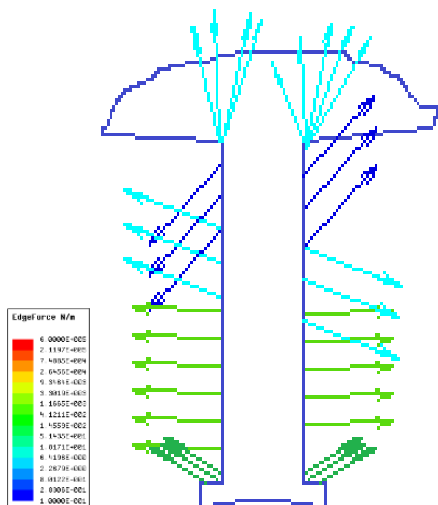


Рис. 7. Векторная диаграмма распределения локальных изгибающих зубцы статора АД сил при питании синусоидальным напряжением

Для рассматриваемого АД значения  $M$  и  $\sigma_{сз}$  при различных параметрах источника питания занесены в таблицу.

**Изгибающий момент и напряжение смятия зубца статора АД при различных источниках питания**

Источник питания АД	$M$ , Н·м	$\sigma_{сз}$ , МПа
ПЧ с синусоидальной ШИМ, $f_H = 600$ Гц	600	19,87
ПЧ с синусоидальной ШИМ, $f_H = 1200$ Гц	582	19,27
Синусоидальное напряжение	560	18,67

Сравнение полученных значений напряжения смятия с табличными значениями позволяет определить возможность применения АД для заданных условий эксплуатации. Так, значение  $\sigma_{сз} = 19,87$  МПа ограничивает применение данного АД в станкостроении (для АД должно выполняться условие  $\sigma_{сз} < [12-20]$  МПа).

Таким образом, предложена и апробирована методика расчета влияния несинусоидальности питающего АД напряжения на деформацию зубцов статора, которая учитывает форму несинусоидальности напряжения, в том числе в виде широтно-импульсной модуляции, зубчатость сердечников статора и ротора, электромагнитное состояние двигателя, спектр временных и пространственных гармоник электромагнитных сил. Методика включает разложение формы кривой напряжения на временные гармоники, алгоритм расчета электромагнитных сил от всех гармоник напряжения, определение изгибающих моментов, напряжений смятия и деформаций зубцовых зон асинхронного двигателя от совокупного действия всего спектра гармоник электромагнитных сил. Оценены напряжения смятия зубцов статора асинхронного двигателя при синусоидальной форме питающего напряжения и при питании от преобразователя частоты с широтно-импульсной модуляцией напряжения.

**Выводы.** Применение ПЧ с ШИМ для питания АД, по сравнению с источником синусоидального напряжения, приводит к увеличению изгибающего момента и напряжения смятия зубцов статора до 10 % (для ШИМ с  $f_H = 600$  Гц), что должно учитываться при определении возможности использования конкретных АД, ПЧ и ШИМ.

Повышение несущей частоты ШИМ снижает дополнительную деформацию зубцов АД.

**Список литературы**

1. **Ананьев С.С., Голубев А.Н.** Асинхронный электропривод с улучшенными виброшумовыми характеристиками // Электричество. – 2008. – № 8. – С. 52–56.
2. **Попов В.И., Тихонов С.И.** Электромагнитные расчеты характеристик и магнитных шумов трехфазных  $2p = 6, 8, 10$ -полюсных асинхронных двигателей серии RA на высоте оси вращения  $H = 132$  мм. – Нижний Новгород: ВГИПУ, 2006. – 28 с.
3. **Герман-Галкин С.Г.** Школа MATLAB. Урок 7 // Силовая электроника. – 2008. – № 1. – С. 92–99.
4. **Казаков Ю.Б.** Моделирование энергоэффективности работы асинхронных двигателей от преобразователя с

широотно-импульсным модулированным напряжением // Труды VII Международ. симпозиума «ЭЛМАШ-2009»: «Энергетика и электротехника. Проблемы и перспективы». – М.: МА «Интер-электромаш», сентябрь 2009. – Т. 1. – С. 131–136.

**5. Компьютерное моделирование внешних электромагнитных полей асинхронного частотно-регулируемого электродвигателя / Ю.Б. Казаков, Е.А. Шумилов, Д.О. Чуянов, С.М. Воронин // Проблемы электротехники, электроэнергетики и электротехнологии: сб. тр. Междунар. науч.-техн. конф. Ч.1. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2012. – С. 161–166.**

**6. Шубов И.Г.** Шум и вибрации электрических машин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986.

**7. Романов М.Я.** Сборник задач по деталям машин. – М.: Машиностроение, 1984. – 238 с.

**8. Геллер Б., Гамата В.** Высшие гармоники в асинхронных машинах. – М.: Энергия, 1981. – 352 с.

**9. Зырянов В.М., Митрофанов Н.А., Соколовский Ю.Б.** Анализ гармонического состава напряжения частотного электропривода // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – 2015. – № 1. – С. 154–159.

**10. Elcut** – руководство пользователя. ООО «Тор». – СПб., 2015.

### References

1. Ananyev, S.S., Golubev, A.N. Asinkhronnyy elektroprivod s uluchshennymi vibroshumovymi kharakteristikami [Asynchronous electric drive with improved vibronoise characteristics]. *Elektrichestvo*, 2008, no. 8, pp. 52–56.

2. Popov, V.I., Tikhonov, S.I. *Elektromagnitnye raschety kharakteristik i magnitnykh shumov trekhfaznykh  $2r = 6, 8, 10$ -polyusnykh asinkhronnykh dvigateley serii RA na vysote osi vrashcheniya  $N = 132$  mm* [Electromagnetic calculations of characteristics and magnetic noises of three-phase  $2r = 6, 8, 10$ -polar asynchronous engines of RA series at the spin axis height of  $H=132$  mm]. Nizhny Novgorod, VGIPU, 2006. 28 p.

3. German-Galkin, S.G. Shkola MATLAB. Urok 7 [MATLAB School. Lesson 7]. *Silovaya elektronika*, 2008, no. 1, pp. 92–99.

4. Kazakov, Yu.B. Modelirovanie energoeffektivnosti raboty asinkhronnykh dvigateley ot preobrazovatelya s shirootno-

impul'snym modulirovannym napryazheniem [Simulation of energy efficiency of operation of asynchronous engines supplied by a pulse-width modulated voltage converter]. *Trudy VII Mezhdunarodnogo simpoziuma «ELMASH-2009»: «Energetika i elektrotekhnika. Problemy i perspektivy»* [Collected works of the VII-th international symposium «ELMASH-2009»: «Power engineering and electrical engineering. Problems and prospects»]. Moscow, MA «Interelektromash», sentyabr' 2009, vol. 1, pp. 131–136.

5. Kazakov, Yu.B., Shumilov, E.A., Chuyanov, D.O. Voronin, S.M. Komp'yuternoe modelirovanie vneshnikh elektromagnitnykh poley asinkhronnogo chastotno-reguliruemogo elektrodvigatelya [Computer simulation of external electromagnetic fields of the asynchronous variable-frequency electric engine]. *Sbornik trudov Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Problemy elektrotekhniki, elektroenergetiki i elektrotekhnologii»* [Collected works of the International scientific and technical conference «Problems of electrical engineering, power engineering and electric technology»]. Tol'yatti, Izdatel'stvo TGU, 2012, part 1, pp. 161–166.

6. Shubov, I.G. *Shum i vibratsii elektricheskikh mashin* [Noise and vibrations of electrical machines]. Leningrad, Energoatomizdat, 1986.

7. Romanov, M.Ya. *Sbornik zadach po detalyam mashin* [Collection of machine component problems]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1984. 238 p.

8. Geller, B., Gamata, V. *Vysshie garmoniki v asinkhronnykh mashinakh* [Higher harmonics in asynchronous engines]. Moscow, Energiya, 1981. 352 p.

9. Zyryanov, V.M., Mitrofanov, N.A., Sokolovsky, Yu.B. Analiz garmonicheskogo sostava napryazheniya chastotnogo elektroprivoda [Analysis of harmonic composition of variable-frequency electric drive]. *Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka*, 2015, no. 1, pp. 154–159.

10. *Elcut* – rukovodstvo pol'zovatelya. ООО «Тор» [Elcut – a user guide. LLC Tor]. Saint-Petersburg, 2015.

*Шумилов Егор Алексеевич,*

ФГБОУВО «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани, кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики и промышленной автоматизации, телефон (8464) 98-39-58, e-mail: shumilov\_e\_a@mail.ru

*Shumilov Egor Alekseyevich,*

Samara State Technical University, Syzran branch, Candidate of Engineering, Associate Professor of Electromechanics and Industrial Automation Department, tel.: (8464) 98-39-58, e-mail: shumilov\_e\_a@mail.ru

*Гнутов Сергей Константинович,*

ФГБОУВО «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани, кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики и промышленной автоматизации, телефон (8464) 98-39-58.

*Gnutov Sergei Konstantinovich,*

Samara State Technical University, Syzran branch, Candidate of Engineering, Associate Professor of Electromechanics and Industrial Automation Department, tel.: (8464) 98-39-58.

*Тамьяров Андрей Валериевич,*

ФГБОУВО «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани, кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики и промышленной автоматизации, телефон (8464) 98-39-58.

*Tamyarov Andrei Valerievich,*

Samara State Technical University, Syzran branch, Candidate of Engineering, Associate Professor of Electromechanics and Industrial Automation Department, tel.: (8464) 98-39-58.

*Казаков Юрий Борисович,*  
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой электромеханики,  
телефон (4932) 26-97-06,  
e-mail: elmash@em.ispu.ru

*Kazakov Yury Borisovich,*  
Ivanovo State Power Engineering University,  
Doctor of Engineering, Professor, Head of Electromechanics Department,  
tel.: (4932) 26-97-06,  
e-mail: elmash@em.ispu.ru