

Моделирование и расчет многопоточных теплообменных аппаратов¹

А.Е. Барочкин, В.П. Жуков
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Из литературных источников хорошо известно, что противоточная схема движения более эффективна по сравнению с прямоточной схемой движения потоков теплоносителей. Ранее нами в рамках разработанной модели многопоточного теплообмена выполнен анализ схем движения теплоносителей в трехпоточном теплообменном аппарате. Определение эффективной структуры потоков для теплообменных аппаратов с числом теплоносителей три и более является актуальной задачей для различных промышленных технологий.

Материалы и методы: Построение модели для многопоточных теплообменных аппаратов выполнено в виде системы дифференциальных уравнений, составленных на основе уравнений теплового баланса для каждого теплоносителя. Аналитическое решение полученной системы линейных дифференциальных уравнений найдено методом пробных функций.

Результаты: Разработано математическое описание четырехпоточных теплообменных аппаратов с различной структурой потоков теплоносителей в виде системы линейных дифференциальных уравнений, найдены и проанализированы аналитические решения для восьми возможных схем движения теплоносителей, выявлена наиболее эффективная структура потоков с точки зрения минимальных тепловых потерь.

Выводы: Разработанная математическая модель служит основой для создания более эффективных методов организации процессов теплопередачи в технологических установках различного назначения с произвольным числом теплоносителей.

Ключевые слова: процесс теплопередачи, поток теплоносителей, прямоток, противоток, многопоточный теплообменник, тепловые потери, структура потока.

Modeling and calculation of multi-current heat exchangers

A.E. Barochkin, V.P. Zhukov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Abstract

Background: It is well known that the counter-flow scheme is more efficient than the direct-flow scheme of heat carrier motion. Earlier, by using the developed model of multi-current heat exchange, we analyzed heat carrier motion schemes in the three-stream heat exchanger. It is now urgent to determine the effective structures of heat carrier flows for heat exchangers with three or more heat carriers for various industrial technologies.

Materials and methods: The model for multi-current heat exchangers was built based on the system of differential equations representing heat balance equations for each heat carrier. The analytical solution to the system of linear differential equations was found using the method of trial functions.

Results: We propose a mathematical description of heat exchangers with four heat carriers with different flow structures. It represents a system of linear differential equations. We have obtained and analyzed the analytical solutions to eight possible schemes of heat carrier motion, and found the most effective flow structure with the minimum heat loss.

Conclusions: The proposed mathematical model is the basis for developing more effective methods of heat transfer organization in technological units for various purposes with an arbitrary number of heat carriers.

Key words: heat transfer, heat carrier flow, direct-flow, counter-flow, multi-current heat exchanger, heat loss, flow structure.

DOI: 10.17588/2072-2672.2017.3.070-075

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-01684).

Введение. Из литературных источников [1–3] известно, что для двухпоточных теплообменных аппаратов противоточная схема движения теплоносителей более эффективна по сравнению с прямоточной схемой движения потоков теплоносителей. К многопоточным теплообменным аппаратам относятся аппараты с числом потоков теплоносителей более двух [2]. Одним из наиболее представительных примеров таких аппаратов являются пластинчатые и спиральные теплообменные аппараты [3–5]. Сложность расчета таких теплообменников заключается в одновременном участии одного потока теплоносителя в теплообмене с двумя и более потоками теплоносителей [4]. Ранее нами в рамках разработанной модели многопоточного теплообмена выполнен анализ схем движения теплоносителей в трехпоточном теплообменном аппарате [2]. Проанализирована эффективность этих теплообменников по сравнению с двухпоточными аппаратами. Ниже сделана попытка развить предложенный подход и определить наиболее эффективную структуру потоков для четырехпоточных теплообменных аппаратов.

В качестве объекта исследования выбран пластинчатый теплообменный аппарат, в котором процесс многопоточной теплопередачи может быть достаточно просто реализован [3, 4]. Использование данного типа теплообменников связано с высокой эффективностью процессов теплопередачи, реализуемых в этих аппаратах в различных промышленных технологиях [5–8]. Кроме этого данные теплообменники позволяют легко компоновать и реализовывать на практике в одном аппарате различные схемы движения потоков теплоносителей [4].

В качестве предмета исследования рассматривается процесс теплопередачи в многопоточном теплообменном аппарате поверхностного типа.

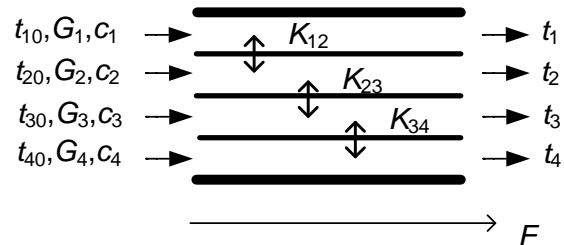
Целью исследования является моделирование многопоточного процесса теплообмена и определение наиболее эффективных схем четырехпоточных теплообменных аппаратов.

Методы исследования. Для исследования процесса многопоточной теплопередачи предложена математическая модель, построенная на дифференциальных уравнениях теплового баланса, составленных для каждого теплоносителя в многопоточном поверхностном теплообменном аппарате. На рисунке представлена расчетная схема процесса многопоточной теплопередачи. В качестве определяющей координаты процесса выбрана площадь поверхности теплообмена F , направление оси для которой показано на рисунке. Рассматривается стационарный процесс теплопередачи, при этом каждый теплоноситель движется по своему каналу, соответственно, смешения потоков не происходит. Вывод системы дифференциальных уравнений подробно рассматривается в [3].

Изменение температуры для n теплоносителей вдоль поверхности теплообмена F описывается системой из n однородных дифференциальных уравнений первого порядка, которые в матричном виде записываются следующим образом:

$$\frac{d}{dF} \mathbf{T} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{T}, \quad (1)$$

где $\mathbf{T} = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_n]$ – вектор искомых температур теплоносителей; \mathbf{A} – квадратная трехдиагональная матрица известных коэффициентов.



Эскиз четырехпоточного теплообменного аппарата прямоток-прямоток (код = 000) с указанием направления движения потоков теплоносителей и потоков энергии за счет теплопередачи

Для описания процесса теплопередачи в ступени пластинчатого теплообменника, представленного на рисунке для четырех теплоносителей, система дифференциальных уравнений (1) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dt_1}{dF} = -a_1 t_1 + a_1 t_2, \\ \frac{dt_2}{dF} = a_2 t_1 - (a_2 + a_3) t_2 + a_3 t_3, \\ \frac{dt_3}{dF} = a_4 t_2 - t_3 (a_4 + a_5) + a_5 t_4, \\ \frac{dt_4}{dF} = a_6 t_3 - a_6 t_4, \end{cases} \quad (2)$$

где $a_1 = K_{12} / (c_1 G_1)$, $a_2 = K_{12} / (c_2 G_2)$,

$a_3 = K_{23} / (c_2 G_2)$, $a_4 = K_{23} / (c_3 G_3)$, $a_5 = K_{34} / (c_3 G_3)$;

c – удельная теплоемкость; K – коэффициент теплопередачи; G – расход теплоносителя; одинарный индекс показывает номер теплоносителя, двойной индекс коэффициента теплопередачи соответствует номерам двух теплоносителей, между которыми происходит теплопередача.

Трехдиагональная матрица \mathbf{A} для схемы движения потоков согласно рисунку записывается в следующем виде:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -(a_2 + a_3) & a_3 & 0 \\ 0 & a_4 & -(a_4 + a_5) & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 & -a_6 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Общее решение системы однородных дифференциальных уравнений (2) первого порядка ищется в следующем виде [9]:

$$\mathbf{T} = \sum_{j=1}^4 C_j \cdot \alpha^j \cdot e^{\lambda_j \cdot F}, \quad (4)$$

где λ – собственные числа; α – собственные векторы матрицы \mathbf{A} ; \mathbf{C} – постоянные интегрирования.

Для определения собственных чисел матрицы \mathbf{A} составляется характеристическое уравнение в виде

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \cdot \mathbf{E}) = 0, \quad (5)$$

где \mathbf{E} – единичная матрица.

Для частного случая при $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ решение характеристического уравнения (5) записывается в виде

$$\lambda_1 = 0; \lambda_2 = -2; \lambda_3 = \sqrt{2} - 2; \lambda_4 = -\sqrt{2} - 2.$$

Собственные векторы матрицы \mathbf{A} соответственно для каждого собственного числа матрицы λ записываются в следующем виде:

$$\alpha^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} - 1 \\ 1 - \sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha^4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} - 1 \\ 1 + \sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Постоянные интегрирования C_j для случая схемы движения потоков согласно рисунку, найденные с учетом начальных условий: $F_0 = 0$, $t_{10} = 100$, $t_{20} = t_{30} = t_{40} = 0$, принимают следующие значения:

$$C_1 = 25; C_2 = 25; C_3 = 12,5(2 + \sqrt{2}); C_4 = 12,5(2 - \sqrt{2}).$$

Частное решение системы дифференциальных уравнений (2) с учетом найденных значений λ , α и C_j записывается в виде

$$\begin{cases} t_1 = 25 + 25 \cdot e^{-2F} + 12,5(2 + \sqrt{2}) \cdot e^{(\sqrt{2}-2)F} + \\ + 12,5(2 - \sqrt{2}) \cdot e^{(-\sqrt{2}-2)F}, \\ t_2 = 25 - 25 \cdot e^{-2F} + 12,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{(\sqrt{2}-2)F} - \\ - 12,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{(-\sqrt{2}-2)F}, \\ t_3 = 25 - 25 \cdot e^{-2F} - 12,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{(\sqrt{2}-2)F} + \\ + 12,5 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{(-\sqrt{2}-2)F}, \\ t_4 = 25 + 25 \cdot e^{-2F} - 12,5(2 + \sqrt{2}) \cdot e^{(\sqrt{2}-2)F} - \\ - C_4 \cdot e^{(-\sqrt{2}-2)F}. \end{cases} \quad (6)$$

Результаты. Результаты расчетного анализа зависимости температуры четырех теплоносителей вдоль поверхности нагрева (6) представлены в виде графиков (см. таблицу, четвертый столбец). Номера кривых на этих графиках

соответствуют номерам теплоносителей на рисунке.

Расчетное исследование проведено всего для восьми возможных вариантов схем потоков теплоносителей. Результаты исследований представлены в таблице.

Для идентификации структуры потоков предложена двоичная система кодификации. Анализ показал, что для четырех теплоносителей возможны восемь схем относительного движения потоков теплоносителей (см. таблицу, второй столбец). Для каждой схемы в зависимости от направления движения потоков вдоль каждой поверхности теплопередачи разработан индивидуальный код. Первая цифра кода соответствует направлению относительного движения первого и второго теплоносителей, вторая цифра – второго и третьего, а третья цифра – третьего и четвертого теплоносителей; цифра «0» кода соответствует движению теплоносителей вдоль соответствующей поверхности теплообмена в одном направлении, или прямотоку, а цифра «1» – протivotоку. Восемь возможных схем движения вдоль трех поверхностей теплопередачи четырех потоков теплоносителей с указанием соответствующего каждой схеме двоичного кода представляются в следующем виде:

- 1) прямоток-прямоток-прямоток (kod=000);
- 2) прямоток-прямоток-протivotок (kod=001);
- 3) прямоток-протivotок-прямоток (kod=010);
- 4) прямоток-протivotок-протivotок (kod=011);
- 5) протivotок-прямоток-прямоток (kod=100);
- 6) протivotок-прямоток-протivotок (kod=101);
- 7) протivotок-протivotок-прямоток (kod=110);
- 8) протivotок-протivotок-протivotок (kod=111).

В качестве определяющей координаты процесса выбирается поверхность теплообмена между теплоносителями (F). Уравнения теплового баланса, составленные для восьми вариантов схемы, записываются в виде системы четырех дифференциальных уравнений относительно четырех искомых температур теплоносителей (t). Конкретный вид системы (1) для каждой из восьми рассматриваемых схем движения теплоносителей однозначно определяется матрицей \mathbf{A} , вид которой для каждой схемы представлен в третьем столбце таблицы. Аналитические решения системы, полученные при выбранных начальных условиях методом пробных функций [9], представлены в четвертом столбце таблицы в виде графиков изменения температуры теплоносителей вдоль поверхности теплообмена.

Двоичный код схемы, структура потоков четырех теплоносителей, вид матрицы A в системе уравнений (1) и результаты расчетного анализа

Код схемы	Схема потоков	Вид матрицы A в системе (1)	Результаты расчетного анализа
kod=000		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -(a_2 + a_3) & a_3 & 0 \\ 0 & a_4 & -(a_4 + a_5) & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 & -a_6 \end{pmatrix}$	
kod=001		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -(a_2 + a_3) & a_3 & 0 \\ 0 & a_4 & -(a_4 + a_5) & a_5 \\ 0 & 0 & -a_6 & a_6 \end{pmatrix}$	
kod=010		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -(a_2 + a_3) & a_3 & 0 \\ 0 & -a_4 & (a_4 + a_5) & -a_5 \\ 0 & 0 & -a_6 & a_6 \end{pmatrix}$	
kod=011		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -(a_2 + a_3) & a_3 & 0 \\ 0 & -a_4 & (a_4 + a_5) & -a_5 \\ 0 & 0 & a_6 & -a_6 \end{pmatrix}$	
kod=100		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ -a_2 & (a_2 + a_3) & -a_3 & 0 \\ 0 & -a_4 & (a_4 + a_5) & -a_5 \\ 0 & 0 & -a_6 & a_6 \end{pmatrix}$	
kod=101		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ -a_2 & (a_2 + a_3) & -a_3 & 0 \\ 0 & -a_4 & (a_4 + a_5) & -a_5 \\ 0 & 0 & a_6 & -a_6 \end{pmatrix}$	
kod=110		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ -a_2 & (a_2 + a_3) & -a_3 & 0 \\ 0 & a_4 & -(a_4 + a_5) & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 & -a_6 \end{pmatrix}$	
kod=111		$A = \begin{pmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 \\ -a_2 & (a_2 + a_3) & -a_3 & 0 \\ 0 & a_4 & -(a_4 + a_5) & a_5 \\ 0 & 0 & -a_6 & a_6 \end{pmatrix}$	

Примечание: Цифры на графиках соответствуют номеру теплоносителя на рисунке.

Полученные результаты позволили провести анализ эффективности процесса теплопередачи для рассмотренных восьми схем движения теплоносителей. В качестве критерия эффективности теплообмена при сопоставлении схем движения потоков выбрана температура первого (горячего) теплоносителя на выходе из аппарата, что в случае сброса данного теплоносителя в атмосферу определяет минимальное тепловое загрязнение окружающей среды. Выполненный расчетный анализ показал, что наиболее эффективная схема организации движения потоков соответствует коду 100, она позволяет обеспечить минимальное значение температуры горячего теплоносителя на выходе аппарата при минимальном значении площади поверхности теплообмена.

Выводы. Предложено математическое описание многопоточных теплообменных аппаратов в виде системы линейных дифференциальных уравнений, для которой найдено аналитическое решение для восьми возможных схем движения теплоносителей вдоль поверхности теплообмена четырехпоточного аппарата. Анализ полученных результатов для восьми возможных схем движения теплоносителей позволил определить наиболее эффективную схему организации потоков с точки зрения минимизации тепловых потерь. Разработанная математическая модель служит основой для создания более эффективных методов организации процессов теплопередачи в технологических установках различного назначения с произвольным числом теплоносителей.

Список литературы

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 416 с.
2. Барочкин А.Е., Жуков В.П., Беляков А.Н. Исследование процесса теплопередачи в многопоточных теплообменных аппаратах // Изв. вузов. Химия и химическая технология. – 2011. – Т. 54, Вып. 11. – С. 116–119.

Барочкин Алексей Евгеньевич,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры тепловых электрических станций,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 408,
телефон (4932) 26-99-13,
e-mail: acorp27@yandex.ru
Barochkin Aleksei Yevgenyevich,
Ivanovo State Power Engineering University,
Candidate of Engineering Sciences (PhD), Associate Professor of the Heat Power Plants Department,
address: Ivanovo, Rabfakovskaya St., 34, Building «V» (B), Room 408,
tel.: (4932) 41-60-56, 26-99-31,
e-mail: admin@tes.ispu.ru

Жуков Владимир Павлович,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: zhukov-home@yandex.ru

3. Жуков В.П., Барочкин Е.В. Системный анализ энергетических теплообменных установок. – Иваново, 2009. – 176 с.

4. Барановский Н.В., Коваленко Л.М., Ястребенецкий А.Р. Пластинчатые и спиральные теплообменники. – М.: Машиностроение, 1973. – 288 с.

5. Hesselgreaves J.E. Compact Heat Exchangers. – Elsevier, 2016. – 484 p.

6. Назмеев Ю.Г., Лавыгин В.М. Теплообменные аппараты ТЭС. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 288 с.

7. Аронсон К.Э., Блинов С.Н., Брезгин В.И. Теплообменники энергетических установок: учеб. для вузов. – Екатеринбург: Софит, 2003. – 968 с.

8. Xie G.N., Sunden B., Wang Q.W. Optimization of compact heat exchangers by a genetic algorithm // Applied Thermal Engineering. – 2008. – № 28. – P. 895–906.

9. Власов В.Г. Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис, 1996. – 287 с.

References

1. Isachenko, V.P., Osipova, V.A., Sukomel, A.S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energoatomizdat, 1981. 416 p.
2. Barochkin, A.E., Zhukov, V.P., Belyakov, A.N. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2011, vol. 54, issue 11, pp. 116–119.
3. Zhukov, V.P., Barochkin, E.V. *Sistemnyy analiz energeticheskikh teplomassoobmennykh ustanovok* [System analysis of power heat and mass transfer installations]. Ivanovo, 2009. 176 p.
4. Baranovsky, N.V., Kovalenko, L.M., Yastrebenetsky, A.R. *Plastinchatye i spiral'nye teploobmenniki* [Plate and spiral heat exchangers]. Moscow, Mashinostroenie, 1973. 288 p.
5. Hesselgreaves, J.E. Compact Heat Exchangers. Elsevier, 2016. 484 p.
6. Nazmееv, Yu.G., Lavygin, V.M. *Teploobmennyye apparaty TES* [Heat-exchange equipment of heat power plants]. Moscow, Energoatomizdat, 1998. 288 p.
7. Aronson, K.E., Blinkov, S.N., Brezgin, V.I. *Teploobmenniki energeticheskikh ustanovok* [Heat exchange unit of power plants]. Ekaterinburg, Sokrat, 2003. 968 p.
8. Xie, G.N., Sunden, B., Wang, Q.W. Optimization of compact heat exchangers by a genetic algorithm. Applied Thermal Engineering, 2008, 28, pp. 895–906.
9. Vlasov, V.G. *Konspekt lektsiy po vysshey matematike* [Lectures on higher mathematics]. Moscow, Ayris, 1996. 287 p.

Zhukov Vladimir Pavlovich,
Ivanovo State Power Engineering University,
Doctor of Engineering Sciences (Postdoctoral degree), Head of the Applied Mathematics Department,
address: Ivanovo, Rabfakovskaya St., 34, Building A, Room 202,
telephone (4932) 26-97-45,
e-mail: zhukov-home@yandex.ru