

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.5.013

Алексей Михайлович Аббясов

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант, старший преподаватель кафедры электроники и микропроцессорных систем, Россия, Иваново, e-mail: alexx.bit@mail.ru

Сергей Вячеславович Тарарыкин

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры электроники и микропроцессорных систем, Россия, Иваново, e-mail: tsv@ispu.ru

Анатолий Анатольевич Анисимов

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры электроники и микропроцессорных систем, Россия, Иваново, e-mail: anis-2012@ya.ru

Владимир Викторович Аполонский

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры электроники и микропроцессорных систем, Россия, Иваново, e-mail: vlad-apolonskiy@yandex.ru

Синтез робастной системы управления манипуляционным роботом с полиномиальными регуляторами на основе грамианного метода¹

Авторское резюме

Состояние вопроса. Ввиду того что манипуляционные роботы могут иметь несколько каналов управления, а их нелинейные взаимосвязи координат приводят к внутренним параметрическим возмущениям, наряду с вариациями механических параметров эффективным способом улучшения качества управления такими объектами представляется применение грамианных методов синтеза робастных систем автоматического управления.

Материалы и методы. При разработке робастной системы управления манипуляционным роботом применяется метод полиномиального модального управления: осуществляется синтез локальных регуляторов для обоих звеньев манипулятора и синтез централизованного регулятора с использованием модели объекта, скорректированной грамианным методом. Расчеты регулятора по линейной модели двухзвенного робота-манипулятора и анализ переходных характеристик перемещения его звеньев осуществляются в программном комплексе MATLAB.

Результаты. Предлагается методика синтеза робастной системы управления манипуляционным роботом, основанная на линеаризованной математической модели объекта управления с динамическим (полиномиальным) регулятором, направленная на изменение сингулярных чисел грамианов управляемости и наблюдаемости и последующий расчет централизованного регулятора для управления исходным нелинейным объектом.

Выводы. Использование модифицированной модели объекта позволяет улучшить робастные свойства и повысить быстродействие системы управления нелинейным робототехническим объектом при сохранении апериодического характера процессов в условиях взаимного влияния звеньев и вариаций параметров. Предложенный метод позволяет повысить качество управления манипуляционными роботами и их производительность в условиях интенсификации технологических производств.

¹ Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ №075-03-2023-025 (1/23).

The study is conducted within the framework of the state task of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation No. 075-03-2023-025 (1/23).

Ключевые слова: манипуляционный робот, двухканальная САУ, грамианный метод, полиномиальный регулятор, робастность системы, управляемость объекта, наблюдаемость объекта, вариации параметров объекта

Alexey Mikhailovich Abbyasov

Ivanovo State Power Engineering University, Postgraduate Student, Senior Lecturer of Electronics and Microprocessor Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: alexx.bit@mail.ru

Sergey Vyacheslavovich Tararykin

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Post doctoral Degree), Professor of Electronics and Microprocessor Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: tsv@ispu.ru

Anatoliy Anatolyevich Anisimov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Post doctoral Degree), Professor of Electronics and Microprocessor Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: anis-2012@ya.ru

Vladimir Viktorovich Apolonsky

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Electronics and Microprocessor Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: vlad-apolonskiy@yandex.ru

Synthesis of a robust control system for a manipulation robot with polynomial controllers based on Gramian method

Abstract

Background. Since manipulation robots can have several control channels, and their nonlinear coordinate relationships lead to internal parametric disturbances, along with variations in mechanical parameters, the use of Gramian methods for the synthesis of robust automatic control systems seems to be an effective way to improve the quality of control of such objects.

Materials and methods. When developing a robust control system for a manipulative robot, the method of polynomial modal control is used, local regulators are synthesized for both parts of the manipulator and a centralized controller is synthesized using an object model adjusted by the Gramian method. The calculations of the regulator based on the linear model of a two-link robot manipulator and the analysis of the transient characteristics of the movement of its links are carried out in the MATLAB software package.

Results. A method to synthesize a robust control system for a manipulation robot is proposed. It is based on a linearized mathematical model of a control object with a dynamic (polynomial) controller, aimed at changing the singular number of controllability and observability Gramians and subsequent calculation of a centralized controller to control the original nonlinear object.

Conclusions. The use of a modified object model makes it possible to improve the robust properties and increase the speed of the control system for a nonlinear robotic object while maintaining the aperiodic nature of the processes under conditions of mutual influence of links and parameter variations. The proposed method makes it possible to improve the quality of control of manipulative robots and their productivity in conditions of intensification of technological production.

Key words: manipulative robot, two-channel ACS, Gramian method, polynomial regulator, robustness of the object, controllability of the object, observability of the object, variation of object parameters

DOI: 10.17588/2072-2672.2024.1.076-084

Введение. Манипуляционные роботы (МР), воспроизводящие функции рук человека, широко применяются в промышленности для выполнения самых разнообразных технологических операций [1–4]. К их системам автоматического управления (САУ) предъявляются жесткие требования обеспечения аperiodического характера переходных процессов по положению рабочего органа (РО) с высоким быстродействием. Выполнение этих требований затрудняется нелинейным характером МР, взаимным влиянием каналов управления звеньями, а также вариациями внутренних параметров в широких пределах.

В настоящее время большинство САУ МР строится по принципу декомпозиции объекта на

отдельные звенья и синтеза локальных регуляторов их перемещений [1, 2, 4]. Однако в этом случае не учитывается взаимное влияние звеньев и, как следствие, снижается качество управления МР при одновременном движении по нескольким координатам. Введение каналов компенсации влияния перекрестных связей [1, 3] приводит к высокой чувствительности систем к влиянию неучтенных факторов и вариациям параметров объекта управления (ОУ). Разработка и реализация адаптивных САУ роботами [3, 4] представляет собой сложную задачу, поскольку требуется обеспечить высокий темп их самонастройки при быстром изменении параметров ОУ в процессе движения. Более простым решением является синтез САУ с цен-

трализованным регулятором методами модального и оптимального управления по линейной модели, отражающей взаимное влияние звеньев МР [1, 3]. Однако использование такого подхода осложняется проблемой робастности, поскольку параметры МР меняются в процессе движения, и его линеаризованная на рабочей траектории модель является довольно приближенной [5–7].

Принимая во внимание, что многозвенные МР имеют несколько каналов управления, перспективным решением проблемы представляется применение грамианных методов синтеза робастных САУ [8]. В основе этих методов – целенаправленное изменение сингулярных чисел грамианов управляемости и наблюдаемости путем введения в систему дополнительных каналов регулирования, корректирующих системные свойства ОУ и создающих основу для улучшения робастных свойств синтезируемых систем.

В [9] разработан и реализован эффективный метод синтеза робастной САУ МР повышенного быстродействия путем линеаризации математической модели ОУ, ее преобразования с помощью предрегулятора в направлении повышения управляемости с использованием аппарата грамианов, последующего модального расчета централизованного регулятора состояния и применения синтезированных устройств для управления исходным нелинейным объектом.

Однако применение регулятора состояния полного порядка предполагает наличие измерительных устройств всех координат состояния объекта. В то же время в составе МР из-за ограничений на массогабаритные показатели обычно используют только непосредственные измерители перемещений звеньев, а информацию об их скоростях получают различными способами дифференцирования перемещений по времени. В результате этого при работе в широком диапазоне скоростей возникают проблемы обеспечения точности воспроизведения координат состояния и достижения необходимой помехоустойчивости САУ.

В этих условиях альтернативным решением по отношению к САУ на базе РС может быть построение систем на базе динамических «вход-выходных» регуляторов, получивших название полиномиальных (ПР) [6, 10, 11]. Однако для эффективного применения таких систем на реальных МР в условиях больших вариаций внутренних параметров также требуется существенное повышение их робастных свойств.

Ниже решение этой задачи предлагается строить на основе дальнейшего развития матрично-грамианного метода синтеза робастных САУ с динамическими ПР в направлении повышения не только управляемости, но и наблюдаемости ОУ соответствующими предре-

гуляторами, синтезируемыми с учетом гораздо более жестких информационных ограничений, чем при использовании РС.

Математическое описание и анализ объекта управления. В качестве объекта управления примем типовой двухзвенный манипулятор, первое звено которого совершает вращательное, а второе – поступательное движение. Его кинематическая схема приведена на рис. 1, где l_1 и l_2 – длины 1-го и 2-го звеньев; p_1 и p_2 – координаты центров масс; q_1 – угловое положение 1-го звена; q_2 – линейное положение 2-го звена.

Описание динамики двухзвенного манипулятора в виде нелинейных дифференциальных уравнений, полученное в [9], имеет следующий вид:

$$\begin{cases} [J_s + m_2(q_2 + p_2 - l_2)^2] \ddot{q}_1 + \\ + 2m_2(q_2 + p_2 - l_2) \dot{q}_2 \dot{q}_1 = M_1, \\ m_2 \ddot{q}_2 - m_2(q_2 + p_2 - l_2) \dot{q}_1^2 = F_2, \end{cases} \quad (1)$$

где $J_s = J_1 + J_2$ – сумма моментов инерции 1-го и 2-го звеньев относительно осей вращения; m_1 и m_2 – массы звеньев манипулятора, \dot{q}_1 , \dot{q}_2 и \ddot{q}_1 , \ddot{q}_2 – скорости и ускорения 1-го и 2-го звеньев; M_1 – вращательный момент привода 1-го звена; F_2 – силовое воздействие привода 2-го звена.

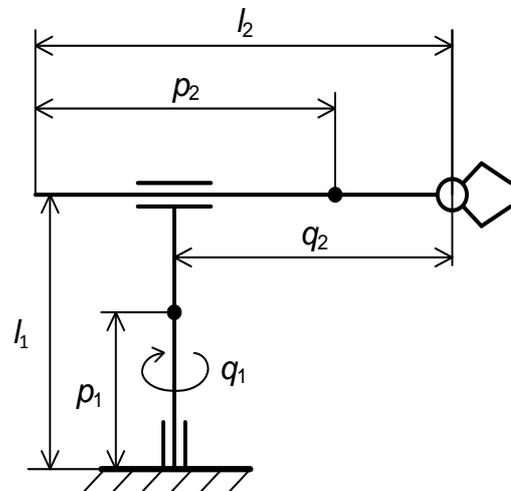


Рис. 1. Кинематическая схема манипуляционного робота

Структурная схема полученной нелинейной модели МР, соответствующая уравнениям (1), приведена на рис. 2, где u_1 и u_2 – задающие воздействия. Быстродействующие электроприводы 1-го и 2-го звеньев принимаются безынерционными с соответствующими коэффициентами передачи K_{P1} и K_{P2} .

Как показывает анализ (1), исходная модель управляемого МР допускает линеаризацию в рабочих режимах, поскольку нелинейные характеристики являются непрерывными и дифференцируемыми.

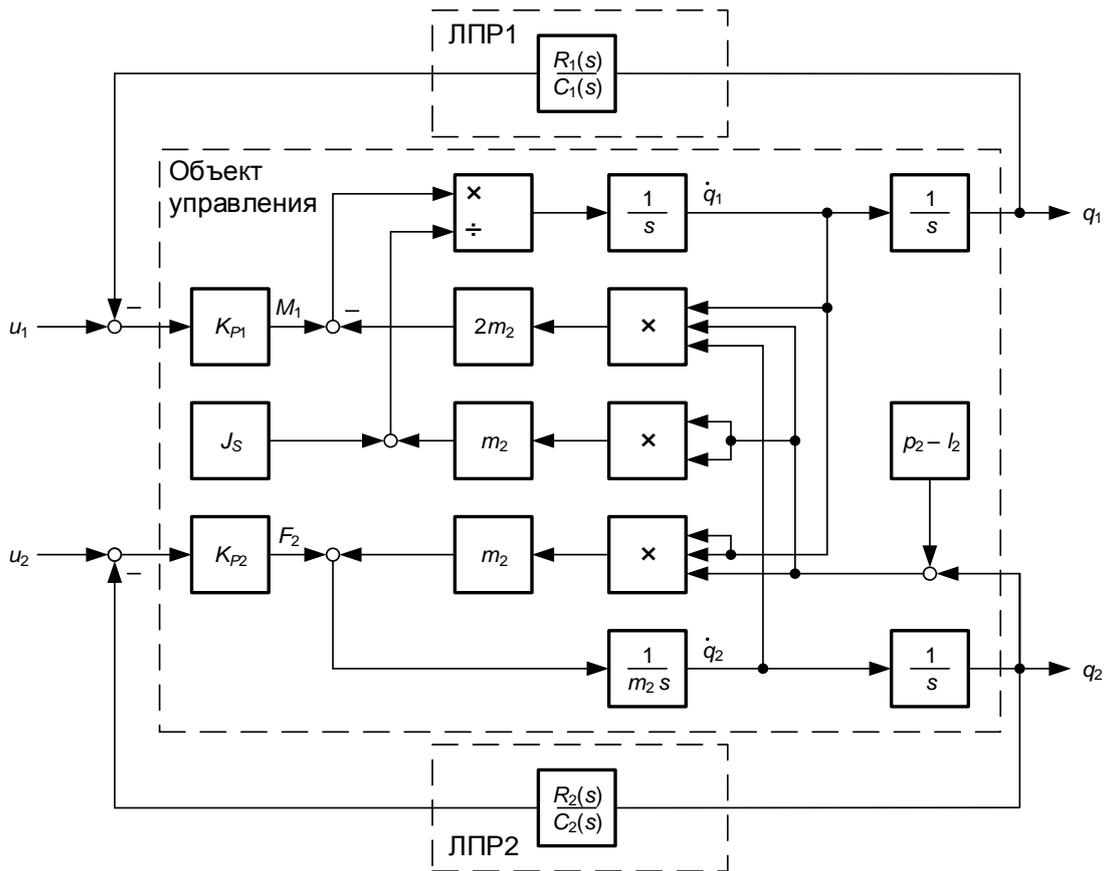


Рис. 2. Структурная схема нелинейной САУ МР

Коэффициенты линеаризации модели манипуляционного робота относительно наиболее характерного режима отработки ступенчатого задающего воздействия на оба канала управления одновременно определяются, согласно [9], следующими выражениями:

$$K_{11} = 2m_2\dot{q}_2(q_2 + p_2 - l_2);$$

$$K_{13} = 2m_2\dot{q}_1(q_2 + p_2 - l_2);$$

$$K_{31} = 2m_2\dot{q}_1(q_2 + p_2 - l_2);$$

$$K_{41} = 2m_2\dot{q}_1\dot{q}_2; \quad K_{43} = 2m_2\dot{q}_2.$$

Схема полученной в [9] линеаризованной модели МР приведена на рис. 3, а ее соответствующее векторно-матричное описание в координатах состояния $x = [\dot{q}_1 \quad q_1 \quad \dot{q}_2 \quad q_2]^T$ с выходами y_1 и y_2 имеет вид:

$$\dot{x} = Ax + B_1M_1 + B_2F_2; \quad (2)$$

$$y_1 = C_1x, \quad y_2 = C_2x,$$

где $A = \begin{bmatrix} -\frac{K_{11}}{J_S} & 0 & -\frac{K_{31}}{J_S} & -\frac{K_{41}}{J_S} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{13}}{m_2} & 0 & 0 & -\frac{K_{43}}{m_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{K_{P1}}{J_S} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{P2}}{m_2} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_1 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0];$$

$$C_2 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1].$$

Анализ математического описания МР, представленного в виде уравнений (1) и (2), и соответствующих структурных схем (рис. 2 и 3) показывает, что объект характеризуется существенными взаимосвязями звеньев по вращательному моменту, силовому воздействию и моменту инерции, влияние которых усиливается при повышении темпа работы манипулятора. При этом определяющим фактором является динамика вращательного движения первого звена. Наиболее неблагоприятными для управления оказываются вариации параметров инерции, вызванные взаимосвязями звеньев и возможными изменениями массы переносимого груза.

Таким образом, для повышения быстродействия создаваемой САУ МР и, как следствие, производительности робота необходимо обеспечить снижение чувствительности системы к значительным вариациям внутренних параметров, т. е. существенное улучшение ее робастных свойств.

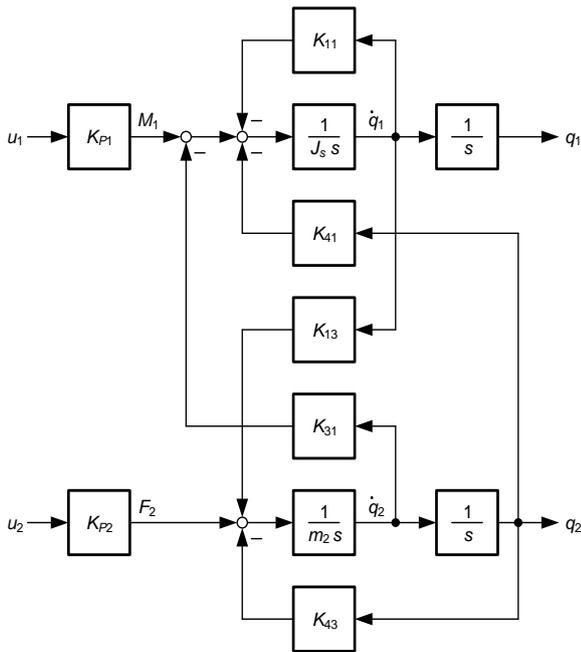


Рис. 3. Структурная схема линеаризованной модели МР

Синтез системы управления МР на основе полиномиального модального метода. Традиционно синтез САУ с динамическими ПР проводят методом полиномиального модального управления [6, 10, 11] при номинальных значениях параметров ОУ путем решения уравнения синтеза вида

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \quad (3)$$

где $B(s)$, $A(s)$ и $R(s)$, $C(s)$ – полиномы числителя и знаменателя передаточной функции (ПФ) объекта и регулятора соответственно; $D(s)$ – желаемый характеристический полином (ХП) ПФ синтезируемой системы, определяющий требуемое быстродействие и качество управления.

Чаще всего САУ МР строятся на базе автономных сепаратных подсистем управления звеньями, при разработке которых не учитывается влияние перекрестных связей. При таком подходе звенья манипулятора считаются независимыми объектами управления, что позволяет синтезировать линейные регуляторы низкого порядка.

Линейные модели 1-го и 2-го звеньев заданного манипулятора в координатах состояния $\mathbf{x}_{L1} = [\dot{q}_1 \quad q_1]^T$ и $\mathbf{x}_{L2} = [\dot{q}_2 \quad q_2]^T$ в этом случае принимают вид:

$$\dot{\mathbf{x}}_{L1} = \mathbf{A}_{L1}\mathbf{x}_{L1} + \mathbf{B}_{L1}M_1; \quad y_{L1} = \mathbf{C}_{L1}\mathbf{x}_{L1};$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{L2} = \mathbf{A}_{L2}\mathbf{x}_{L2} + \mathbf{B}_{L2}F_2; \quad y_{L2} = \mathbf{C}_{L2}\mathbf{x}_{L2};$$

$$\text{где } \mathbf{A}_{L1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{L1} = \begin{bmatrix} K_{P1} \\ J_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{L1} = [0 \quad 1];$$

$$\mathbf{A}_{L2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{L2} = \begin{bmatrix} K_{P2} \\ m_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{L2} = [0 \quad 1].$$

Соответствующие передаточные функции ОУ по обоим каналам управления имеют вид:

$$H_{L1}(s) = \frac{K_{P1}}{J_s s^2}; \quad H_{L2}(s) = \frac{K_{P2}}{m_2 s^2}.$$

Параметрический синтез локальных полиномиальных регуляторов ЛПР1 и ЛПР2, показанных на рис. 2, может осуществляться по уравнению (3) с использованием такого ХП, который обеспечивает аperiodический характер и заданный темп переходных процессов в локальных подсистемах при поочередном пуске звеньев МР.

Для конкретизации примем числовые значения параметров МР, приведенные в таблице, отдельные из них имеют интервальный характер. Параметры приводов – $K_{P1} = 1$ Нм, $K_{P2} = 1$ Н. Коэффициенты линеаризации, согласно [9], принимают следующие числовые значения: $K_{11} = 5,52$ Нмс; $K_{13} = K_{31} = 8,03$ Нс; $K_{41} = 3,21$ Н; $K_{43} = 2,33$ Н/м.

Числовые значения параметров МР

Номер звена	Масса звена, кг	Длина звена, м	Расстояние до центра масс, м	Момент инерции звена, кг·м ²
i	m_i	l_i	p_i	J_i
1	50	0,4	0,22	0,6
2	22,8±8	1,14	0,7	1,84±0,5

Приближая локальные ПР по их свойствам к соответствующим РС [9] и задаваясь выражением ХП в виде $D(s) = (s + 93)(s + 15,5)^2$ в соответствии с требованиями желаемого быстродействия и технической реализуемости, для номинальных значений параметров МР получаем следующие выражения полиномов ЛПР1 и ЛПР2:

$$R_1(s) = r_{11}s + r_{10} = 61,56s + 440,38;$$

$$R_2(s) = r_{21}s + r_{20} = 574,28s + 4,11 \cdot 10^3;$$

$$C_1(s) = c_{11}s + c_{10} = 8,11 \cdot 10^{-3}s + 1;$$

$$C_2(s) = c_{21}s + c_{20} = 8,11 \cdot 10^{-3}s + 1.$$

Большие значения полюсов ЛПР1 и ЛПР2 позволяют исключить из структуры САУ МР (см. рис. 2) внеконтурные префильтры без потери качества управления.

Соответствующие переходные характеристики нелинейной САУ МР с полученными ЛПР1 и ЛПР2 (см. рис. 2) при раздельном пуске по каждому каналу управления звеньями и одновременном воздействии по обоим каналам управления приведены на рис. 4, где графики 1 получены при номинальных параметрах объекта, а графики 2, 3 – при вариациях массы m_2 в заданных пределах.

Анализ полученных результатов показывает, что система не обеспечивает аperiodический характер переходных процессов при од-

новременном перемещении звеньев из-за влияния перекрестных связей и изменений параметров ОУ. В связи с этим необходимо принять другие решения для повышения производительности манипулятора.

Поскольку вращательное движение МР оказывает определяющее влияние на взаимосвязи звеньев, дополним ЛПР1 централизован-

ным полиномиальным регулятором (ЦПР) полного порядка (рис. 5), синтезировав его по линеаризованной модели ОУ с учетом перекрестных связей каналов управления и наличия ЛПР1 и ЛПР2. При этом влияние полиномов $C_1(s)$ и $C_2(s)$ локальных ПР не учитывается ввиду больших значений их корней.

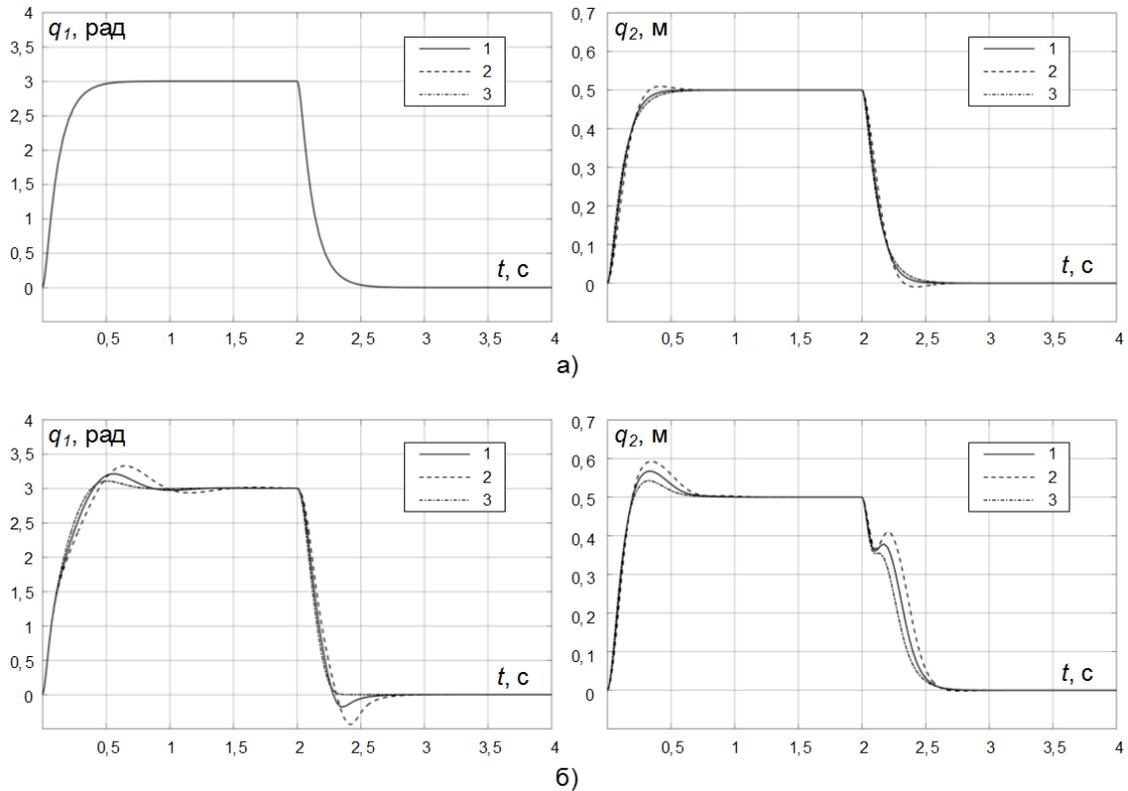


Рис. 4. Переходные характеристики САУ манипулятором с локальными регуляторами при отдельной (а) и одновременной (б) подаче управляющих воздействий

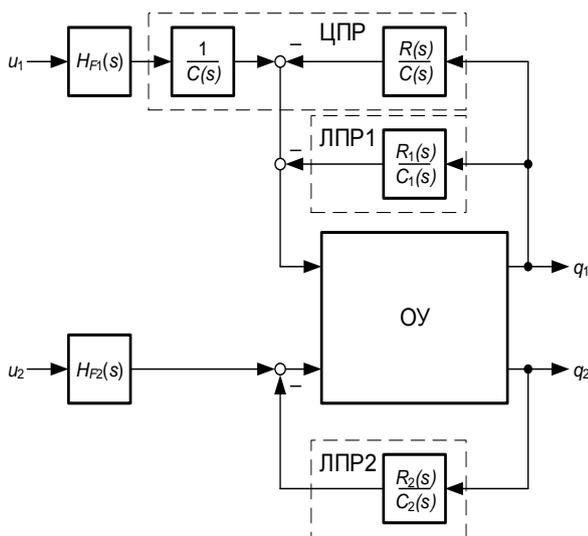


Рис. 5. Структурная схема двухканальной САУ манипулятором с централизованным регулятором

В этом случае матрицы ОУ, согласно (2), примут вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{K_{11} + r_{11}}{J_S} & -\frac{r_{10}}{J_S} & -\frac{K_{31}}{J_S} & -\frac{K_{41}}{J_S} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{13}}{m_2} & 0 & -\frac{r_{21}}{m_2} & -\frac{K_{43} + r_{20}}{m_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{K_{P1}}{J_S} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{P2}}{m_2} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 0];$$

$$C_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

Соответствующая передаточная функция от входа u_1 к выходу q_1 определяется как

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = C_1(sI - A)^{-1}B_1 =$$

$$= \frac{4,39 \cdot 10^{-2} s^2 + 1,11s + 7,89}{s^4 + 52,63s^3 + 1,06 \cdot 10^3 s^2 + 9,48 \cdot 10^3 s + 3,24 \cdot 10^4}.$$

Для компенсации влияния нулей передаточной функции объекта по 1-му и 2-му каналам управления на динамические характеристики с ЦПР используются фильтры задающих воздействий:

$$H_{F1}(s) = \frac{1}{T_{11}s + 1}, \quad H_{F2}(s) = \frac{1}{(T_{21}s + 1)(T_{22}s + 1)}, \quad (5)$$

где $T_{11} = 0,065$ с; $T_{21} = 0,094$ с; $T_{22} = 0,045$ с.

Руководствуясь (4) и используя заданные в таблице номинальные параметры МР, а также выражение желаемого ХП Ньютона $D(s) = (s + 18)^7$, решением уравнения синтеза (3) получаем следующие выражения полиномов минимального ЦПР:

$$R(s) = 2,42 \cdot 10^4 s^3 + 9,51 \cdot 10^5 s^2 + 1,26 \cdot 10^7 s + 5,56 \cdot 10^7;$$

$$C(s) = s^3 + 73,37s^2 + 8,29 \cdot 10^2 s + 5,34 \cdot 10^3.$$

Соответствующее семейство переходных характеристик САУ МР с ЦПР, полученных аналогично приведенным на рис. 4 при одновременном пуске звеньев с номинальными и варьируемыми параметрами, представлено на рис. 6.

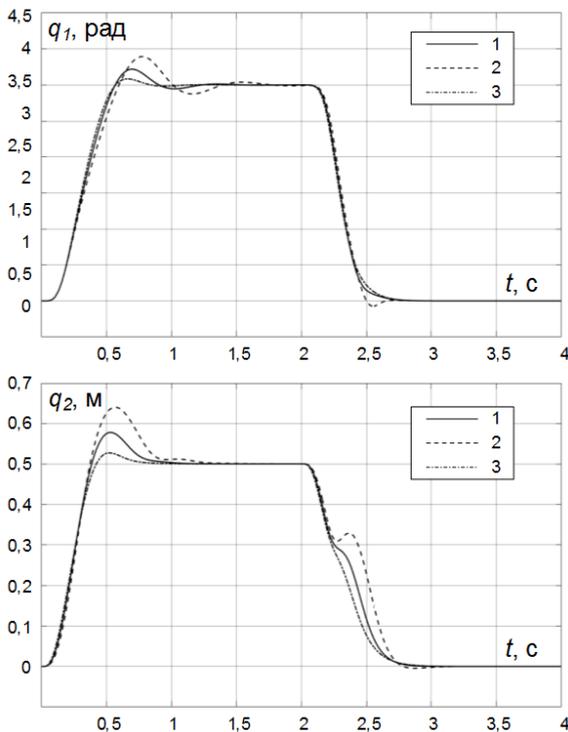


Рис. 6. Переходные характеристики САУ манипулятором с централизованным регулятором

Полученные результаты свидетельствуют о некотором улучшении качества управления МР, которое тем не менее оказывается недостаточным для полного удовлетворения заданным техническим требованиям. Чувствительность САУ МР к вариациям параметров ОУ сохраняется высокой, что требует дальнейших действий по улучшению ее робастных свойств.

Синтез робастной системы управления МР на основе грамианного метода. Руководствуясь аналогиями с [9] и [12], используем

итерационный метод синтеза робастной САУ МР с динамическими ПР «входа-выхода», на каждом шаге которого целенаправленно изменяются сингулярные числа грамианов управляемости или наблюдаемости, формируется предрегулятор, преобразующий структуру расчетной модели объекта в направлении повышения управляемости и наблюдаемости, рассчитываются параметры основного регулятора и выполняется оценка робастных свойств синтезированной системы в заданных интервалах изменения внутренних параметров.

Примем вход канала управления 1-м звеном в качестве основного, а вход канала управления 2-м звеном используем для коррекции системных свойств объекта. В этом случае матричная маска \mathbf{E} [9], разрешающая коррекцию элементов матрицы динамики \mathbf{A} , принимает следующий вид:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В результате расчета и сингулярного разложения грамианов управляемости и наблюдаемости с использованием программного комплекса (ПК) MatLab имеем:

$$\Sigma_C = \text{diag}\{1,75 \cdot 10^{-3} \quad 7,32 \cdot 10^{-6} \quad 5,56 \cdot 10^{-8} \quad 2,35 \cdot 10^{-10}\};$$

$$\Sigma_O = \text{diag}\{8,44 \cdot 10^{-2} \quad 3,12 \cdot 10^{-4} \quad 7,03 \cdot 10^{-6} \quad 3,37 \cdot 10^{-8}\}.$$

Полученные результаты также свидетельствуют о низкой параметрической грубости синтезируемой системы, иллюстрируемой переходными характеристиками на рис. 6.

Итерационная коррекция сингулярных чисел обоих грамианов, выполненная грамианным методом, позволяет существенно улучшить системные свойства объекта

$$\hat{\Sigma}_C = \text{diag}\{6,94 \cdot 10^{-3} \quad 2,83 \cdot 10^{-3} \quad 2,21 \cdot 10^{-4} \quad 2,49 \cdot 10^{-5}\};$$

$$\hat{\Sigma}_O = \text{diag}\{2,31 \cdot 10^{-1} \quad 7,01 \cdot 10^{-3} \quad 1,08 \cdot 10^{-4} \quad 9,73 \cdot 10^{-7}\}$$

за счет использования соответствующего предрегулятора [9] с матрицей динамики

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16,22 & 121,53 & 8,06 & 41,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Это позволяет изменить расчетную модель ОУ, ПФ которого примет вид

$$\hat{H}(s) = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)} = \mathbf{C}_1(s\mathbf{I} - (\mathbf{A} + \mathbf{A}'))^{-1}\mathbf{B}_1 =$$

$$= \frac{0,41 \cdot 10^{-2} s^2 + 7,01s + 56,81}{s^4 + 29,38s^3 + 3,21 \cdot 10^2 s^2 + 2,51 \cdot 10^3 s + 3,63 \cdot 10^3}$$

и сформировать новое управляющее устройство в виде модифицированного ЦПР с полиномами ПФ:

$$\hat{R}(s) = 4,92 \cdot 10^3 s^3 + 1,67 \cdot 10^5 s^2 + 1,73 \cdot 10^6 s + 6,51 \cdot 10^6 ;$$

$$\hat{C}(s) = s^3 + 86,12 s^2 + 1,18 \cdot 10^2 s + 6,48 \cdot 10^3 ,$$

обеспечивающее полное решение поставленной задачи и достижение заданных робастных свойств синтезированной САУ с учетом ее нелинейностей (рис. 7).

Параметры фильтров (5), компенсирующих влияния нулей ПФ объекта, в этом случае принимают значения: $T_{11} = 0,063$ с; $T_{21} = 0,095$ с; $T_{22} = 0,044$ с.

В результате проведенных исследований была выявлена возможность исключения из состава робастной САУ, синтезированной грамианным методом, отдельных связей, формируемых предрегулятором, или полного отключения последнего с незначительным изменением достигнутого результата, т.е. сохранением требуемых показателей качества в заданных интервалах робастности, что подтверждают переходные характеристики, изображенные на рис. 7.

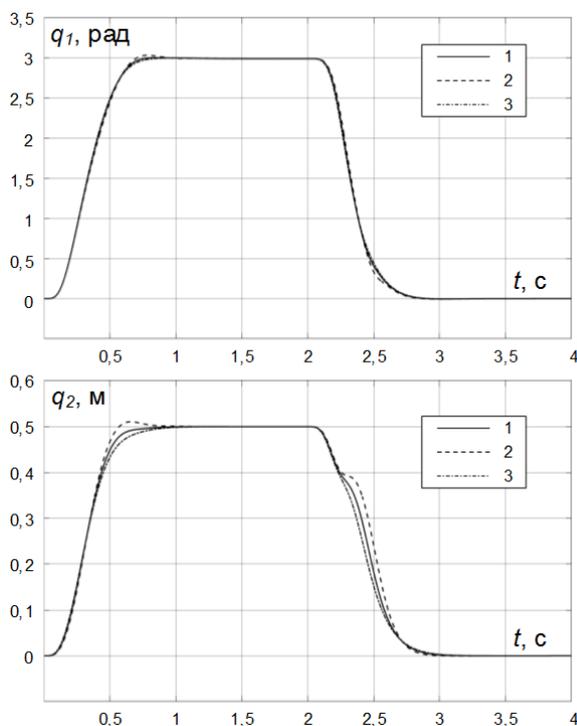


Рис. 7. Переходные характеристики САУ манипулятором с модифицированным централизованным регулятором

Анализ результатов показывает, что система, синтезированная по улучшенной в отношении управляемости и наблюдаемости расчетной модели объекта, в значительной мере сохраняет достигнутые показатели качества даже без использования в ее реальной структуре того предрегулятора, который обеспечил улучшение системных свойств модели объекта при синтезе САУ.

Выводы. Разработанный грамианный метод синтеза полиномиальных регуляторов САУ манипуляционным роботом позволяет

эффективно обеспечивать повышение ее быстродействия за счет существенного улучшения робастных свойств, т. е. снижения чувствительности системы к технологическим вариациям параметров и их изменениям, обусловленным взаимным влиянием звеньев при одновременных динамических перемещениях.

Предложенный метод реализуется в форме поэтапной процедуры синтеза.

На первом этапе составляется исходная нелинейная модель манипуляционного робота и формируется его модель, линеаризованная в основном рабочем режиме.

На втором этапе структура линеаризованной модели преобразуется в направлениях повышения ее управляемости и наблюдаемости путем соответствующей коррекции сингулярных чисел грамианов управляемости и наблюдаемости. Преобразование структуры реализуется предрегулятором путем введения дополнительных каналов управления и связей, формируемых с учетом физических особенностей управляемого объекта.

На третьем этапе осуществляется классический синтез централизованного полиномиального регулятора «вход-выход» методом модального управления для скорректированной линейной модели и применение полученных управляющих устройств для управления исходным нелинейным объектом. При этом дополнительно исследуются возможности редуцирования предрегулятора на основе метода СУМО – синтеза по улучшенной модели объекта.

Разработанный метод позволяет повысить качество управления манипуляционными роботами и их производительность в условиях вариаций внутренних параметров при интенсификации технологических процессов.

Список литературы

1. **Robotics: Modeling, Planning and Control** / B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo. – Springer-Verlag, 2009. – 644 p.
2. **Lynch K.M., Park F.G.** Modern Robotics: Mechanics, Planning and Control. – Cambridge: Cambridge University Press, 2017. – 642 p.
3. **Bishop R.H.** Mechatronic System Control, Logic and Data Acquisition. The Mechatronic Handbook. – Second Edition. – N.Y.: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2008. – 755 p.
4. **Bolton W.** Mechatronic: Electronic Control Systems in Mechanical and Electrical Engineering. – Sixth Edition. – Harlow. Edinburgh Gate: Pearson Education Limited, 2015. – 663 p.
5. **Levin W.S.** Control System Advanced Methods. The Control Handbook. – Second Edition. – N.Y.: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2011. – 1702 p.
6. **Тарарыкин С.В., Тютиков В.В.** Робастное модальное управление динамическими системами // А и Т. – 2002. – № 5. – С. 41–55.
7. **Поляк Б.Т., Щербakov П.С.** Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.

8. Анисимов А.А., Тарарыкин С.В. Итерационный метод структурно-параметрического синтеза робастных систем с регуляторами состояния на основе грамианного подхода // Изв. РАН. Т и СУ. – 2018. – № 4. – С. 42–56.

9. Анисимов А.А., Соколов К.Е., Тарарыкин С.В. Разработка робастной системы управления манипуляционным роботом с использованием аппарата грамианов // Изв. РАН. Т и СУ. – 2022. – № 2. – С. 162–176.

10. Крутько П.Д. Полиномиальные уравнения и обратные задачи динамики управляемых систем // Изв. РАН. Техн. кибернетика. – 1986. – № 1. – С. 125–133.

11. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.

12. Аббясов А. М., Тарарыкин С.В. Синтез робастной системы управления транспортированием длинномерного материала на основе грамианного метода // Вестник ИГЭУ. – 2023. – Вып. 4. – С. 54–62.

References

1. Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., Oriolo, G. Robotics: Modeling, Planning and Control. Springer-Verlag, 2009. 644 p.

2. Lynch, K.M., Park, F.G. Modern Robotics: Mechanics, Planning and Control. Cambridge: Cambridge University Press, 2017. 642 p.

3. Bishop, R.H. (ed.) Mechatronic System Control, Logic and Data Acquisition. The Mechatronic Handbook. N.Y.: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2008. 755 p.

4. Bolton, W. Mechatronic: Electronic Control Systems in Mechanical and Electrical Engineering. Harlow. Edinburgh Gate: Pearson Education Limited, 2015. 663 p.

5. Levin, W.S. (ed.) Control System Advanced Methods. The Control Handbook. N.Y.: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2011. 1702 p.

6. Tararykin, S.V., Tyutikov, V.V. Robastnoe modal'noe upravlenie dinamiceskimi sistemami [Robust modal control of dynamic systems]. *A i T*, 2002, no. 5, pp. 41–55.

7. Polyak, B.T., Shcherbakov, P.S. *Robastnaya ustoychivost' i upravlenie* [Robust stability and control]. Moscow: Nauka, 2002. 303 p.

8. Anisimov, A.A., Tararykin, S.V. Iteratsionnyy metod strukturno-parametricheskogo sinteza robastnykh sistem s regulyatorami sostoyaniya na osnove gramiannogo podkhoda [Iterative method of structural-parametric synthesis of robust systems with state controllers based on the Gramian approach]. *Izvestiya RAN. T i SU*, 2018, no. 4, pp. 42–56.

9. Anisimov, A.A., Sokolov, K.E., Tararykin, S.V. Razrabotka robastnoy sistemy upravleniya manipulyatsionnym robotom s ispol'zovaniem apparata gramiyanov [Development of robust control system for a manipulating robot using the Gramian apparatus]. *Izvestiya RAN. T i SU*, 2022, no. 2, pp. 162–176.

10. Krut'ko, P.D. Polinomial'nye uravneniya i obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh system [Polynomial equations and inverse problems of dynamics of control systems]. *Izvestiya RAN. Tekhn. Kibernetika*, 1986, no. 1, pp. 125–133.

11. Gayduk, A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyy podkhod)* [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow: Fizmatlit, 2012. 360 p.

12. Abbyasov, A.M., Tararykin, S.V. Sintez robastnoy sistemy upravleniya transportirovaniem dlinnomernogo materiala na osnove gramiannogo metoda [Synthesis of robust control system for transportation of long-length material based on Gramian method]. *Vestnik IGEU*, 2023, issue 4, pp. 54–62.