

## МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

---

---

УДК 66.011

**Юрий Дмитриевич Кутумов**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами, Россия, Иваново, e-mail: kutumov97@mail.ru

**Вадим Евгеньевич Мизонов**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, e-mail: mizonov46@mail.ru

**Татьяна Юрьевна Шадрикова**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: tanya-vinokurova@mail.ru

**Андрей Ильич Тихонов**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, заведующий кафедрой физики, Россия, Иваново, e-mail: aitispu@mail.ru

### Ячеечная модель переходных тепловых процессов в подземном электрическом кабеле и окружающем грунте<sup>1</sup>

#### Авторское резюме

**Состояние вопроса.** Одним из наиболее существенных последствий коротких замыканий в кабельных сетях 6–10 кВ является нагрев изоляции с возможностью ее последующего возгорания и повреждения смежных объектов системы электроснабжения, что многократно увеличивает сопутствующий ущерб. Известны разнообразные (в том числе, основанные на нормативных документах) методы расчета теплового состояния подземных кабелей. Несмотря на то, что часть из них отличается избыточной сложностью и требует большого числа плохо идентифицируемых параметров, вопрос о точности расчетных прогнозов остается открытым. В связи с этим актуальной является задача разработки новых подходов к моделированию тепловых переходных процессов в кабеле, сочетающих предельную простоту и малое время расчета с разумной точностью прогнозирования тепловых параметров процесса.

**Материалы и методы.** Для решения поставленной задачи используется метод математического моделирования. Модель использует математический аппарат теории цепей Маркова. Она адаптирована к представляющей грунт многослойной среде, в отдельном слое которой может находиться нестаци-

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Ивановской области в рамках научного проекта № 20-48-370001.

The research is carried out with financial support of RFBR (Russian Foundation for Basic Research) and Ivanovo region within the framework of scientific project № 20-48-370001.

онарный тепловой источник. Перенос теплоты вглубь грунта описан теплопроводностью, а теплообмен с окружающим грунтом и окружающей средой – теплоотдачей. Изучение влияния параметров на протекание процесса выполнено численными методами. На данном этапе исследования экспериментальная верификация модели не предполагалась.

**Результаты.** Разработана математическая модель переходных тепловых процессов, позволяющая прогнозировать температуру в кабеле и окружающем его грунте в зависимости от мощности и глубины расположения теплового источника, определяемого величиной тока в кабеле. Полученные результаты численных экспериментов согласуются с физическими представлениями о процессе, обладают научной новизной, поскольку базируются на универсальном алгоритме моделирования и позволяют описывать переходные процессы в исследуемом объекте.

**Выводы.** Предложенный математический инструмент позволяет оперативно оценивать тепловое состояние подземного электрического кабеля в зависимости от тепловой мощности тока, глубины его расположения и теплофизического состояния грунта. Модель проста в работе и требует крайне малых затрат машинного времени. Она может быть легко использована в инженерной практике.

**Ключевые слова:** подземный электрический кабель, переходный процесс, тепловая мощность тока, ячеечная модель, теплопроводность, теплоотдача, распределение температуры

#### **Yuri Dmitrievitch Kutumov**

Ivanovo State Power Engineering University, PhD student of Automatic Control of Electrical Power Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: kutumov97@mail.ru

#### **Vadim Evgenievich Mizonov**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: mizonov46@mail.ru

#### **Tatiana Yurievna Shadrikova**

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Control of Electrical Power Systems Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: tanya-vinokurova@mail.ru

#### **Andrey Ilyich Tikhonov**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Head of Physics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: aitispu@mail.ru

## **Cell model of transient heat processes in underground electric cable and surrounding ground**

### **Abstract**

**Background.** One of the most essential consequences of short circuits in underground cable networks of 6–10 kV is heating up the insulation with its possible inflammation and damage of adjacent objects of an electrical supply system that enlarge the concomitant damage many times as much. Various methods (including the methods, which are based on reference documents) to calculate the thermal state of underground cables are known. Despite the part of them are of extra complexity and require a lot of poorly identified parameters, the issue of the accuracy of forecasting calculations remains open. Hence, the issue of development of new approaches to model transient thermal processes in a cable, combining the simplicity, small computational time, and the reasonable accuracy of forecasting the process thermal parameters is an important one.

**Materials and methods.** The method of mathematical modeling is used to solve the problem. The model uses the mathematical tools of the Markov chains theory. It is adapted to the representation of ground as multilayer medium, and the non-stationary heat source may be placed in one of the layers. The heat transfer deep down into the ground is described by heat conduction, and the heat exchange with neighboring ground and environment is described by heat emission. The study of influence of the process parameters on the heat process behavior is carried out by numerical methods. The experimental validation of the model is not planned at the current stage of this investigation.

**Results.** The developed mathematical model allows predicting temperature in a cable and in surrounding ground depending on the heat capacity and depth of layout of the heat source, determined by the value of current in the cable. The results of numerical experiments come to agreement with the physical essence of the process. The obtained results have the scientific novelty as they are based on the universal algorithm of modeling and allow describing the transient processes in the object under consideration.

**Conclusions.** The authors have proposed a mathematical tool to estimate the heat state of an underground electric cable depending on the heat capacity of the current, its depth of location in the ground and the thermo-physical properties of the ground. The model is simple to operate and takes exceedingly small computational time. It can be easily used in engineering practice.

**Key words:** underground electric cable, transients, heat capacity of the current, cell model, heat conduction, heat emission, temperature distribution

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2021.2.055-061

**Состояние вопроса.** Кабельные сети напряжением 6–20 кВ в настоящее время являются одной из основных частей систем городского и промышленного электроснабжения в Российской Федерации: через них распределяется более 50 % вырабатываемой в нашей стране электроэнергии<sup>2</sup>. Согласно некоторым оценкам [1], общая протяженность кабельных сетей 6–20 кВ в системах городского и промышленного электроснабжения составляет более 240 тысяч километров, из них более 99 % составляют сети 6–10 кВ<sup>3</sup>.

Одной из проблем, связанных с эксплуатацией кабельных сетей 6–10 кВ, является пониженный уровень изоляции кабельных ЛЭП. На данный момент физический износ кабельных ЛЭП напряжением 6–10 кВ составляет от 40 до 95 % [1, 2], что обуславливает высокий уровень повреждаемости кабелей вышеуказанного класса напряжения. Наиболее распространенным типом электрических повреждений (до 70–90 % от общего количества) [3, 4] являются однофазные замыкания на землю (ОЗЗ), также имеют место междуфазные короткие замыкания (КЗ).

Одним из наиболее существенных последствий КЗ и ОЗЗ в кабельных сетях 6–10 кВ является нагрев изоляции кабельных ЛЭП с возможностью ее последующего возгорания и повреждения смежных объектов системы электроснабжения, что многократно увеличивает сопутствующий ущерб. Кроме того, стоит отметить, что нагрев и перегрев изолирующих оболочек кабельных ЛЭП является не только следствием различного рода электрических повреждений, но и одним из факто-

ров, обуславливающих увеличение повреждаемости данных элементов системы электроснабжения. Перегрев кабельных ЛЭП при токовых перегрузках приводит к ускоренному старению изоляции; аналогичным образом перегрев кабеля при ОЗЗ приводит к переходу его в междуфазное КЗ, которое, в отличие от ОЗЗ, требует максимально быстрого отключения кабельной ЛЭП штатным действием устройств релейной защиты.

В настоящее время существуют несколько нормативных документов, в которых приведены методики оценки температуры кабельных ЛЭП в нагрузочных режимах. Среди таких документов целесообразно выделить Циркуляр Ц-02-98(Э) «О проверке кабелей на невозгорание при воздействии тока короткого замыкания»<sup>4</sup>, в котором также содержатся методики расчета температуры кабеля в аварийном (короткое замыкание) режиме, и ГОСТ Р МЭК 60287-3-2-2011 «Кабели электрические. Расчет номинальной токовой нагрузки».

Особенностью методик расчета температуры кабельной ЛЭП<sup>5</sup> является отсутствие учета влияния окружающего пространства (грунта) на процессы нагрева и охлаждения кабеля, что значительно упрощает процесс расчета, но при этом может привести к существенным погрешностям.

Для решения данной проблемы существует сформулированный в 1950-е гг. [5] и описанный также в [6, 7] подход, согласно которому нагреваемая кабельная

<sup>2</sup> Файбисович Д.Л., Карапетян И.Г., Шапиро И.М. Справочник по проектированию электрических сетей. – М.: НЦ ЭНАС, 2012. – 376 с.

<sup>3</sup> Лебедев Г.М. Повышение эффективности эксплуатации кабельных линий 6–10 кВ в системах электроснабжения на основе неразрушающей диагностики: дис. ... д-ра техн. наук. – М., 2007. – 410 с.

<sup>4</sup> Циркуляр Ц-02-98(Э). О проверке кабелей на невозгорание при воздействии тока короткого замыкания [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gostrf.com/normadata/1/4293828/4293828958.pdf> [Дата обращения 02.02.2021].

<sup>5</sup> ГОСТ Р МЭК 60287-3-2-2011. Кабели электрические. Расчет номинальной токовой нагрузки. Часть 3-2. Разделы, касающиеся условий эксплуатации. Экономическая оптимизация размера силовых кабелей [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200086859> [Дата обращения 02.02.2021].

ЛЭП и окружающее ее пространство представляются в виде набора эквивалентных RC-звеньев, имитирующих процессы передачи и накопления тепла. Однако при формировании подобных моделей возникает проблема определения размеров расчетной области и приемлемой дискретности «единичных» RC-элементов.

Задача определения параметров расчетной области также остается актуальной и для моделей, составленных в современных программных комплексах (таких как ELCUT или COMSOL Multiphysics). Основная причина – заверенное программное обеспечение имеет достаточно ограниченные возможности для стороннего «вмешательства».

Одним из возможных вариантов решения вышеуказанной проблемы является применение имитационной модели кабельной ЛЭП и окружающего пространства, составленной на основе теории цепей Маркова, описанных в ряде источников (например, [8]). Модель нагрева кабельной ЛЭП и окружающего пространства на основе теории цепей Маркова позволит выявить качественные характеристики грунта как объекта, подвергающегося тепловому воздействию, а также обосновать зависимости температуры нагрева кабельной ЛЭП и грунта от различных аспектов/параметров (теплопроводность, теплоемкость, плотность, размер модели, размер ячейки цепи, глубина прокладки кабеля в грунте, тепловая мощность источника, вид граничных условий). При этом выявление конкретных количественных характеристик, связанных с распределением тепловой энергии при нагреве кабельной ЛЭП, может быть осуществлено в современных программных комплексах.

**Материалы и методы.** Объектом исследования является подземный электрический кабель, находящийся на определенной глубине под поверхностью грунта и размещенный параллельно его поверхности, и окружающий его элемент грунта. Если свойства грунта не меняются по длине кабеля, то достаточно достоверно можно предположить, что процесс может быть описан плоской моделью. В соответствии со стратегией ячеечного моделирования, исследуемый непрерывный объект следует разделить на большое число малых ячеек. Они обычно называются ячейками идеального перемешивания, потому что все характери-

зующие их свойства считаются равномерно распределенными по их сечению. Выбор конфигурации системы ячеек связан с допущениями, принимаемыми при построении модели. На данном этапе моделирования выбрана цепь ячеек, схематично показанная на рис. 1 (необходимо заметить, что реально ячейки вплотную примыкают друг другу, а на рисунке разнесены, чтобы отчетливо представить граф цепи Маркова).

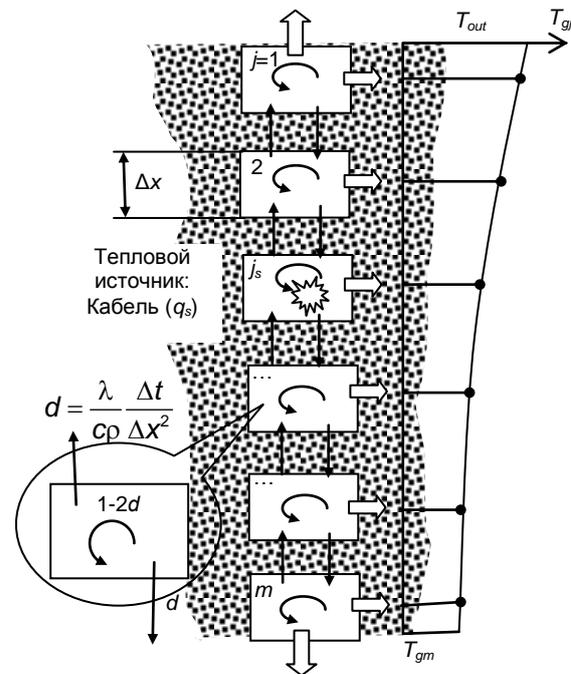


Рис. 1. Расчетная схема ячеечной модели и возможных переходов теплоты

Объектом моделирования является выделенный из грунта вертикальный столбик грунта, вдоль которого теплота может передаваться путем теплопроводности, а сверху, снизу и от боковой поверхности отводиться путем теплоотдачи. По высоте столбик разделен на  $m$  изотермических ячеек длиной  $\Delta x$ . Каждой ячейке соответствует номер  $j = 1, 2, \dots, m$ , являющийся ее дискретной (целочисленной) пространственной координатой. Состояние процесса регистрируется через малые промежутки времени  $\Delta t$ , а текущее время определяется по формуле  $t_k = (k-1)\Delta t$ , где  $k$  – номер временного перехода, являющийся дискретным (целочисленным) аналогом времени. Тепловое состояние цепи ячеек представлено векторами состояния – вектором-столбцом теплоты  $\mathbf{Q}^k = \{Q_j^k\}$  и температуры  $\mathbf{T}^k = \{T_j^k\}$ . Через ячейку с номером  $j_s$  проходит электрический кабель, являющийся тепловым источником мощностью  $q_s$ . Считается, что

температура окружающего грунта убывает с глубиной по степенному закону

$$T_{gj} = T_{out} \left( \frac{T_m}{T_{out}} \right)^{\frac{j-1}{m-1}}, \quad (1)$$

где  $T_{out}$  – температура окружающей среды над поверхностью грунта.

Таким образом, моделируемый тепловой процесс состоит из следующих стадий: генерация теплоты тепловым источником от протекания электрического тока; распространение теплоты по цепи путем теплопроводности; теплоотдача от верхней ячейки к окружающей воздушной среде; теплоотдача от каждой ячейки к окружающему грунту с переменной по глубине температурой. Переходный процесс изменения теплового состояния цепи описывается рекуррентным матричным равенством

$$\mathbf{Q}^{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{Q}^k - \Delta\mathbf{Q}_{out}^k - \Delta\mathbf{Q}_g^k + \Delta\mathbf{Q}_s^k, \quad (2)$$

где  $\mathbf{P}$  – матрица теплопроводности;  $\Delta\mathbf{Q}_{out}^k$  – вектор теплообмена с окружающей воздушной средой;  $\Delta\mathbf{Q}_g^k$  – вектор теплообмена с окружающим грунтом;  $\Delta\mathbf{Q}_s^k$  – вектор теплоты, поступающей от теплового источника. Эти векторы содержат ненулевые элементы только для ячеек, где происходит теплообмен с внешними источниками.

Если считать ячейки квадратными со стороной  $\Delta x$ , то эти ненулевые элементы рассчитываются следующим образом<sup>6</sup>:

$$\Delta\mathbf{Q}_{out}^k = \alpha_{out}(T_1^k - T_{out})\Delta x \Delta t, \quad (3)$$

$$\Delta\mathbf{Q}_{gj}^k = \alpha_g(T_j^k - T_{gj})2\Delta x \Delta t, \quad j = 1, \dots, m-1; \quad (4)$$

$$\Delta\mathbf{Q}_{gm}^k = \alpha_g(T_m^k - T_{gm})3\Delta x \Delta t, \quad (5)$$

$$\Delta\mathbf{Q}_{js}^k = q_s \Delta t, \quad (6)$$

где  $\alpha_{out}$  – коэффициент теплоотдачи от верхней ячейки цепи к воздуху;  $\alpha_g$  – коэффициент теплоотдачи от ячеек цепи к окружающему грунту.

По известному распределению теплоты, распределение температуры рассчитывается по формуле

$$\mathbf{T}^k = \mathbf{Q}^k \cdot \mathbf{c} \cdot \rho \cdot \Delta x^2, \quad (7)$$

где  $\mathbf{c}$  – вектор удельных теплоемкостей грунта;  $\rho$  – вектор его плотностей;  $\mathbf{J}$  – оператор поэлементного деления векторов.

Матрица  $\mathbf{P}$ , описывающая перенос теплоты между ячейками за один временной переход, имеет следующий вид:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1-d & d & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ d & 1-2d & d & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 1-2d & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1-2d & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d & 1-2d & d \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & d & 1-d \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где

$$d = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Таким образом, совокупность равенств (1)–(9) полностью описывает исследуемый процесс в рамках принятых допущений.

**Результаты.** Примеры численных экспериментов с разработанной моделью свидетельствуют о ее внутренней непротиворечивости.

Расчеты выполнены для следующих теплофизических свойств грунта: коэффициент теплопроводности  $\lambda = 2$  Вт/м·град; его плотность  $\rho = 1800$  кг/м<sup>3</sup>; его удельная теплоемкость  $c = 2000$  Дж/кг·град; коэффициент теплоотдачи от верхней ячейки к воздуху  $\alpha_{out} = 10$  Вт/(м<sup>2</sup>·град), от ячеек цепи к окружающему грунту  $\alpha_g = 1$  Вт/(м<sup>2</sup>·град).

Эволюцию распределения температуры в цепи иллюстрирует рис. 2: до  $k = 400$  в ячейке  $j_s = 6$  действует стационарный тепловой источник мощностью  $q_s = 2000$  Вт/м<sup>3</sup> (выход на номинальный режим), а затем его мощность скачком изменяется до 10000 Вт/м<sup>3</sup> (аварийный режим).

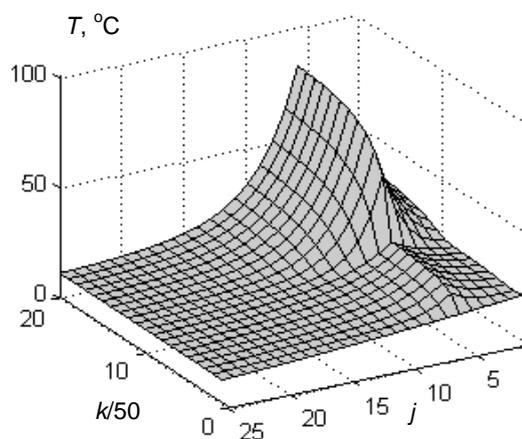


Рис. 2. Эволюция распределения температуры по ячейкам цепи при выходе на номинальный режим с последующим скачкообразным увеличением мощности теплового источника (аварийный режим)

<sup>6</sup> Справочник по проектированию электрических сетей / под ред. Д.Л. Файбисовича. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – М.: ЭНАС, 2017. – 376 с.

Изменение температуры в отдельных ячейках цепи при различной мощности теплового источника 5000, 10000 и 20000 Вт/м<sup>3</sup> показано на рис. 3. Естественно, что с ростом этой мощности температура ячейки с кабелем (т. е. температура кабеля) существенно повышается.

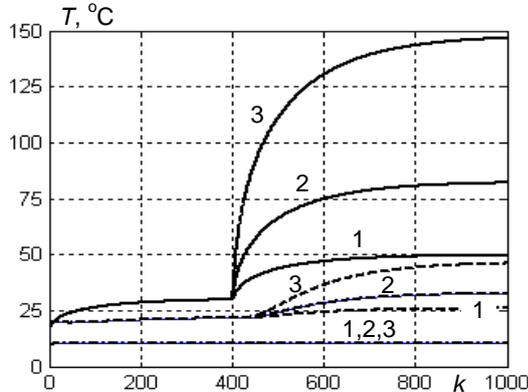


Рис. 3. Изменение температуры в отдельных ячейках цепи при различных значениях мощности теплового источника: 1 – 5000 Вт/м<sup>3</sup>; 2 – 10000 Вт/м<sup>3</sup>; 3 – 20000 Вт/м<sup>3</sup> (сплошные линии – ячейка с источником; штриховые – верхняя ячейка; штрихпунктирная – нижняя)

В меньшей степени это отражается на температуре верхней ячейки, контактирующей с воздухом, а на температуре нижней, самой глубокой ячейки это повышение почти не отражается. Последнее является достаточно важным по следующей причине. В строгой постановке задачи краевое условие на нижней границе поставлено быть не может, так как задача ставится на полубесконечном домене. В ячейечной же модели число ячеек должно оставаться конечным. То, что принятая нижняя граница цепи «не видит» тепловых процессов в ее верхней части, свидетельствует о достаточной удаленности нижней границы от зоны, где протекают основные тепловые процессы. Тогда условия на ней можно приближенно считать соответствующим таковым на бесконечности.

Изменение во времени температуры в отдельных ячейках при различной глубине прокладки кабеля (номера ячейки с тепловым источником) показано на рис. 4.

Анализ графиков (рис. 4) показывает, что глубина прокладки кабеля не оказывает существенного влияния на температурный переходный процесс и на предельную температуру в кабеле (в ячейке с тепловым источником).

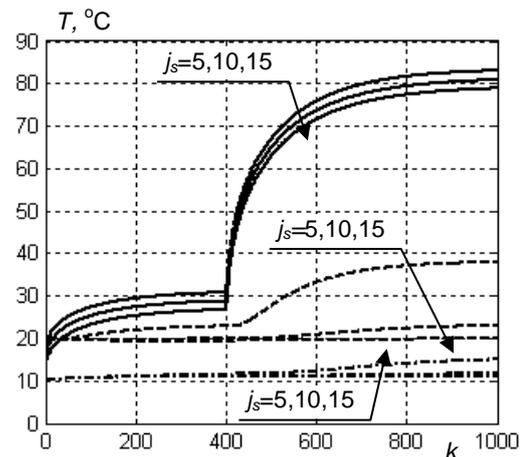


Рис. 4. Изменение температуры в отдельных ячейках цепи при различной глубине прокладки кабеля при  $j_s = 10000$  Вт/м<sup>3</sup>: сплошные линии – ячейка с источником; штриховые – верхняя ячейка; штрихпунктирная – нижняя

**Выводы.** Предложенный математический инструмент позволяет оперативно оценивать тепловое состояние подземного электрического кабеля в зависимости от тепловой мощности тока, глубины его расположения и теплофизического состояния грунта. Результаты численных экспериментов непротиворечивы и качественно согласуются с физическими представлениями о процессе. В частности, показано, что глубина прокладки кабеля оказывает незначительное влияние на его предельную температуру в аварийных ситуациях. Однако точность расчетных прогнозов вряд ли может быть гарантирована, поскольку теплофизические свойства грунтов в справочной литературе даются с разбросом иногда на порядок, и в каждом конкретном случае требуется индивидуальное определение этих свойств.

Модель проста в работе и требует крайне малых затрат машинного времени. Она может быть легко использована в инженерной практике.

#### Список литературы

1. Боков Г.С. Техническое перевооружение российских электрических сетей. Сколько это может стоить? // Новости электротехники. – 2002. – № 2(14) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://news.elteh.ru/arh/> [Дата обращения 02.02.21].
2. Сибиркин Ю.Д., Яшков В.А., Курыло Д.А. Показатели надежности кабельных линий 6–10 кВ // Промышленная энергетика. – 1979. – № 7. – С. 27–28.

3. **Лихачев Ф.А.** Замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью и с компенсацией емкостных токов. – М.: Энергия, 1971. – 152 с.

4. **Диагностика** и мониторинг кабельных сетей средних классов напряжения / К.П. Кадомская, В.Е. Качесов, Ю.А. Лавров и др. // *Электротехника*. – 2000. – № 11. – С. 48–51.

5. **Van Wormer F.H.** An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Temperature Transients // *AIEE Transactions*. – 1955. – Vol. 74, part 3. – P. 277–281.

6. **Белоруссов Н.И.** Электрические кабели и провода. (Теоретические основы кабелей и проводов, их расчет и конструкции). – М.: Энергия, 1971. – 512 с.

7. **Ковригин Л.А.** Основы кабельной техники: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2006. – 94 с.

8. **Теоретическое** исследование нелинейной теплопроводности в многослойной среде с фазовыми переходами в слоях / В.Е. Мизонов, А.В. Митрофанов, Е.В. Басова, Е.А. Шуина // *Вестник ИГЭУ*. – 2020. – № 1. – С. 53–59. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.1.053-059.

#### References

1. Bokov, G.S. Tekhnicheskoe perevoorzhenie rossiyskikh elektricheskikh setey. Skol'ko eto mozhет stoit'? [Technical reconstruction of Russian electrical systems. How much can it cost?]. *Novosti elektrotekhniki*, 2002, no. 2(14). Available at: <http://news.elteh.ru/arh/>. [Data obrasheniya 02.02.21]. (in Russian)

2. Sibirkin, Yu.D., Yashkov, V.A., Kurylo, D.A. Pokazateli nadezhnosti kabel'nykh liniy 6–10 kV [Reliability parameters of cable lines 6–10 kV].

*Promyshlennaya energetika*, 1979, no. 7, pp. 27–28. (in Russian)

3. Likhachev, F.A. *Zamykaniya na zemlyu v setyakh s izolirovannoy neytral'yu i s kompensatsiyey emkostnykh tokov* [Earth fault in the networks with insulated neutral and compensation of capacitive current]. Moscow: Energiya, 1971. 152 p. (in Russian)

4. Kadomskaya, K.P., Kachesov, V.E., Lavrov, Yu.A., Ovsyannikov, A.G., Sahno, V.A. *Diagnostika i monitoring kabel'nykh setey srednikh klassov napryazheniya* [Diagnostics and monitoring of the cable lines of average voltage]. *Elektrotekhnika*, 2000, no. 11, pp. 48–51. (in Russian)

5. Van Wormer, F.H. An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Temperature Transients. *AIEE Transactions*, 1955, vol. 74, part 3, pp. 277–281.

6. Belorussov, N.I. *Elektricheskie kabeli i provoda: (Teoreticheskie osnovy kabeley i provodov, ikh raschet i konstruktsii)* [Electrical cables and conductors. Theoretical foundations of cables and conductors, their calculation and design]. Moscow: Energiya, 1971. 512 p. (in Russian)

7. Kovrigin, L.A. *Osnovy kabel'noy tekhniki* [Foundations of cable technics]. Perm': Izdatel'stvo Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2006. 94 p. (in Russian)

8. Mizonov, V.E., Mitrofanov, A.V., Basova, E.V., Shuina, E.A. *Teoreticheskoe issledovanie nelineynoy teploprovodnosti v mnogoslnoy srede s fazovymi perekhodami v sloyakh* [Theoretical study of non-linear heat conduction in multi-layer medium with phase transformation in the layers]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 1, pp. 53–59. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.1.053-059. (in Russian)