

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ

---

УДК 536.2.02

**Антон Николаевич Беляков**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, заведующий кафедрой прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: ab\_pm@mail.ru

**Владимир Павлович Жуков**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: zhukov-home@yandex.ru

**Антон Валерьевич Огурцов**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: ogurtsovav@mail.ru

**Елена Владимировна Басова**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», старший преподаватель кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: nowikowa.elena@mail.ru

**Михаил Александрович Шилов**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-11, e-mail: mshilov@yandex.ru

### Ячеечная модель теплопроводности в двухкомпонентном смазочном материале<sup>1</sup>

**Авторское резюме**

**Состояние вопроса.** Потери на трение составляют значительную долю энергетических затрат в технологических процессах. Современные смазочные материалы представляют собой многокомпонентные системы, в качестве добавок в которые в последнее время активно применяются углеродные наноструктуры, что позволяет значительно увеличить теплопроводность смазочного материала и способствует более эффективному отводу тепла из зоны трения. Однако широкое применение таких материалов сдерживается отсутствием надежных методов расчета теплового состояния смазочного слоя, учитывающих концентрацию присадок и нелинейный характер протекающих процессов.

**Материалы и методы.** Численное решение задачи теплопроводности выполнено на основе ячейечной модели теории цепей Маркова.

**Результаты.** Предложена модель теплопроводности в двухкомпонентном смазочном материале. Рассмотрены два потока тепла по различным компонентам смазочной композиции с учетом взаимного обмена энергиями между ними. В результате численного эксперимента получены и исследованы зависимости температуры смазочного слоя

---

<sup>1</sup> Работа поддержана грантом Минобрнауки РФ № FZZM-2026-0004 (на 2026–2028 г.).

The project is supported by a grant of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, No. FZZM-2026-0004 (for 2026–2028).

от концентрации присадки, рассчитаны градиенты температуры внутри смазочного слоя, показано влияние мощности и положения источника теплоты на распределение температуры.

**Выводы.** Разработанная модель теплопроводности и полученные результаты позволяют прогнозировать распределение температуры в смазочном слое, выбирать концентрацию присадок под требуемые параметры работы пары трения.

**Ключевые слова:** теплопроводность, углеродные нанотрубки, цепь Маркова, смазочный материал, энергия трения, трибологические характеристики смазочных композиций

#### **Anton Nikolaevich Belyakov**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Head of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: ab\_pm@mail.ru

#### **Vladimir Pavlovich Zhukov**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: zhukov-home@yandex.ru

#### **Anton Valerievich Ogurtsov**

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences (PhD), Associate Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: ogurtsovav@mail.ru

#### **Elena Vladimirovna Basova**

Ivanovo State Power Engineering University, Senior lecturer of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: nowikowa.elena@mail.ru

#### **Mikhail Aleksandrovich Shilov**

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences (PhD), Associate Professor of Theoretical and Applied Mechanics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-11, e-mail: mshilov@yandex.ru

## **A cell model of thermal conductivity in a two-component lubricant**

### **Abstract**

**Background.** Friction losses account for a significant portion of energy consumption in technological processes. Modern lubricants are multi-component systems, and carbon nanoparticles have recently been actively used as additives. This significantly improves the thermal conductivity of the lubricant and promotes more efficient heat dissipation from the friction zone. However, the widespread use of such materials is hindered due to the lack of reliable methods to calculate the thermal state of the lubricant layer, taking into account the concentration of additives and the nonlinear nature of the processes occurring.

**Materials and methods.** The numerical solution of the heat conduction problem is based on the cell model of Markov chain theory.

**Results.** A model of thermal conductivity in a two-component lubricant has been proposed. Two heat flows have been considered for different components of the lubricant taking into account the mutual exchange of energies between them. As a result of the numerical experiment, the dependences of the lubricating layer temperature on the additive concentration have been obtained and studied. Temperature gradients within the lubricating layer have been calculated. The influence of the power and position of the heat source on the temperature distribution has been shown.

**Conclusions.** The developed thermal conductivity model and the obtained results allow us to predict the temperature distribution in the lubricant layer and select the concentration of additives for the required friction pair operating parameters.

**Key words:** thermal conductivity, carbon nanotubes, Markov chain, lubricant, friction energy, tribological characteristics of lubricant compositions

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2026.2.089-095

**Введение.** Высокие требования, предъявляемые к снижению воздействия трения, вызывающего повреждение контактирующих элементов узлов трения машин и механизмов, определяют актуальность работ по созданию смазочных материалов (СМ) с заданными свойствами. СМ должны обеспечивать снижение негативных последствий процесса трения в условиях эксплуатации. Исследования в этой области включают в себя, в том числе, анализ взаимосвязи физико-химических и трибологических свойств СМ. Широкий спектр исследований посвящен

влиянию присадок на улучшение функциональных свойств СМ.

В [1] показано, что наиболее перспективным в решении проблем трения и износа представляется использование многофункциональных присадок в составе различных СМ. На смену традиционным порошкообразным графиту и дисульфиду молибдена ( $MoS_2$ ) в конце прошлого века пришли и стали широко использоваться углеродные наноструктуры [1–3].

Наноструктуры углерода обеспечивают противоизносное и антифрикционное действие.

Изучению трибологических характеристик смазочных композиций (СК) посвящено большое количество работ, упор в которых сделан в основном на экспериментальные исследования [4]. Выбор необходимого соотношения компонентов смазки также носит эмпирический характер.

В [5] предложена методика определения оптимальных составов масел, включающая в себя расчеты толщины, момента трения, динамической вязкости, градиента температуры смазочного слоя (СС). Средняя температура СС рассчитывается аналитически и может быть подтверждена экспериментально, а распределение температуры находится расчетным путем из решения уравнения теплопроводности Фурье в частных производных и не поддается экспериментальной проверке. При этом для определения коэффициента теплопроводности дисперсной системы необходимо проводить специальные экспериментальные исследования либо применять усредняющие зависимости, которые также требуют экспериментальной проверки.

В настоящее время задача разработки математических моделей теплопроводности в дисперсных системах, позволяющих учитывать соотношение компонент СК, остается актуальной.

**Материалы и методы.** Рассматривается одномерная задача процесса теплопроводности в СС. Смазочный материал представлен в виде модельной двухкомпонентной системы – медицинского вазелина (МВ), модифицированного многостенными углеродными нанотрубками (МУНТ). На рис. 1 представлены эскизы пары трения «диск-диск» и зоны контакта.

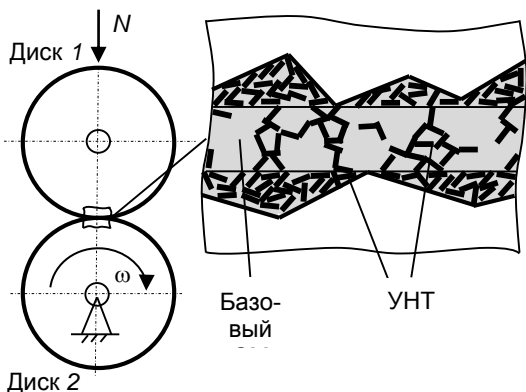


Рис. 1. Схемы пары трения (слева) и зоны контакта (справа)

Диск 1 неподвижен, а диск 2 вращается с угловой скоростью  $\omega$ . На диск 1 действует нагрузка  $N$ . Угловая скорость и нагрузка оказывают влияние на силу трения и, соответственно, на тепловыделение в зоне контакта. Между контактирующими дисками подается СК – медицинский вазелин/МУНТ. Присадки УНТ (углеродные нанотрубки) заполняют микронеровности, и на поверхности трения образуется пленка, которая снижает сопротивление скольжения и уменьшает

износ контактирующих поверхностей [1, 3, 6, 7]. УНТ в СС выстраиваются в пространственную решетку, образуя тепловые мостики между контактными парами, по которым отводится тепло от СМ на периферию, тем самым понижая температуру в зоне трибосопряжения [8].

Модель теплопроводности строится с использованием аппарата теории цепей Маркова [9]. Согласно этому подходу, рабочая область разбивается на конечное число ячеек, а все теплофизические параметры и параметры теплового состояния считаются равномерно распределенными по объему каждой индивидуальной ячейки. Изменение состояния системы определяется рекуррентным матричным равенством умножения матрицы параметров (или переходных вероятностей в теории цепей Маркова) на текущий вектор состояния. В [10] показано, что различные варианты представления теплофизических свойств гетерогенной среды существенно влияют на прогноз времени протекания процесса. В настоящем исследовании предлагается рассмотреть два отдельных процесса теплопроводности для каждого из компонентов СК и учесть взаимный обмен энергиями между ними.

Рассмотрим следующую схему движения тепловых потоков (рис. 2). Модель состоит из двух параллельных цепей ячеек, описывающих процесс теплопроводности в базовом СМ, и присадки из УНТ. Толщина слоя каждой цепи разбита на одинаковое количество ячеек  $m$  размером  $\Delta x$ . Внутри каждой цепи происходит процесс теплопроводности – обмен энергиями между ячейками. Первая и последняя ячейки моделируют пленку из УНТ, которая образуется на шероховатых поверхностях пары трения. В этом случае цепь ячеек базового СМ представляет собой уже плоскую многослойную стенку, ячеечная модель теплопроводности которой подробно представлена в [11].

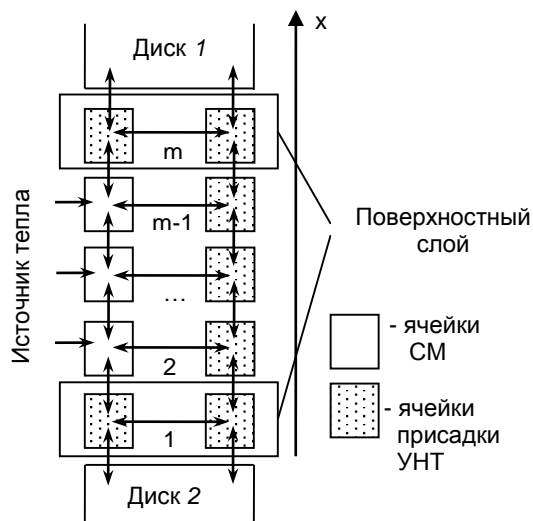


Рис. 2. Расчетная схема двухпоточной ячеечной модели теплопроводности

Состояние системы описывается векторами теплоты  $\mathbf{Q}_s$  и температуры  $T_s$  для базового СМ и векторами  $\mathbf{Q}_c$  и  $T_c$  для УНТ, связь между которыми при единичной площади поперечного сечения ячеек определяется соотношением  $Q = T c \rho \Delta x$ , где  $c$  – теплоемкость;  $\rho$  – плотность среды.

В процессе трения вращающегося и неподвижного дисков происходит выделение тепла. Будем считать, что энергия трения подводится только к ячейкам базового СМ. Тогда за время  $\Delta t$  в ячейках с номерами  $j = \overline{2, m-1}$  генерируется некоторое количество теплоты  $Q_{ej}$ .

Эволюция векторов состояния системы  $\mathbf{Q}_s$  и  $\mathbf{Q}_c$  в дискретные моменты времени  $k$  описывается рекуррентными зависимостями:

$$\mathbf{Q}_s^{k+1} = \mathbf{P}_s^k \mathbf{Q}_s^k + \mathbf{Q}_{e^k}; \quad \mathbf{Q}_c^{k+1} = \mathbf{P}_c^k \mathbf{Q}_c^k, \quad (1)$$

где  $\mathbf{P}_s^k, \mathbf{P}_c^k$  – матрицы теплопроводности или переходных вероятностей. В общем случае элементы этих матриц  $p_{s,i,j}^k, p_{c,i,j}^k$  могут меняться с течением времени и зависеть от состояния системы, что требует их пересчета на каждом шаге. Таким образом, учитывается нелинейный характер процесса теплопроводности.

Внешние ячейки с номерами 1 и  $m$  обмениваются с материалами пары трения энергией  $\Delta Q_s, \Delta Q_c$ , которая в итоге рассеивается в окружающую среду. Компоненты СК имеют разные коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_s$  и  $\alpha_c$ . Коэффициент теплоотдачи УНТ  $\alpha_c$  значительно выше коэффициента теплоотдачи базового СМ  $\alpha_s$ , тем самым обеспечивается значительный теплоотвод энергии от базового СМ на периферию через УНТ. Расчет энергий теплоотдачи определяется по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{s1}^k &= \alpha_s (T_{out}^k - T_{s1}^k) S_s \Delta t, \\ \Delta Q_{sm}^k &= \alpha_s (T_{out}^k - T_{sm}^k) S_s \Delta t, \\ \Delta Q_{c1}^k &= \alpha_c (T_{out}^k - T_{c1}^k) S_c \Delta t, \\ \Delta Q_{cm}^k &= \alpha_c (T_{out}^k - T_{cm}^k) S_c \Delta t, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T_{out}^k$  – температура контактов (в общем случае может изменяться с течением времени);  $S_s, S_c$  – площади контакта базового СМ и присадки УНТ.

Площади  $S_s, S_c$  определяются в зависимости от массовой концентрации присадки  $k_c$  по следующим формулам:

$$S_s = \rho_c (1 - k_c) / (k_c \rho_s + \rho_c (1 - k_c)); \quad (3)$$

$$S_c = k_c \rho_s / (k_c \rho_s + \rho_c (1 - k_c)). \quad (4)$$

Так как в одномерной постановке задачи процесса теплопроводности поперечная площадь сечения цепи ячеек принимается равной условной единице, то  $S_s$  и  $S_c$  можно рассматривать как доли соответствующих площадей. Формулы (3) и (4) следовало бы умножить на единицу ( $1 \text{ м}^2$ ), которую

мы опускаем. Коэффициенты матриц переходных вероятностей [11] необходимо также умножить на доли соответствующих площадей:

$$\begin{aligned} p_{s,j-1,j}^k &= \frac{\lambda_{s,j-1}^k}{c_{s,j}^k \rho_{s,j}^k} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} S_s, \\ p_{s,j+1,j}^k &= \frac{\lambda_{s,j+1}^k}{c_{s,j}^k \rho_{s,j}^k} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} S_s, \\ p_{s,j,j}^k &= 1 - p_{s,j+1,j}^k - p_{s,j-1,j}^k, \\ p_{c,j-1,j}^k &= \frac{\lambda_{c,j-1}^k}{c_{c,j}^k \rho_{c,j}^k} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} S_c, \\ p_{c,j+1,j}^k &= \frac{\lambda_{c,j+1}^k}{c_{c,j}^k \rho_{c,j}^k} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} S_c, \\ p_{c,j,j}^k &= 1 - p_{c,j+1,j}^k - p_{c,j-1,j}^k, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\lambda_s, \lambda_c$  – коэффициенты теплопроводности компонентов системы.

Между ячейками базового СМ и присадки УНТ происходит теплообмен, величина которого зависит от коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{sc}$  и площади контакта, которая при известных средних значениях диаметра  $d_c$  и длины  $h_c$  УНТ определяется по формуле

$$S_{cs} = V_c \cdot s_c / v_c, \quad (6)$$

где  $V_c = S_c \Delta x$  – объем УНТ в ячейке;  $s_c = \pi d_c h_c$  – площадь боковой поверхности УНТ (без учета торцевых частей);  $v_c = \pi d_c^2 h_c / 4$  – объем УНТ.

После подстановки и сокращений расчет площади контакта в зависимости от концентрации примет вид

$$S_{cs} = \frac{4k_c \rho_s \Delta x}{d_c (k_c \rho_s + \rho_c (1 - k_c))}. \quad (7)$$

Математическая модель, представленная зависимостями (1)–(7), позволяет описывать нестационарную теплопроводность в двухкомпонентной дисперсной системе с внутренними источниками энергии, учитывающей соотношение компонентов.

**Результаты.** Результаты численного эксперимента представлены на рис. 3–5. Расчеты выполнены для двухкомпонентного СМ, состоящего из МВ и МУНТ, со следующими теплофизическими свойствами и модельными параметрами: теплопроводность  $\lambda_s = 0,12$ ,  $\lambda_c = 1000$  Вт/(м $\cdot$ °С); удельная теплоемкость  $c_s = 2242$ ,  $c_c = 932$  Дж/(кг $\cdot$ °С); плотность  $\rho_s = 870$ ,  $\rho_c = 1600$  кг/м $^3$  [12, 13]; коэффициент теплоотдачи  $\alpha_s = 1 \cdot 10^3$  Вт/(м $^2$ ·°С),  $\alpha_c = 3 \cdot 10^3$  Вт/(м $^2$ ·°С),  $\alpha_{sc} = 3 \cdot 10^3$  Вт/(м $^2$ ·°С); средние значения длины и наружного диаметра одной УНТ (приняты равные  $h_c = 1 \cdot 10^{-6}$  м и  $d_c = 50 \cdot 10^{-9}$  м соответственно [14]). Смазочный слой толщиной  $3 \cdot 10^{-6}$  м разбит на 10 ячеек с шагом  $\Delta x = 3 \cdot 10^{-7}$  м. За время  $\Delta t = 3 \cdot 10^{-10}$  с в каждой ячейке генерируется постоянное количество

теплоты  $Q_{ef}^k = 9 \cdot 10^{-7}$  Дж. Температура в начальный момент времени составляет 22 °С. Концентрация МУНТ принималась в диапазоне от 0 до 2,0 %.

На рис. 3 представлены результаты расчета температуры внешнего слоя СМ, взаимодействующего с поверхностью вращающегося контакта (ячейка 2 на рис. 2). С увеличением концентрации присадки происходит уменьшение температуры слоя за счет учета дополнительного теплоотвода через УНТ. Однако это уменьшение незначительное, хотя на практике наблюдается более существенное снижение температуры [15]. Такие результаты объясняются отсутствием учета изменения коэффициента трения в зависимости от концентрации присадки.

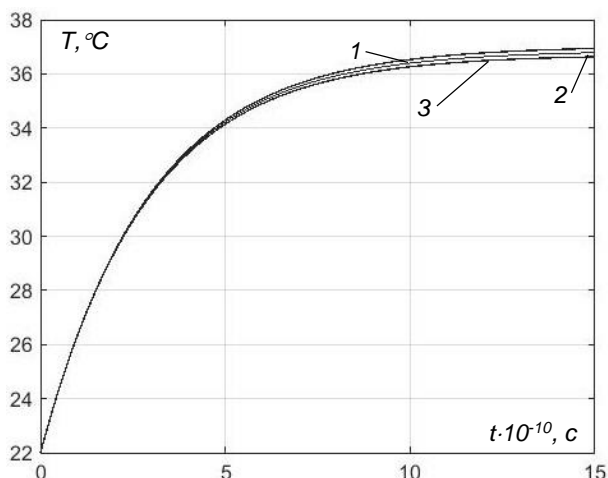


Рис. 3. Зависимость температуры на границе смазочного слоя от концентрации МУНТ: 1 – 0 %; 2 – 1,0 %; 3 – 2,0 % (энергия трения не зависит от концентрации)

На рис. 4 представлены результаты расчета температуры с учетом линейной зависимости уменьшения тепловыделения в СС от концентрации УНТ [15]. В этом случае заметно существенное понижение температуры СМ с увеличением содержания присадки.

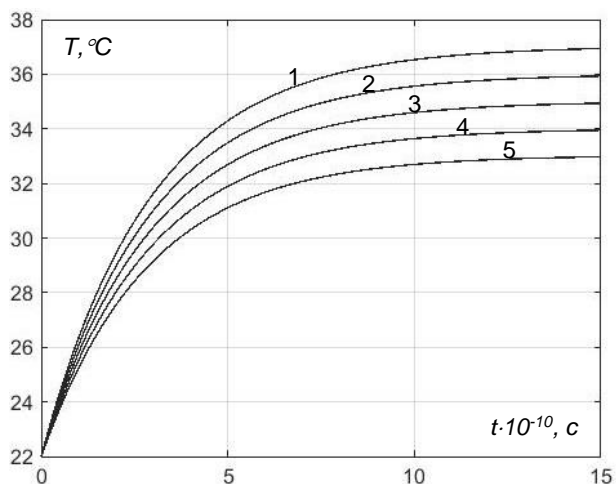


Рис. 4. Зависимость температуры на границе смазочного слоя от концентрации МУНТ: 1 – 0 %; 2 – 0,5 %; 3 – 1,0 %; 4 – 1,5 %; 5 – 2 % (линейная зависимость энергии трения от концентрации)

Предложенная модель позволяет рассчитать не только кинетику процесса теплопроводности, но и распределение температуры внутри СС. На рис. 5 представлено установившееся распределение температуры в СС при различном профиле источника энергии. Кривая 1 соответствует равномерному тепловому источнику. Ввиду симметричности граничных условий рассматриваемой системы трения, максимальное значение температуры достигается в центре слоя СМ.

В гидродинамическом режиме смазки тепловыделение внутри смазочного слоя происходит неравномерно. Максимальное значение энергии трения достигается в приграничном к движущемуся контакту слое смазки. Кривая 2 рассчитана при линейной зависимости энергии трения по ячейкам расчетной области, которая уменьшается в сторону увеличения номера ячейки. Наблюдается смещение максимума температуры смазочного слоя ближе к движущемуся контакту.

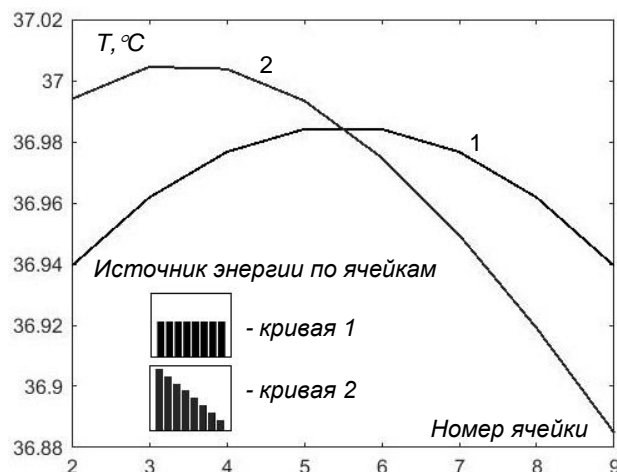


Рис. 5. Распределение температуры в смазочном слое: 1 – равномерный источник тепла; 2 – линейное распределение источника тепла по ячейкам

Предложенная модель теплопроводности может быть расширена на количество компонентов больше двух, а также учитывать нелинейный характер параметров системы от температуры. Для этого необходимо пересчитывать коэффициенты матриц переходных вероятностей на каждом шаге.

**Выводы.** Разработанная на основе теории цепей Маркова ячеечная математическая модель теплопроводности в двухкомпонентном смазочном материале, модифицированном многослойными углеродными нанотрубками, позволяет учитывать концентрацию присадки, нелинейный характер зависимостей теплофизических свойств материалов от температуры, задавать требуемое распределение источника теплоты внутри смазочного слоя.

Численные эксперименты показали адекватное описание моделью процесса теплопроводности в смазочном слое.

Предложенный подход может быть легко адаптирован для расчета теплопроводности в дисперсных системах с количеством компонентов больше двух.

### Список литературы

1. **Mechanism** of Lubricating Action of Model Systems with Additives of Carbon Nanostructures under Hard Friction Conditions / M.A. Shilov, A.I. Smirnova, S.Yu. Kupreenko, et al. // *Journal of Friction and Wear*. – 2024. – Vol. 45, No. 6. – P. 337–343.

2. **Гаркунов Д.Н.** Триботехника. – М.: Изд-во МСХА, 2001. – 616 с.

3. **Триботехнические** характеристики моторного масла, модифицированного углеродными наночастицами / Н.К. Толочко, А.В. Крауклис, П.Г. Становой, Ю.А. Шиенок // Опыт, проблемы и перспективы развития технического сервиса в АПК: доклады Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 55-летию со дня образования БГАТУ и 100-летию со дня рождения д-ра техн. наук, проф. Сулова В.П., Минск, 15–18 апреля 2009 г.: в 2 ч. Ч. 1. – Минск: БГАТУ, 2009. – С. 379–383.

4. **Исследование** триботехнических характеристик перспективных смазочных материалов с углеродными наночастицами / А.А. Гвоздев, А.И. Смирнова, Е.В. Березина и др. // Жидкие кристаллы и их практическое использование. – 2018. – Т. 18, № 1. – С. 66–72. DOI: 10.18083/LCAppl.2018.1.66.

5. **Тохметова А.Б.** Повышение триботехнических свойств смазочного масла легированием микро-/нанодобавками: дис. ... канд. техн. наук. – М., 2023. – 113 с.

6. **Vyavhare K., Aswath P.B.** Tribological Properties of Novel Multi-Walled Carbon Nanotubes and Phosphorus Containing Ionic Liquid Hybrids in Grease // *Front. Mech. Eng.* – 2019. – Vol. 5. DOI: 10.3389/fmech.2019.00015.

7. **Шилов М.А., Усольцева Н.В.** Моделирование влияния присадок углеродных наноструктур на триботехнические характеристики смазочных материалов // Жидкие кристаллы и их практическое использование. – 2025. – Т. 25, № 4. – С. 91–101.

8. **Tactile** and Thermal Sensors Built from Carbon-Polymer Nanocomposites – A Critical Review / C. Yuan, A. Tony, R. Yin, et al. // *Sensors*. – 2021. – Vol. 21, issue 4. <https://doi.org/10.3390/s21041234>

9. **Баранцева Е.А., Мизонов В.Е.** Введение в теорию цепей Маркова и ее инженерные приложения: учеб. пособие / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина». – Иваново, 2010. – 80 с.

10. **Моделирование** теплопроводности в среде с фазовым переходом с подвижной границей раздела фаз / В.Е. Мизонов, А.И. Тихонов, Е.В. Басова, А.В. Митрофанов // Проблемы региональной энергетики. – 2021. – № 3(51). – С. 53–61. DOI: 10.52254/1857-0070.2021.3-51.05.

11. **Теоретическое** исследование нелинейной теплопроводности в многослойной среде с фазовыми переходами в слоях / В.Е. Мизонов, А.В. Митрофанов, Е.В. Басова, Е.А. Шуина // Вестник ИГЭУ. – 2020. – Вып. 1. – С. 53–59. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.1.053-059.

12. **Карпушенкова Л.С., Кабо Г.Я., Блохин А.В.** Многослойные углеродные нанотрубки – компонент энергоёмких суспензионных реактивных горючих //

Тонкие химические технологии. – 2020. – Т. 15, № 2. – С. 38–46.

13. **The effective** density and transport properties of compacted carbon nanotubes and nanowhiskers / I.V. Zolotukhin, I.M. Golev, A.E. Markova, et al. // *Technical Physics Letters*. – 2005. – Vol. 31, No. 2. – P. 159–160. DOI: 10.1134/1.1877634.

14. **Многослойные** углеродные нанотрубки и их применение / М.М. Томишко, О.В. Демичева, А.М. Алексеев и др. // Российский химический журнал. – 2008. – Т. 52, № 5. – С. 39–42.

15. **Тохметова А.Б., Михеев А.В., Тананов М.А.** Исследования триботехнических свойств моторного масла с содержанием фуллеренов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2022. – № 4. – С. 108–112. DOI: 10.31857/S0235711922040150.

### References

1. Shilov, M.A., Smirnova, A.I., Kupreenko, S.Yu., Gvozdev, A.A., Rozhkova, N.N., Dyachkova, T.P., Stolbov, D.N., Savilov, S.V., Usol'tseva, N.V. Mechanism of Lubricating Action of Model Systems with Additives of Carbon Nanostructures under Hard Friction Conditions. *Journal of Friction and Wear*, 2024, vol. 45, no. 6, pp. 337–343.

2. Garkunov, D.N. *Tribotekhnika* [Tribology]. Moscow: Izdatel'stvo MSKHA, 2001. 616 p.

3. Tolochko, N.K., Krauklis, A.V., Stanovoy, P.G., Shienok, Yu.A. Tribotekhnicheskie kharakteristiki motor-nogo masla, modifitsirovannogo uglerodnymi nanochastitsami [Tribological characteristics of motor oil modified with carbon nanoparticles]. *Doklady Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Opyt, problemy i perspektivy razvitiya tekhnicheskogo servisa v APK», posvyashchennoy 55-letiyu so dnya obrazovaniya BGATU i 100-letiyu so dnya rozhdeniya doktora tekhnicheskikh nauk, professora Suslova V.P., Minsk, 15–18 aprelya 2009 g.: v 2 ch. Ch. 1* [Proceedings of the International scientific and practical conference “Experience, Problems, and Prospects of the Development of Technical Services in the Agro-Industrial Complex” dedicated to the 55th Anniversary of the founding of the Belarusian State Agrarian University and the 100th anniversary of Doctor of Engineering Sciences, Professor V.P. Suslov, Minsk, April 15–18, 2009. In 2 parts. Part 1]. Minsk: BGATU, 2009, pp. 379–383.

4. Gvozdev, A.A., Smirnova, A.I., Berезина, E.V., Dunaev, A.V., Tkachev, A.G., Usol'tseva, N.V. Issledovanie tribotekhnicheskikh kharakteristik perspektivnykh smazochnykh materialov s uglerodnymi nanochastitsami [Study of tribotechnical characteristics of promising lubricants with carbon nanoparticles]. *Zhidkie kristally i ikh prakticheskoe ispol'zovanie*, 2018, vol. 18, no. 1, pp. 66–72. DOI: 10.18083/LCAppl.2018.1.66.

5. Tokhmetova, A.B. *Povyshenie tribologicheskikh svoystv smazochnogo masla legirovaniem mikro-/nanodobavkami*. Diss. ... kand. tekhn. nauk [Improving the tribological properties of lubricating oil by alloying with micro-/nanoadditives. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, 2023. 113 p.

6. Vyavhare, K., Aswath, P.B. Tribological Properties of Novel Multi-Walled Carbon Nanotubes and Phosphorus Containing Ionic Liquid Hybrids in Grease. *Front. Mech. Eng.*, 2019, vol. 5. DOI: 10.3389/fmech.2019.00015.

7. Shilov, M.A., Usol'tseva, N.V. Modelirovanie vliyaniya prisadok uglerodnykh nanostruktur na tribotekhnicheskie kharakteristiki smazochnykh materialov [Modeling of the effect of carbon nanostructure additives

on tribotechnical properties of lubricants]. *Zhidkie kristally i ikh prakticheskoe ispol'zovanie*, 2025, vol. 25, no. 4, pp. 91–101.

8. Yuan, C., Tony, A., Yin, R., Wang, K., Zhang, W. Tactile and Thermal Sensors Built from Carbon–Polymer Nanocomposites – A Critical Review. *Sensors*, 2021, vol. 21, issue 4. <https://doi.org/10.3390/s21041234>.

9. Barantseva, E.A., Mizonov, V.E. *Vvedenie v teoriyu tsepey Markova i ee inzhenernye prilozheniya* [Introduction to Markov Chain Theory and its engineering applications]. Ivanovo, 2010. 80 p.

10. Mizonov, V.E., Tikhonov, A.I., Basova, E.V., Mitrofanov, A.V. Modelirovanie teploprovodnosti v srede s fazovym perekhodom s podvizhnoy granitsey razdela faz [Modeling of thermal conductivity in a medium with a phase transition and a moving phase boundary]. *Problemy regional'noy energetiki*, 2021, no. 3(51), pp. 53–61. DOI: 10.52254/1857-0070.2021.3-51.05.

11. Mizonov, V.E., Mitrofanov, A.V., Basova, E.V., Shuina, E.A. Teoreticheskoe issledovanie nelineynoy teploprovodnosti v mnogosloynoy srede s fazovymi perekhodami v sloyakh [Theoretical study of nonlinear thermal conductivity in a multilayer medium with phase transitions

in layers]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 1, pp. 53–59. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.1.053-059.

12. Karpushenkova, L.S., Kabo, G.Ya., Blokhin, A.V. Mnogosloynnye uglerodnye nanotrubki – komponent energoemkikh suspenzionnykh reaktivnykh goryuchikh [Multiwalled carbon nanotubes as a component of energy-intensive suspension reactive fuels]. *Tonkie khimicheskie tekhnologii*, 2020, vol. 15, no. 2, pp. 38–46.

13. Zolotukhin, I.V., Golev, I.M., Markova, A.E., Bli-nov, S.N., Grishin, D.A., Rakov, E. The effective density and transport properties of compacted carbon nanotubes and nanowhiskers. *Technical Physics Letters*, 2005, vol. 31, no. 2, pp. 159–160. DOI: 10.1134/1.1877634.

14. Tomishko, M.M., Demicheva, O.V., Alekseev, A.M., Tomishko, A.G., Klinova, L.L., Fetisova, O.E. Mnogosloynnye uglerodnye nanotrubki i ikh primeneniye [Multiwalled carbon nanotubes and their applications]. *Rossiyskiy khimicheskiy zhurnal*, 2008, vol. 52, no. 5, pp. 39–42.

15. Tokhmetova, A.B., Mikheev, A.V., Tananov, M.A. Issledovaniya tribologicheskikh svoystv motornogo masla s sodержaniem fullerenov [Studies of the tribological properties of motor oil containing fullerenes]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2022, no. 4, pp. 108–112. DOI: 10.31857/S0235711922040150.