

УДК 621.65.052

Моделирование и оптимизация сетей с периодически работающими источниками

Н.Н. Елин¹, А.П. Попов², Д.В. Загинайко², М.Г. Королев²

¹ФГБОУВПО «Ивановский государственный политехнический университет», г. Иваново, Российская Федерация
²ООО НВ-АСУпроект, г. Нижневартовск, Российская Федерация
E-mail: yelinnn@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В крупных производственных системах часть технологических установок, являющихся источниками для системы сбора продукции, работает периодически. При этом могут возникать недопустимые временные перегрузки отдельных участков сборной сети. Следовательно, весьма важно назначить такой график работы периодически работающих источников, при котором ограничивающее влияние сети минимально. Отсюда вытекает необходимость создания математической модели сети, в которой часть источников эксплуатируется периодически, и методов разработки режимов ее эксплуатации, при которых достигается экстремальное значение выбранного критерия оптимальности с учетом имеющихся технологических ограничений.

Материалы и методы: Использован метод описания структуры сети, при котором совокупность источников делится на топологические группы по признаку связи с участками, в которые подается их продукция. Оптимизация режимов работы периодически эксплуатируемых источников для каждой топологической группы произведена методом покоординатного спуска. В качестве критерия оптимальности использована абсолютная величина среднего отклонения суммарного дебита источников от ее среднего значения.

Результаты: Построена математическая модель сети с периодически работающими источниками и разработан метод оптимизации режима ее эксплуатации.

Выводы: Предлагаемая математическая модель и ее компьютерная реализация позволяет назначать график работы периодически работающих источников, при котором ограничивающее влияние пропускной способности сети минимально.

Ключевые слова: математическая модель сети, поток продукции, матрица, топологическая группа источников, оптимизация режима, метод покоординатного спуска.

Modelling and optimization of networks with periodically operating sources

N.N. Yelin¹, A.P. Popov², D.V. Zaginaiko², M.G. Korolev²

¹Ivanovo State Polytechnic University, Ivanovo, Russian Federation
²ООО NV-ASUproekt, Nizhnevartovsk, Russian Federation
E-mail: yelinnn@mail.ru

Abstract

Background: In large production systems, part of technological installations, which are sources of product collection system, work intermittently. This may cause unacceptable overload of individual sections of the gathering line. Therefore, it is important to assign a schedule for periodically working sources which would minimize the network impact. That is why it is important to develop a mathematical model of the network, in which part of the sources is operated intermittently, and methods for development of its operation modes, in which the extremes of the selected optimality criterion can be reached within the existing technological limitations.

Materials and methods: The authors used a method of network structure description in which the source is divided into a set of topological groups according to the links to sites that serve their products. The operating modes of periodically exploited sources for each topological group were optimized by the coordinate descent method. The absolute value of the average deviation of the total debit of sources from its average value was used as the optimality criterion.

Results: A mathematical model has been built for the network with periodically working sources and a method for optimizing its operation mode has been developed.

Conclusions: The proposed mathematical model and its computer implementation allow us to assign the schedule of periodically working sources, in which the network bandwidth limiting impact is minimal.

Key words: mathematical network model, product stream, matrix, topological source group, mode optimization, coordinate descent method.

DOI: 10.17588/2072-2672.2016.3.073-077

Во многих системах, состоящих из нескольких источников, приемника и соединяющей их сети, часть источников работает периодически. Однако практически все методики расчета и моделирования таких систем оперируют с осредненными по времени величинами [1, 2],

что снижает точность результатов расчетов, а в ряде случаев не позволяет решать практически важные задачи.

Рассматривается сеть, состоящая из J соединенных произвольным образом простых участков, по которой продукция от всех источ-

ников (в том числе, от I периодически работающих) собирается к одному приемнику.

Каждый периодически работающий источник характеризуется генерируемым им потоком продукции Q_i (дебитом), потенциалом P_i , необходимым для преодоления совокупности участков сети от источника до приемника, общей продолжительностью цикла работы t_i и продолжительностью рабочей части цикла tw_i . В общем случае потенциал источника зависит от его дебита. Зависимость $P_i(Q_i)$ также является важной характеристикой источника.

Каждый участок сети характеризуется длиной l_j , удельным сопротивлением движению продукции s_j ($i=1, \dots, I; j=1, \dots, J$). Уменьшение потенциала при движении потока через участок описывается зависимостью

$$\Delta P_j = s_j Q_j^\beta, \quad (1)$$

где Q_j – поток на j -м участке, определяемый дебитами источников, продукция которых проходит через него полностью или частично; β – показатель степени, описывающий закон сопротивления.

Например, для гидравлических сетей поток равен расходу жидкости, потенциал – напору, а сопротивление и показатель степени в (1) рассчитываются по [3, 4].

Очевидно, что при одновременной работе большого количества периодически эксплуатируемых источников могут происходить перегрузки отдельных участков сборной сети, которые приведут к отрицательным последствиям (снижение подачи продукции вплоть до ее прекращения на отдельных источниках, перерасход энергии, аварии и др.). Для каждого участка сети существует оптимальная и максимальная допустимая нагрузка Q_{optj} и Q_{maxj} , рассчитываемая по формуле (1) при рекомендованных величинах $(\Delta P/l)_{opt}$ и $(\Delta P/l)_{max}$. Для гидравлических сетей, транспортирующих однофазные и многофазные среды, эти величины можно определить по [5–7].

Задача заключается в разработке такого графика работы периодически работающих источников, при котором ограничивающее влияние пропускной способности сети минимально. Для этого предлагается, прежде всего, определить потенциал загрузки каждого участка сборной сети как разность между его максимально допустимой нагрузкой и потоком, соответствующим подаче только постоянно работающих источников Qc_j :

$$\Delta Qp_j = Q_{maxj} - Qc_j. \quad (2)$$

Каждый участок должен быть «привязан» к совокупности периодически работающих источников, продукция которых поступает в него (например, описав эту связь в виде матрицы A , в которой каждый столбец i соответствует определенному периодически работающему источнику, а каждая строка j – определенному

участку системы сбора). Если источник i не подает продукцию в участок j , то $A_{ij} = 0$, если подает всю продукцию, то $A_{ij} = 1$, если подает часть продукции, например при наличии колец в схеме сбора, то $0 < A_{ij} < 1$.

Максимально возможное увеличение расхода для случая работы всех «периодических» источников для каждого участка составляет

$$\Delta Qm_j = \sum_{i=1}^I \left(Q_i \frac{tw_i}{t_i} a_i \right), \quad (3)$$

где a_i – компонент матрицы A , принадлежащий строке j .

Величины ΔQm_j необходимо сравнить с потенциалами загрузки ΔQp_j , рассчитанными по формуле (2). В итоге этого сравнения выявятся «ограничивающие» участки, для которых $\Delta Qm_j > \Delta Qp_j$, во избежание перегрузки которых необходимо ограничивать дебит периодически работающих источников, подающих продукцию в эти участки.

В результате выполнения данного этапа количество столбцов матрицы A может сократиться, так как из нее можно исключить столбцы, соответствующие участкам системы, которым не угрожает перегрузка. Назовем новую матрицу A_1 . Из матрицы A_1 можно попытаться сформировать 2 или более матриц, соответствующих группам источников, сформированных по принципу: источник i входит в данную группу, если для любого участка j она имеет ненулевой компонент матрицы A_{ij} так же, как и хотя бы один источник этой группы. Назовем эти группы источников топологическими.

Например, предположим, что для схемы с шестью источниками и девятью участками (рис. 1) периодически работают источники 1, 2, 4 и 5, а «ограничивающими» являются участки 1, 2, 4, 5, 7 и 8. Поэтому матрица A , показывающая связь периодически работающих источников с «ограничивающими» участками, имеет размер 4×6 :

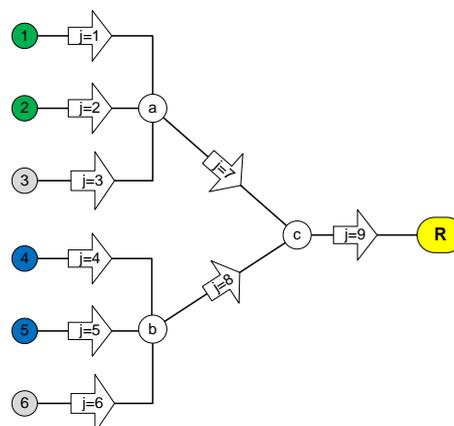


Рис. 1. Пример схемы сети с шестью источниками и девятью участками

$$A = \begin{matrix} & i=1 & i=2 & i=4 & i=5 \\ \begin{matrix} j=1 \\ j=2 \\ j=4 \\ j=5 \\ j=7 \\ j=8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4)$$

В данной схеме можно выделить две топологические группы источников. Первая включает источники 1 и 2, а вторая – 4 и 5. Матрицы для них имеют следующий вид:

$$A_1 = \begin{matrix} & i=1 & i=2 \\ \begin{matrix} j=1 \\ j=2 \\ j=7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad A_2 = \begin{matrix} & i=4 & i=5 \\ \begin{matrix} j=4 \\ j=5 \\ j=8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5)$$

Вводятся ограничения на работу периодически работающих источников. Предлагается ограничивать продолжительность рабочей части цикла, т. е. уменьшать величину tw/t_i до тех пор, пока для всех «ограничивающих» участков не будет выполняться условие

$$\Delta Q_j = \sum_{i=1}^I \left(Q_i \frac{tw_i}{t_i} a_i \right) \leq \Delta Q m_j \quad (6)$$

Очевидно, что существует бесконечное множество решений этой задачи, каждое из которых соответствует определенному набору tw/t_i . Предлагается в качестве первого приближения уменьшать эту величину в одинаковой пропорции для каждого источника, т. е. найти степень сокращения времени рабочей части цикла источников, работающих на участок системы сбора $j b_j = tw1/t_i$, где $tw1_i$ – новая (уменьшенная) продолжительность рабочей части цикла источника i . Очевидно, что

$$b_j = \frac{\Delta Q m_j}{\sum_{i=1}^I \left[Q_i \frac{tw_i}{t_i} a_i \right]} \quad (7)$$

Данный пункт может отсутствовать, если перегрузка участка не является основанием для ограничения дебитов. Однако в этом случае следует проанализировать влияние такой перегрузки на сокращение дебитов других источников, используя их зависимости $P_i(Q_i)$.

Ранжируем «ограничивающие» участки по величине

$$q_j = \left(\frac{Qc_j}{Q_{\max_j}} \right) \left(\frac{Qc_j}{\sum_i Q_i} \right) \quad (8)$$

где Qc_j – расход по j -му участку при работе всех постоянно эксплуатируемых источников и периодически эксплуатируемых со средним по

времени дебитом; $\sum_i Q_i$ – сумма дебитов всех скважин данной топологической группы.

Первый множитель в формуле (8) характеризует потенциал загрузки данного участка j периодически работающими источниками, второй множитель – «степень важности» его в системе сбора.

Если принято решение об ограничении загрузки перегруженных участков, то рассчитываем b_j для участка с наибольшим q_j , пересчитываем $tw1/t_i$ всех периодически работающих на него источников и повторяем процедуру начиная с формулы (6). Если ограничение не предусмотрено, то сразу переходим к следующему этапу.

Каждой топологической группе источников, принадлежащей множеству $\{U_k\}$, соответствует конкретный участок сети сбора jk , который ее «запирает» (j – номер участка, k – номер топологической группы источников). То есть имеется множество простых участков сети $\{jk\}$, увеличение загрузки которых может привести к негативным последствиям.

Начиная от приемника продукции (рис. 1, позиция R) выполняем обход сети в сторону источников и для каждого обнаруженного участка из множества $\{jk\}$ для соответствующей ему топологической группы выполняем следующую последовательность действий:

1. Если данная топологическая группа уже «обработана», т.е. для входящих в нее периодически работающих источников уже построены оптимальные графики эксплуатации, то переходим к следующей топологической группе.

2. Дальнейшим спуском от участка jk к источникам пытаемся найти участок, также входящий в множество $\{jk\}$, т.е. ищем «вложенную» в рассматриваемую топологическую группу.

3. Если «вложенные» топологические группы обнаружены, то возвращаемся к п.1 для каждой обнаруженной «вложенной» топологической группы.

4. Оптимизируем графики работы источников, входящих в каждую топологическую группу. При этом если текущая топологическая группа имеет «вложенные» в нее топологические группы (для источников, входящих во «вложенные» топологические группы, оптимальные графики работы уже сформированы), то рассматриваем только те источники текущей топологической группы, которые не входят ни в одну из «вложенных» топологических групп.

График работы периодически эксплуатируемых источников для каждой топологической группы U_k , включающей m_k таких источников, составляется следующим образом (в даль-

нейшем изложении индекс k , обозначающий топологическую группу, опустим):

Производим сортировку всех периодически эксплуатируемых источников ($i \in m_k$) по признаку уменьшения величины ($tw_i Q_i$).

Режим работы i -го источника описывается кусочно-непрерывной функцией

$$Q_i(t) = [1 + (tw_i - t)/tw_i + (t/tw_i)] Q_i \quad (9)$$

где [...] – функция выделения целой части числа.

Каждый источник имеет сдвиг по времени начала своей работы $\tau_i \in [0, \dots, tw]$. Вектор $\tau_{im} = [\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{mk}]$ как раз и является искомым в задаче по определению плана работы источников данной топологической группы. Запишем зависимость от искомым величин – сдвигов во времени:

$$Q_i(t) = [1 + (tw_i - (t - \tau_i))/tw_i + ((t - \tau_i)/tw_i)] Q_i \quad (10)$$

Суммарный дебит всех периодически работающих источников данной топологической группы составляет

$$\sum_{i=1}^{mk} Q_i(t) = F_k(t, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{mk}) \quad (11)$$

В качестве критерия оптимальности выбираем минимум величины среднего отклонения суммарного дебита от его среднего значения для данной топологической группы источников:

$$K = \left| \overline{F_k(t, \tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{mk})} - \overline{F_k(t, \tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{mk})} \right| \quad (12)$$

где черта сверху означает осреднение по времени за характерный период работы. Решением задачи будет вектор $\tau_{im} = [\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{mk}]$.

В качестве «нулевого» приближения принимаем $\tau_0 = 0$, а для $i = 1, \dots, m_k$

$$\tau_i = \frac{t_i \sum Q_i}{m_k^2 Q_i} \quad (13)$$

Нетрудно убедиться, что если параметры всех источников (Q_i, t_i, tw_i) одинаковы, то $\tau_i = t/m_k$, суммарный дебит периодически работающих источников данной топологической группы равен

$$\sum_i Q_i = m_k Q_i \frac{tw_i}{t_i} \quad (14)$$

и $K = 0$.

5. Помечаем данную топологическую группу как обработанную и переходим к следующей группе.

На рис. 2 представлен график для 10 одинаковых периодически работающих источников.

Подставляя в (14) $m_k = 10$, $Q_i = 1$, $t_i = 4$ и $tw_i = 10$, получим $\sum_i Q_i = 4$, что соответствует

результату, показанному на рис. 2.



Рис. 2. Оптимальный график для топологической группы из 10 одинаковых периодически работающих источников

Для «улучшения» решения предлагается использовать метод покоординатного спуска [8, 9]. В выражении (12) все величины τ_i сначала определяются по формуле (13), а затем одна из них (например, τ_1) изменяется в целях достичь минимального значения K . Для этого применяется один из методов одномерной оптимизации, например метод деления отрезка пополам [10].

Найденные значения τ_0 и τ_1 фиксируются, и начинается поиск τ_2 и остальных величин, входящих в (12). В результате находится первое приближение $\tau^1_i = [\tau^1_0, \tau^1_1, \tau^1_2, \dots, \tau^1_{mk}]$.

Второе и следующие приближения выполняются этим же методом. Отличие заключается в том, что величина τ_0 не принимается равной нулю, а находится как все остальные τ_i .

Опыт показывает, что в большинстве случаев бывает достаточно 2–3 приближений. На рис. 3 представлены графики суммарного дебита топологической группы, включающей 10 источников. Для нулевого приближения среднее по времени отклонение суммарного дебита от его осредненного значения составило 22,1 %, а для первого приближения – 10,7 %.

Предложенная методика и ее компьютерная реализация позволяют назначать график работы периодически работающих источников, при котором ограничивающее влияние пропускной способности сети минимально, и организовать сбор продукции с наименьшими затратами энергии.

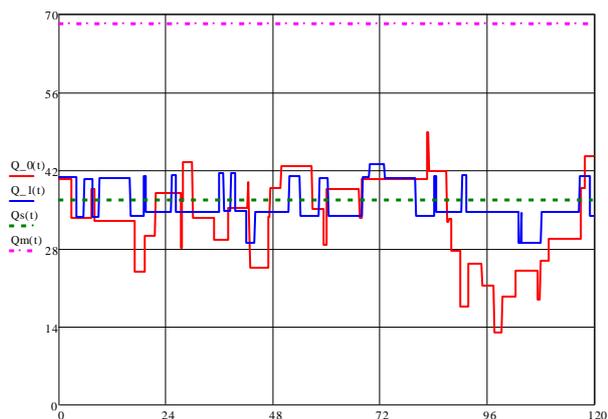


Рис. 3. Результаты расчета оптимального графика работы топологической группы из 10 периодически работающих источников: $Q_s(t)$ – средний по времени дебит; $Q_m(t)$ – дебит при одновременной работе всех источников; $Q_0(t)$ – динамика суммарного дебита в нулевом приближении; $Q_1(t)$ – динамика суммарного дебита в первом приближении

Список литературы

1. Методика определения энергетически оптимальных режимов эксплуатации паропроводов / Н.Н. Елин, П.А. Шомов, М.А. Голыбин, П.А. Перов // Промышленная энергетика. – 2015. – № 11. – С. 21–24.
2. Программный комплекс OIS PIPE для математического моделирования сложных трубопроводных систем промышленного обустройства / Н.Н. Елин, Ю.В. Нассонов, О.В. Белоусов и др. // Нефтяное хозяйство. – 2002. – № 12. – С. 91–93.
3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. – 673 с.
4. Абрамов Н.Н. Расчет водопроводных сетей. – М.: Стройиздат, 1983. – 275 с.
5. Brill J.P., Mukherjee H. Multiphase flow in wells. Henry L. Doherty Fund of AIME Society of Petroleum Engineers Inc. Richardson. – Texas, 1999. – 157 p.
6. Two-phase flow and heat transfer / ed. by D. Butterworth and G.F. Hewitt. – Oxford: University Press, 1977. – 515 p.
7. Елин Н.Н. Область существования, истинные объемные концентрации фаз и гидравлические сопротив-

ления при кольцевой структуре течения газожидкостной смеси в трубах // Инженерно-физический журнал. – 1984. – Т.46, № 1. – С. 53–56.

8. Bate K.-J., Wilson E.L. Numerical method in finite element analysis. – Prentice-Hall, Inc., 1976. – 447 p.
9. Бояринов А.И., Кафаров В.В. Методы оптимизации в химической технологии. – М.: Химия, 1975. – 575 с.
10. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.

References

1. Yelin, N.N., Shomov, P.A., Golybin, M.A., Perov, P.A. Metodika opredeleniya energeticheski optimal'nykh rezhimov ekspluatatsii paroprovod [A method of determining energy-optimal modes of steam pipeline operation]. *Promyshlennaya energetika*, 2015, no. 11, pp. 21–24.
2. Yelin, N.N., Nasonov, Yu.V., Belousov, O.V., Vorozhtsova, L.S., Popov, A.P. Programmyy kompleks OIS PIPE dlya matematicheskogo modelirovaniya slozhnykh truboprovodnykh sistem promyslovogo obustroystva [Software package OIS PIPE for mathematical modeling of complex pipeline systems of oil-field facilities]. *Neftyanoe khozyaystvo*, 2002, no. 12, pp. 91–93.
3. Chugayev, R.R. *Gidravlika* [Hydraulics]. Leningrad, Energoizdat. Leningradskoe otdelenie, 1982. 673 p.
4. Abramov, N.N. *Raschet vodoprovodnykh setey* [Calculation of pipeline networks]. Moscow, Stroyizdat, 1983. 275 p.
5. Brill, J.P., Mukherjee, H. Multiphase flow in wells. Henry L. Doherty Fund of AIME Society of Petroleum Engineers Inc. Richardson. Texas, 1999. 157 p.
6. Butterworth, D., Hewitt, G.F. Two-phase flow and heat transfer. Oxford, University Press, 1977. 515 p.
7. Yelin, N.N. Oblast' sushchestvovaniya, istinnye ob'emnye kontsentratsii faz i gidravlicheskie soprotivleniya pri kol'tsevoy strukture techeniya gazozhidkostnoy smesi v trubakh [Existence domain, true bulk phase concentrations and hydraulic resistances in pipelines with a ring structure of gas-liquid flow]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 1984, vol. 46, no. 1, pp. 53–56.
8. Bate, K.-J., Wilson, E.L. Numerical method in finite element analysis. Prentice-Hall, Inc., 1976. 447 p.
9. Boyarinov, A.I., Kafarov, V.V. *Metody optimizatsii v khimicheskoy tekhnologii* [Optimization methods in chemical engineering]. Moscow, Khimiya, 1975. 575 p.
10. Gill, F., Myurrey, U., Rayt, M. *Prakticheskaya optimizatsiya* [Practical optimization]. Moscow, Mir, 1985. 509 p.

Елин Николай Николаевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный политехнический университет»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой гидравлики, теплотехники и инженерных сетей,
e-mail: yelinnn@mail.ru

Попов Андрей Петрович,
ООО «НВ-АСУпроект» обособленное подразделение (г.Санкт-Петербург),
начальник отдела разработки ПО,
e-mail: APPopov@asuproject.ru

Загинайко Дмитрий Владимирович,
ООО «НВ-АСУпроект» (г.Нижевартовск),
заместитель генерального директора,
e-mail: DVZaginaiko@asuproject.ru

Королев Михаил Геннадьевич,
ООО «НВ-АСУпроект» (г.Нижевартовск),
инженер-программист I категории,
e-mail: MGKorolev@asuproject.ru