

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.5.015

Алгоритмическое обеспечение адаптивных систем управления с идентификацией¹

А.Р. Гайдук^{1,2}, В.В. Шадрина¹

¹ ФГАОУ ВП «Южный федеральный университет», г. Таганрог, Российская Федерация

² ООВО (Ассоциация) Кисловодский гуманитарно-технический институт, г. Кисловодск, Российская Федерация
E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Большинство известных подходов к построению адаптивных систем управления ориентированы на случаи, когда порядок неопределенного объекта управления известен и не меняется с течением времени. Лишь параметры неопределенного объекта управления принимают в некоторые моменты новые значения и затем остаются постоянными в течение некоторого интервала времени. Однако на практике часто встречаются неопределенные объекты управления, порядок которых также изменяется при изменении параметров. Для управления такими объектами применяются адаптивные системы управления с идентификацией. В то же время известные методы идентификации также ориентированы в основном на случай известных порядков неопределенного объекта управления. Кроме того, адаптивные системы управления с идентификацией нуждаются в аналитических методах синтеза систем управления. В связи с этим актуальной является разработка алгоритмического обеспечения адаптивных систем управления с идентификацией, которое включало бы аналитические методы идентификации, а также методы синтеза систем управления, ориентированные на реализацию современными производственными контроллерами.

Материалы и методы: Для решения задачи применен аналитический метод идентификации, использующий марковские параметры дискретно-подобного объекта, соответствующего непрерывному неопределенному объекту управления, и метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям. В качестве пробных воздействий при идентификации используются ступенчатые воздействия небольшой интенсивности.

Результаты: Разработано эффективное алгоритмическое обеспечение адаптивных систем с идентификацией, предназначенное для систем управления непрерывными неопределенными многоканальными техническими объектами с априори неизвестным порядком и параметрами.

Выводы: Предложенное алгоритмическое обеспечение позволяет осуществлять эффективное управление многоканальными неопределенными объектами управления с помощью производственных контроллеров. Полученные результаты могут применяться в энергетической, космической, авиационной промышленности, робототехнике и приборостроении.

Ключевые слова: неопределенный объект, адаптивная система управления, марковские параметры, алгоритм идентификации, производственный контроллер.

Algorithms of adaptive control systems with identification

A.R. Gaiduk^{1,2}, V.V. Shadrina²

¹ Southern Federal University, Taganrog, Russian Federation

² Kislovodsk Humanitarian Technical Institute, Kislovodsk, Russian Federation
E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

¹ Статья подготовлена в рамках выполнения работ в ЮФУ по грантам № 16-08-00013, № 16-29-04191 и № 17-29-07054 Российского фонда фундаментальных исследований

Abstract

Background: Most of the known approaches to construction of adaptive control systems focus on cases when the order of the uncertain plant (UP) is known and does not change over time. Only the UP parameters change at some moments and then remain constant for a certain interval of time. However, in practice such parameter change also alters the order of some UPs. Such plants are controlled by adaptive control systems with identification (AdCSI). However, the known identification methods are also mainly developed for the case of the known UP order. Besides, AdCSI require analytical methods of control system design. Therefore, a relevant problem now is to work out AdCSI algorithms which would contain analytical methods of identification not requiring *a priori* information about the UP order and control system design methods that could be implemented by modern industrial controllers.

Materials and methods: In this work, we applied the analytical method of identification using Markov parameters of the discrete-like plant, corresponding to the continuous UP, and the method of analytical design of output and impact control systems. Small intensity step functions were used as the trial control actions.

Results: Effective algorithms of adaptive systems with identification have been developed for control systems of continuous uncertain multichannel technical plants with *a priori* unknown order and parameters.

Conclusions: The proposed algorithms allow us to effectively control multichannel uncertain plants through industrial controllers. The obtained results can be used in power, space, aviation industries, robotics and instrument manufacturing.

Key words: uncertain plant, adaptive control system, Markov parameters, algorithm of identification, industrial controller.

DOI: 10.17588/2072-2672.2018.3.047-056

В большинстве современных методов синтеза систем автоматического управления техническими объектами предполагается, что математическая модель объектов является известной [1, 2, 3, 4]. Однако во многих случаях априорное определение модели является невозможным, достаточно сложным, или модель изменяется в процессе функционирования объекта [5, 6, 7]. Для решения задачи управления в этих случаях применяют адаптивные системы или системы с настройкой параметров регуляторов [5, 8, 9]. В тех случаях, когда априори неизвестными являются не только параметры объекта, но и его порядок, наиболее эффективными представляются адаптивные системы с идентификацией или самоорганизующиеся системы [5, 9, 10]. А.А. Красовским предложена концепция самоорганизующегося оптимального регулятора с экстраполяцией (СОРЭ), содержащего некоторое число пробных объектов различных порядков [9]. СОРЭ придает системам управления некоторые черты искусственного интеллекта, но его реализация является достаточно сложной.

Решение задачи управления неопределенными объектами, как правило, требует обработки в реальном времени большого объема информации, что обуславливает применение цифровых средств управления – микроконтроллеров. В связи с этим возникает проблема разработки специального алгоритмического и математического обеспечения адаптивных систем управления с идентификацией (АдСУИ) [9, 10, 11].

В [12] были получены аналитические соотношения и предложен метод идентификации непрерывных неопределенных объектов управления (НОУ) на основе марковских параметров. Так как марковские параметры являются системными инвариантами [13], то результаты этого марковского метода идентифи-

кации (ММИ) отличаются высокой достоверностью. Кроме того, марковские параметры так называемого дискретно-подобного объекта (ДПО), соответствующего непрерывному объекту, достаточно просто вычисляются по дискретным значениям реакции объекта на ступенчатые воздействия [12]. Это свойство марковских параметров позволяет реализовать в автоматическом режиме соответствующий алгоритм идентификации в реальном времени.

Далее на основе указанного ММИ и метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) [4, 13] разрабатывается алгоритмическое обеспечение адаптивных систем управления с идентификацией неопределенными многоканальными объектами. При этом предполагается, что производственный контроллер, реализующий данное алгоритмическое обеспечение, обладает достаточно высоким быстродействием. Необходимые аналитические соотношения, полученные в [4, 13], приводятся ниже без вывода.

Постановка задачи. Предположим, неопределенный многоканальный объект управления (НОУ) описывается уравнениями:

$$\dot{x} = Ax + bu + b_1f, \quad y = c^T x + \beta u + \beta_1f, \quad (1)$$

где x – вектор состояния размерности n ; u – управление; f – возмущение; y – выходная переменная объекта; A , b , b_1 , c – числовые матрица и векторы соответствующих размерностей; β , β_1 – числа [1, 5, 12]. При этом как порядок объекта, так и параметры его модели (1) заранее неизвестны и могут претерпевать скачкообразные изменения, оставаясь затем неизменными в течение достаточно длительного интервала времени. При всех возможных изменениях порядок НОУ (1) не превышает заранее известного значения n_{\max} , а сам

объект является полным [4]. Управляемая переменная $y = y(t)$ доступна измерению.

Поставим задачу разработки алгоритмического обеспечения АдСУИ многоканального НОУ (1). Искомое обеспечение должно включать: во-первых, аналитический алгоритм идентификации неопределенного объекта по результатам измерения его реакции на пробные воздействия; во-вторых, алгоритм аналитического синтеза закона управления по найденной модели объекта. Этот закон управления должен быть физически реализуемым и обеспечивать заданные порядки астатизма к задающему и возмущающему воздействиям, а также прямые показатели качества не хуже заданных [4, 13]. Предполагается также, что подача ступенчатых пробных воздействий небольшой интенсивности на НОУ допустима.

Перейдем к решению поставленной задачи на основе результатов, полученных в [4, 12, 13, 14]. Алгоритм, реализующий марковский метод идентификации, далее для краткости называется марковским алгоритмом идентификации (МАИ).

Марковский алгоритм идентификации.

Исходные данные алгоритма: допустимое пробное воздействие $u = u_0 1(t)$; n_{\max} – максимально возможный порядок; q – число каналов «вход–выход» идентифицируемого НОУ; t_m – длительность интервала фиксации реакции объекта на пробное воздействие. Величины u_0 и t_m выбираются эмпирически, но так, чтобы переменные НОУ изменялись в области его линейности, а величина t_m превышала на 25–30 % длительность затухающего переходного процесса, вызванного допустимым пробным воздействием. Величины: $T_0 = (0,7 \div 0,8)t_m/N_{\mu}$; $N_{\mu} = 2n_{\max} + 2$; $\Delta_0 = 0,01$; целое число $\zeta \in [2 \div 10]$.

МАИ включает следующие шаги:

Шаг 1и. На вход ζ -го канала «вход–выход» ($\zeta = 1$) объекта, находящегося в состоянии равновесия, подается пробное воздействие $u = u_0 1(t)$ и фиксируется $N_{\mu} + 1$ отсчетов отклонений управляемой переменной $y_k = y(kT_0)$, $k = \overline{0, N_{\nu}}$ этого канала.

Шаг 2и. Вычисляются значения марковских параметров μ_i дискретно-подобного объекта (ДПО), соответствующего ζ -му каналу НОУ (1), по формулам:

$$\mu_0 = \frac{y_0}{u_0}, \quad \mu_i = \frac{y_i}{u_0} - \sum_{j=0}^{i-1} \mu_j, \quad i = \overline{1, N_{\mu}}. \quad (2)$$

Шаг 3и. Вычисляется оценка \hat{n} порядка n ζ -го канала НОУ по формулам:

$$\hat{n} = \max \{v | d_v \neq 0\}, \quad d_v = \frac{1}{3} \sum_{\eta=0}^2 \det M_{\eta v}, \quad (3)$$

где

$$M_{\eta v} = \begin{bmatrix} \mu_{\eta+1} & \mu_{\eta+2} & \dots & \mu_{\eta+v} \\ \mu_{\eta+2} & \mu_{\eta+3} & \dots & \mu_{\eta+v+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{\eta+v} & \mu_{\eta+v+1} & \dots & \mu_{\eta+2v-1} \end{bmatrix}, \quad \eta = \overline{0, 1, 2}, \quad v = \overline{1, n_{\max}}. \quad (4)$$

Шаг 4и. Вычисляются оценки $\hat{\alpha}_i$ коэффициентов $\tilde{\alpha}_i$ полинома знаменателя передаточной функции (ПФ) ζ -го канала ДПО:

$$\hat{\alpha}_{\hat{n}i} = \frac{1}{3} \sum_{\eta=0}^2 \tilde{\alpha}_{\eta i}, \quad i = \overline{0, \hat{n}-1}, \quad (5)$$

где коэффициенты $\tilde{\alpha}_{\eta i}$ при всех $\eta = 0, 1, 2$ определяются решением системы

$$\begin{bmatrix} \mu_{\eta+1} & \mu_{\eta+2} & \dots & \mu_{\eta+\hat{n}} \\ \mu_{\eta+2} & \mu_{\eta+3} & \dots & \mu_{\eta+\hat{n}+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{\eta+\hat{n}} & \mu_{\eta+\hat{n}+1} & \dots & \mu_{\eta+2\hat{n}-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_{\eta 0} \\ \tilde{\alpha}_{\eta 1} \\ \vdots \\ \tilde{\alpha}_{\eta \hat{n}-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mu_{\eta+\hat{n}+1} \\ \mu_{\eta+\hat{n}+2} \\ \vdots \\ \mu_{\eta+2\hat{n}} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Если полученное значение модуля оценки $|\hat{\alpha}_{\hat{n}0}| \geq \Delta_0$, то ДПО при $T = T_0$ является корректным, т.е. имеется возможность идентифицировать ζ -й канал НОУ при этом значении T . В этом случае выполняется переход к шагу 5и. В противном случае путем повторения шагов 1и – 4и находится такое *меньшее* значение $T = T_j = T_{j-1} / \zeta$, $j = 1, 2, \dots$, при котором выполняется условие $|\hat{\alpha}_{\hat{n}0}| \geq \Delta_0$.

Шаг 5и. Вычисляются оценки $\hat{\beta}_i$ коэффициентов $\tilde{\beta}_i$ полинома числителя ПФ ζ -го канала ДПО по формулам

$$\hat{\beta}_i = \frac{1}{3} \sum_{\eta=0}^2 \tilde{\beta}_{\eta i}, \quad i = \overline{0, \hat{n}-1}, \quad \hat{\beta}_{\hat{n}} = \tilde{\mu}_0, \quad (7)$$

где

$$\tilde{\beta}_{\eta i} = \tilde{\mu}_{\hat{n}-i} + \sum_{j=0}^{\hat{n}-1-i} \tilde{\mu}_j \tilde{\alpha}_{\eta+i+j}, \quad \eta = \overline{0, \hat{n}-1}, \quad i = \overline{0, \hat{n}-1}, \quad (8)$$

Шаг 6и. Записывается ПФ:

$$\hat{W}(z) = \frac{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 z + \dots + \hat{\beta}_{\hat{n}-1} z^{\hat{n}-1} + \hat{\beta}_{\hat{n}} z^{\hat{n}}}{\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 z + \dots + \hat{\alpha}_{\hat{n}-2} z^{\hat{n}-2} + \hat{\alpha}_{\hat{n}-1} z^{\hat{n}-1} + z^{\hat{n}}}. \quad (9)$$

Шаг 7и. К оценке $\hat{W}(z)$ (9) применяется Z_T^{-1} -преобразование:

$$W_{yu}(p) = Z_T^{-1} \{ \hat{W}(z) \} = \frac{B(p)}{A(p)}. \quad (10)$$

Преобразование (10) удобно осуществлять, например, с помощью функции d2c с

расширением «'zoh'» пакета MATLAB [13, с. 61]. Приведенные соотношения (2)–(10) и шаги 1и–7и, 9и составляют МАИ одномерных ($q = 1$) полных объектов управления. При идентификации таких объектов здесь полагается $n = \deg A(p)$ и выполняется переход на шаг 9и.

Если же объект имеет несколько ($q > 1$) каналов «вход–выход», то шаги 1и–7и применяются к каждому ζ -му каналу $\zeta = \overline{2, q}$. При этом по (10) определяются передаточные функции $\tilde{W}_{y,u,\zeta}(p) = \tilde{B}_\zeta(p) / \tilde{A}_\zeta(p)$, а затем выполняется шаг 8и.

Шаг 8и. Характеристический полином идентифицируемого объекта и его порядок определяются по формулам:

$$A(p) = \text{НОК}\{A_\zeta(p)\}, \quad n = \deg A(p), \quad (11)$$

$\zeta = \overline{1, q}$

где НОК – наименьшее общее кратное; $A_\zeta(p)$ – знаменатель полученной по (10) ПФ ζ -го канала НОУ.

Окончательно ПФ каналов многоканального объекта определяются выражениями

$$W_{y,u,\zeta}(p) = B_\zeta(p) / A(p), \quad \zeta = \overline{1, q}, \quad (12)$$

а их числители – равенствами:

$$B_\zeta(p) = \tilde{B}_\zeta(p) Q_\zeta(p), \quad Q_\zeta(p) = A(p) / \tilde{A}_\zeta(p). \quad (13)$$

Шаг 9и. Выход.

Отметим, что изложенный вариант МАИ несколько отличается от приведенного в [12]. В частности, здесь выбор периода дискретизации реакции объекта на пробные воздействия осуществляется в общем случае итерационным методом, что упрощает реализацию МАИ в автоматическом режиме. Необходимость выбора периода дискретизации обусловлена тем, что при слишком большом периоде дискретно-подобный объект, соответствующий идентифицируемому непрерывному объекту, может оказаться некорректным. В этом случае результат работы алгоритма не будет корректно описывать идентифицируемый объект.

Рассмотрим алгоритм аналитического синтеза адаптивного устройства управления (АдУУ) неопределенным объектом (1), предполагая, что его уравнение «вход–выход» получено с помощью МАИ и имеет вид

$$A(p)y = B(p)u + B_1(p)f. \quad (14)$$

Здесь степени и коэффициенты полиномов $A(p)$, $B(p)$ и $B_1(p)$ известны, причем полином $A(p)$ нормируется по коэффициенту при старшей степени p . Кроме того, будем считать, что в память контроллера, реализующего алгоритм синтеза АдУУ и закон адаптивного управления, внесены таблицы стандартных нормированных передаточных функций (СНПФ), приведенные, например, в [4, с. 344–346].

Требования к системе. Допустим, адаптивная система управления (АдСУИ) объектом управления (ОУ) (14) должна иметь: астатизм порядка v_g^* к задающему воздействию $g = g(t)$ и астатизм порядка v_f^* к возмущению $f = f(t)$; время регулирования не более t_p^* с; перерегулирование не более σ^* %; степень устойчивости не менее $\eta_{\text{сис}}^*$. АдУУ физически реализуемо, если его относительный порядок $\mu_{yy} \geq \mu_{yy}^*$, где μ_{yy}^* – заданное значение μ_{yy} [4].

Для большей ясности изложения примем предположение, что корни полинома $B(p)$ из уравнения (14) при всех значениях порядка и параметров НОУ (1) удовлетворяют условию

$$\text{Re } p_i^B \leq \eta_{\text{сис}}^*, \quad i = \overline{1, m}, \quad (15)$$

где $\eta_{\text{сис}}^*$ – требуемая степень устойчивости синтезируемой АдСУИ; $m = \deg B(p)$.

Аналитический, но несколько более сложный алгоритм синтеза УУ при не выполнении условия (15) приведен в [4, с. 177–181].

Алгоритм аналитического синтеза АдУУ включает следующие шаги:

Шаг 1с. Определяется величина $v = \max\{v_g^* - n_A; v_f^* - n_{B1}; 0\}$, где n_A и n_{B1} – числа корней, равных нулю и не зависящих от параметров ОУ (14), полиномов $A(p)$ и $B_1(p)$.

Шаг 2с. Если корни полиномов $A(p)$ и $B(p)$ сильно отличаются друг от друга, то проводится редукция объекта (14) [15]. Для этого их множители, соответствующие наименьшим значениям постоянных времени T_i , таким, что $T_i < t_p^* / (50 \div 100)$, исключаются из полиномов $A(p)$ и $B(p)$. Далее полиномы $A(p)$ и $B(p)$ представляются в виде $A(p) = A_\Omega(p) A_{\bar{\Omega}}(p)$, $B(p) = \beta_m B_\Omega(p)$, где $A_\Omega(p)$ и $B_\Omega(p)$ – полиномы, корни которых совпадают со всеми корнями полиномов $A(p)$ и $B(p)$, удовлетворяющими условию (15), соответственно; полином $A_{\bar{\Omega}}(p)$ включает остальные корни полинома $A(p)$. Вводятся обозначения: $n = \deg A(p)$, $n_\Omega = \deg A_\Omega(p)$, $n_{\bar{\Omega}} = \deg A_{\bar{\Omega}}(p)$, $m = \deg B(p)$.

Шаг 3с. Вычисляются степени:

$$\begin{aligned} \tilde{r} &= n + \mu^* - m - 1, \quad \tilde{l} = n_{\bar{\Omega}} + \bar{v} - 1, \\ \tilde{\theta} &= n + \bar{v} + \mu^* + n_{\bar{\Omega}} - m - 1. \end{aligned} \quad (16)$$

Шаг 4с. По значениям v_g^* , $n_{\text{таб}} = \tilde{\theta}$ и σ^* % из памяти контроллера выбираются соответствующие коэффициенты Δ_i , $i = \overline{0, \tilde{\theta}}$, СНПФ и

величина $t_{p,таб} c$, а затем вычисляются коэффициенты:

$$\omega_0 = t_{p,таб} / (t_p^* - \tau_0), \quad \delta_i = \Delta_i \omega_0^{\bar{\theta}-i}, \quad i = \overline{\bar{\theta}}, 0, \quad (17)$$

где τ_0 – малая величина c , обеспечивающая некоторый запас по времени регулирования.

Шаг 5с. Вычисляются коэффициенты полинома

$$\tilde{A}(p) = p^{\bar{v}} A_{\bar{\Omega}}(p) = \alpha_0 + \alpha_1 p + \dots + \alpha_{\bar{n}} p^{\bar{n}}, \quad (18)$$

где $\alpha_{\bar{n}} = 1$, $\bar{n} = \bar{v} + n_{\bar{\Omega}}$, и составляется следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} \beta_m & 0 & \dots & \alpha_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_m & \ddots & \alpha_1 & \alpha_0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \alpha_1 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \alpha_{\bar{n}} & \vdots & \ddots & \alpha_0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_{\bar{n}} & \ddots & \alpha_1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \alpha_{\bar{n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_{\bar{l}} \\ \rho_0 \\ \vdots \\ \rho_{\bar{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_0 \\ \delta_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_{\bar{\theta}-1} \\ \delta_{\bar{\theta}} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Отметим, что матрица системы (19) имеет $(\bar{l} + 1)$ столбцов, составленных из коэффициента β_m , и $(\bar{r} + 1)$ столбцов, составленных из коэффициентов полинома $\tilde{A}(p)$ (18).

Шаг 6с. По результатам решения системы (19) составляются полиномы

$$\tilde{R}(p) = \rho_0 + \rho_1 p + \dots + \rho_{\bar{r}-1} p^{\bar{r}-1} + \rho_{\bar{r}} p^{\bar{r}},$$

$$\tilde{L}(p) = \lambda_0 + \lambda_1 p + \dots + \lambda_{\bar{l}-1} p^{\bar{l}-1} + \lambda_{\bar{l}} p^{\bar{l}},$$

а затем вычисляются полиномы

$$\begin{aligned} R(p) &= p^{\bar{v}} \tilde{R}(p) B_{\bar{\Omega}}(p), \quad L(p) = A_{\bar{\Omega}}(p) \tilde{L}(p), \\ Q(p) &= \beta_m^{-1} A_{\bar{\Omega}}(p) (\delta_{v_g^* - 1} p^{v_g^* - 1} + \dots + \delta_1 p + \delta_0). \end{aligned} \quad (20)$$

Шаг 7с. Вычисляются корни $p_i^{\bar{D}}$, $i = \overline{1, \bar{\theta}}$, полинома $\tilde{D}(p) = \delta_0 + \delta_1 p + \dots + \delta_{\bar{\theta}-1} p^{\bar{\theta}-1} + p^{\bar{\theta}}$ и выбирается период дискретизации управления $T_u = \pi / (3 \div 5) \omega_{\max}$, где

$$\omega_{\max} = \max_i \left\{ \left| p_{i,B}^{\bar{D}} \right|, \left| \operatorname{Im} p_{i,K}^{\bar{D}} \right| \right\}, \quad (21)$$

а $p_{i,B}^{\bar{D}}$ и $p_{i,K}^{\bar{D}}$ – вещественные и комплексные части корней полинома $\tilde{D}(p)$. Далее ПФ $W_r(p) = Q(p) / R(p)$ и $W_l(p) = L(p) / R(p)$ подвергаются при $T = T_u$ преобразованию:

$$W_i(z) = \frac{z-1}{z} Z_T \left\{ \frac{W_i(p)}{p} \right\}, \quad i = r, l, \quad (22)$$

где Z_T – преобразование, которое каждому изображению по Лапласу ставит в соответствие z -изображение [16, с. 211]. Преобразование (22) удобно выполнять с помощью функции «с2d» пакета MATLAB. В результате получаются ПФ $\bar{Q}(z) / \bar{R}(z)$ и $\bar{L}(z) / \bar{R}(z)$. На основе этих функций формируются полиномы $\bar{R}(z)$, $\bar{Q}(z)$, $\bar{L}(z)$ степеней \bar{r} , \bar{q} , \bar{l} .

Шаг 8с. Отметим, что если полином $R(p)$ имеет множитель p^v , т.е. $R(p) = p^v R_1(p)$, то коэффициенты полинома $\bar{R}(z)$ уточняются таким образом, чтобы он имел вид $\bar{R}(z) = (z-1)^v R_1(z)$. В целях формирования спектральной модели внешних воздействий [14] уравнения АдУУ реализуются в виде

$$(z-1)^v u(z) = w(z),$$

$$R_1(z) w(z) = \bar{Q}(z) \varepsilon(z) - \bar{L}(z) y(z), \quad (23)$$

где $\hat{L}(z) = \bar{L}(z) - \bar{Q}(z)$; w – вспомогательная переменная; $\varepsilon = g - y$.

Искомый алгоритм АдУУ формируется в результате перехода в уравнениях (23) к оригиналам u_k , w_k , ε_k и y_k .

Таким образом, в результате последовательного применения алгоритмов марковской идентификации и аналитического синтеза в адаптивном регуляторе автоматически формируется алгоритм (23) вычисления текущих значений управляющего воздействия u_k , соответствующий новым значениям порядка и параметров неопределенного объекта (1). Этот алгоритм запускается каждый раз при включении адаптивной системы или при существенном изменении порядка и параметров НОУ (1), признаком чего является резкое увеличение отклонения системы ε в процессе ее функционирования.

Чтобы оценить эффективность предложенного математического обеспечения адаптивных систем управления с идентификацией, синтезируем с его помощью адаптивную систему управления объектом с известной моделью. Естественно, при работе алгоритмов идентификации и синтеза АдСУИ эта модель не используется. Она приводится ниже лишь для оценки результатов работы МАИ.

Пример. Допустим в результате изучения некоторого объекта (1) установлено, что его порядок не более 4, он имеет два входа: u_1 по u и u_2 по f . Допустимые пробные управления по обоим каналам не должны вызывать отклонений переменной y , значения модулей которых больше 10. Для данного объекта найти алгоритм АдУУ системы управления с идентификацией, при котором замкнутая система имеет второй порядок астатизма к задающему воздействию и первый – к возмущению. Перерегулирование не превышает 10 %, а время

регулирования не более 2,5 с. Кроме переменной y , измеряется отклонение ε , а допустимый относительный порядок АДУУ $\mu_{yy}^* = 1$.

Решение. Путем подачи на указанный объект ступенчатых воздействий устанавливается, что допустимыми пробными воздействиями при $t_m = 13$ с являются $u_1 = u_2 = 3 \cdot 1(t)$. В данном случае очевидно, что $n_{\max} = 4$, $q = 2$ и по формуле $N_\mu = 2n_{\max} + 2$ получается $N_\mu = 10$. Период T_0 принимается равным 1 с.

Шаг 1и. В результате подачи каждого из указанных пробных воздействий на НОУ (1) по несколько раз и усреднения получаются значения отклонений $y_{1k} = y(kT_0, u_1)$ и $y_{2k} = y(kT_0, u_2)$ его выходной переменной $y(t)$, приведенные в табл. 1.

Таблица 1. Переменные и марковские параметры

| k | y_{1k} | μ_{1k} | y_{2k} | μ_{2k} |
|-----|----------|------------|----------|------------|
| 0 | 0 | 0 | 4,20 | 1,40 |
| 1 | 0,202 | 0,067 | 5,209 | 0,336 |
| 2 | 0,378 | 0,059 | 5,809 | 0,200 |
| 3 | 0,655 | 0,092 | 6,409 | 0,200 |
| 4 | 1,053 | 0,133 | 7,009 | 0,200 |
| 5 | 1,599 | 0,182 | 7,609 | 0,200 |
| 6 | 2,326 | 0,243 | 8,209 | 0,200 |
| 7 | 3,276 | 0,316 | 8,809 | 0,200 |
| 8 | 4,495 | 0,407 | 9,409 | 0,200 |
| 9 | 6,045 | 0,517 | 10,21 | 0,200 |
| 10 | 7,999 | 0,651 | 10,61 | 0,200 |

Шаг 2и. По формулам (2), находятся значения марковских параметров, также приведенные в табл. 1.

Шаги 3и, 4и. По данным канала $u_1 \rightarrow y$ и соотношениям (4) и (3) находится оценка $\hat{n}_1 = 3$, а затем по соотношениям (5), (6) при $\hat{n}_1 = 3$ и $\eta = 0, 1, 2$ вычисляется вектор $\hat{a}_3 = [-3,4072 \cdot 10^{-10} \ 1,2214 \ -2,2214]$. Так как значение $|\hat{a}_{30}| = 3,4072 \cdot 10^{-10}$ значительно меньше допустимого значения $\Delta_0 = 0,01$, то ДПО, соответствующий идентифицируемому объекту при $T = 1$ с, является некорректным. Отметим, что данный вывод делается при неизвестной модели объекта.

Поскольку условие $|\hat{a}_{30}| \geq \Delta_0$ не выполняется, то в соответствии с шагом 4и алгоритма идентификации находится (в данном случае при $\zeta = 10$) новый период дискретизации $T = 0,1$ с и снова выполняются шаги 1и, 2и алгоритма при $u_1 = 15$, а $u_2 = 0,5$. Новые значения

пробных воздействий u_1, u_2 приняты в связи с уменьшением периода дискретизации. Значения отклонений выхода идентифицируемого объекта при $T = 0,1$ с и марковских параметров нового ДПО приведены в табл. 2.

Снова выполняются шаги 3и, 4и МАИ: по данным канала $u_1 \rightarrow y$, т.е. по формулам (4), находятся значения $\det M_{\eta v}$, а по формуле (3) – оценка $\hat{n}_1 = 3$. Далее путем решения системы (6) при $\hat{n}_1 = 3$ и $\eta = 0, 1, 2$ находятся векторы $\tilde{\alpha}_\eta$, а по формуле (5) – усредненный вектор $\hat{a}_3 = [-0,113 \ 1,224 \ -2,131]$. Так как $|\hat{a}_{30}| = 0,113 > \Delta_0$, то выполняется переход к шагам 5и и 6и алгоритма.

Таблица 2. Переменные и марковские параметры

| k | y_{1k} | $100 \mu_{1k}$ | y_{2k} | μ_{2k} |
|-----|----------|----------------|----------|------------|
| 0 | 0 | 0 | 0,70 | 1,40 |
| 1 | 0,505 | 3,363 | 0,771 | 0,141 |
| 2 | 0,592 | 0,582 | 0,787 | 0,033 |
| 3 | 0,636 | 0,295 | 0,798 | 0,022 |
| 4 | 0,679 | 0,284 | 0,808 | 0,020 |
| 5 | 0,724 | 0,182 | 0,818 | 0,020 |
| 6 | 0,773 | 0,243 | 0,828 | 0,020 |
| 7 | 0,826 | 0,316 | 0,838 | 0,020 |
| 8 | 0,883 | 0,407 | 0,848 | 0,020 |
| 9 | 0,944 | 0,517 | 0,858 | 0,020 |
| 10 | 1,008 | 0,651 | 0,868 | 0,020 |

Шаги 5и, 6и. По формулам (8) и (7) при $\zeta = 1$ вычисляются коэффициенты $\hat{\beta}_{10} = 0,0324$, $\hat{\beta}_{11} = -0,0658$, $\hat{\beta}_{12} = 0,0336$, $\hat{\beta}_{13} = 0,0$ и с учетом $\alpha_{\hat{n}} = \alpha_3 = 1$ по (9) формируется оценка ПФ $\hat{W}_\zeta(z)$ канала $u_1 \rightarrow y$:

$$\hat{W}_1(z) = \frac{0,0336z^2 - 0,0658z + 0,0324}{z^3 - 2,131z^2 + 1,244z - 0,113}$$

Шаг 7и. К оценке $\hat{W}_1(z)$ применяется функция «d2c» из MATLAB с расширением «'zoh'» при $T = 0,1$ с. Для наглядности приведем соответствующие команды:
`bz1 = [0.0336 -0.0658 0.0324];`
`dz1 = [1 -2.131 1.244 -0.113];`
`sysd1 = tf(bz1, dz1, 0.1);`
`sysc1 = d2c(sysd1, 'zoh') Enter`

В результате получается оценка передаточной функции $W_{yu}(p)$:

$$\hat{W}_{yu}(p) = \frac{0,8p^2 + 0,3p + 0,4}{p^3 + 21,8p^2 - 4,4p + 3,54 \cdot 10^{-10}}, \quad (24)$$

так как $u_1 = u$.

Далее выполняются пункты 3и–7и по данным второго канала, приведенным в табл. 2, т.е. при $\zeta = 2$, $T = 0,1$ с. Так как $u_2 = f$, то в результате находится оценка ПФ $\hat{W}_{yf}(p)$:

$$\hat{W}_{yf}(p) = \frac{1,4p^2 + 34p + 4,4}{p^2 + 22p + 3,908 \cdot 10^{-13}}. \quad (25)$$

Шаг 8и. По формулам (11) и знаменателям ПФ (24), (25), где $\hat{\alpha}_0 = 0$, находятся полином (11) $A(p) = p^3 + 21,8p^2 - 4,4p$ и порядок объекта $n = 3$, а по формуле (13) – полином $Q_2(p) = p - 0,2$.

Для оценки эффективности марковского метода идентификации, приведем действительные передаточные функции идентифицируемого объекта:

$$W_{yu}(p) = \frac{0,8p^2 + 0,3p + 0,4}{p^3 + 21,8p^2 - 4,4p};$$

$$\hat{W}_{yf}(p) = \frac{(1,4p^2 + 34p + 4,4)(p - 0,2)}{p^3 + 21,8p^2 - 4,4p}.$$

Сравнивая приведенные ПФ с ПФ (24), (25), нетрудно заключить, что марковский алгоритм идентификации является достаточно точным. Однако при этом необходимо выполнять достаточно большой объем вычислений, особенно в случае объектов с несколькими каналами «вход–выход». С другой стороны, шаги алгоритма идентификации со второго по седьмой для каждого канала могут выполняться параллельно, что позволяет применять вычислительные средства, ориентированные на реализацию параллельных вычислений.

Синтез АДУУ. Приведенный выше алгоритм синтеза применяется к полученным выше числителям передаточных функций – полиномам $B_1(p) = 1,4p^3 + 33,72p^2 - 2,4p - 0,88$,

$B(p) = 0,8(p^2 + 0,375p + 0,5)$ и полиному $A(p) = p^3 + 21,8p^2 - 4,4p = (p + 22)(p - 0,2)p$, причем $\text{Re } p_i^B = -0,1875$, $i = 1, 2$. Требования к системе управления следующие: $v_g^* = 2$, $v_g^* = 1$, $t_p^* \leq 2,5$ с, $\sigma_p^* \leq 10\%$, $\eta_{\text{сис}}^* = 0,15$; $\mu_{yy}^* = 1$ при измеряемых ε и y .

Шаг 1с. В данном случае $n_A = 1$, а $n_{B1} = 0$, поэтому $\bar{v} = \max\{2 - 1, 1 - 0, 0\} = 1$.

Шаг 2с. Корень $p_1 = -22$ полинома $A(p)$ по модулю значительно больше других, поэтому все найденные полиномы делятся на $|p_1| = 22$. В результате полиномы принимают вид:

$$A(p) = (T_1 p + 1)(p - 0,2)p;$$

$$B(p) = 0,4(p^2 + 0,375p + 0,5)/11;$$

$$B_1(p) = (0,7p^3 + 16,86p^2 - 1,2p - 0,44)/11,$$

где $T_1 = 0,04546$ с. Постоянная времени $T_1 \ll t_p^* = 2,5$ с, поэтому множитель $(T_1 p + 1)$ опускается [15], т.е. принимается, что $A(p) = (p - 0,2)p$. Тогда с учетом $\eta_{\text{сис}}^* = 0,15$ $A_{\Omega}(p) = 1$, $A_{\bar{\Omega}}(p) = (p - 0,2)p$, $B_{\Omega}(p) = p^2 + 0,375p + 0,5$, $\beta_m = \beta_2 = 0,4/11$, при этом $n = m = 2$, $n_{\Omega} = 0$, $n_{\bar{\Omega}} = 2$.

Шаг 3с. По формулам (16) вычисляются степени: $\tilde{r} = 2 + 1 - 2 - 1 = 0$, $\tilde{l} = 2 + 1 - 1 = 2$, $\tilde{\theta} = 2 + 1 + 1 + 2 - 2 - 1 = 3$.

Шаг 4с. По значениям $v_g^* = 2$, $n_{\text{таб}} = \tilde{\theta} = 3$ и $\sigma^* = 10\%$ из памяти контроллера выбираются коэффициенты $\Delta_0 = 1$, $\Delta_1 = 6,35$, $\Delta_2 = 5,1$, $\Delta_3 = 1$ и величина $t_{p,\text{таб}} = 7,0$ с, а затем по формулам (17) при $\tau_0 = 0,5$ с и $t_p^* = 2,5$ с вычисляются величина $\omega_0 = 7/2 = 3,5$ и коэффициенты $\delta_3 = \Delta_3 \omega_0^0 = 1$, $\delta_2 = \Delta_2 \omega_0 \approx 17,9$, $\delta_1 = \Delta_1 \omega_0^2 \approx 77,8$, $\delta_0 = \Delta_0 \omega_0^3 \approx 43$.

Шаг 5с. По (18) вычисляются коэффициенты полинома $\tilde{A}(p) = p A_{\bar{\Omega}}(p) = p^3 - 0,2p^2$, т.е. $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = -0,2$, $\alpha_3 = 1$, и его степень $\tilde{n} = 3$. По выражению (19) формируется система алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} 0,4/11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4/11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4/11 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ p_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43 \\ 77,8 \\ 17,9 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Шаг 6с. На основе решения системы (26) формируются полиномы $\tilde{R}(p) = 1$ и $\tilde{L}(p) = 1182,5 + 2139,5p + 497,75p^2$, а затем полином $R(p) = p^3 + 0,375p^2 + 0,5p$ и полином $L(p) = 497,75p^2 + 2139,5p + 1182,5$, а по формуле (20) – полином $Q(p) = 2139,5p + 1182,5$.

Шаг 7с. Вычисляются корни полинома $\tilde{D}(p) = p^3 + 17,9p^2 + 77,8p + 43$; по формуле (21) находится величина $\omega_{\text{max}} = 11,4137$, а затем – период $T_u = 3,14/(4 \cdot 11,4137) \approx 0,07$ с.

Далее ПФ $Q(p)/R(p)$ и $L(p)/R(p)$ подвергаются преобразованию (22) при $T_u = 0,07$ с, выполняемому с помощью функции «с2d» пакета MATLAB. В результате полу-

чаются ПФ $\bar{Q}(z)/\bar{R}(z)$ и $\bar{L}(z)/\bar{R}(z)$. На основе этих функций формируются полиномы:

$$\bar{R}(z) = (z-1)(z^2 - 1,94398z + 0,94755),$$

$$\bar{Q}(z) = 5,262z^2 + 0,2216z - 5,084,$$

$$\bar{L}(z) = 39,64z^2 - 68,53z + 29,29.$$

Шаг 8с. В данном случае множителями полинома $\bar{R}(z)$ являются двучлен $(z-1)$ и полином $R_1(z) = z^2 - 1,94398z + 0,94755$, а $\bar{L}(z) = 34,378z^2 - 68,7516z + 34,374$.

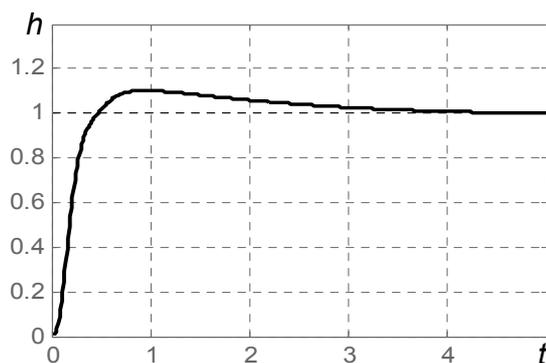
Поэтому с учетом полученных полиномов из уравнений (23) при $v = 1$ в результате перехода к оригиналам следует искомым алгоритм работы контроллера АдСУИ:

$$u_{k+1} = u_k + w_k,$$

$$w_k = 1,94398w_{k-1} - 0,94755w_{k-2} + 5,26\varepsilon_k + 0,2216\varepsilon_{k-1} - 5,084\varepsilon_{k-2} - 34,378y_k + 68,7516y_{k-1} - 34,374y_{k-2}, \quad (27)$$

где $k \geq k_{\text{фа}} + 1$, а $k_{\text{фа}}$ – номер такта, в котором закончился процесс формирования алгоритма управления (27).

На рисунке приведена переходная функция замкнутой системы, из которой следует, что перерегулирование системы равно 10 %, а длительность переходного процесса – $t_p = 2,28$ с, т.е. синтезированная адаптивная система управления с идентификацией удовлетворяет требованиям к ее качеству.



Переходная функция

Выводы. Полученные результаты свидетельствуют, что предложенное алгоритмическое обеспечение позволяет обеспечить функционирование адаптивной системы управления неопределенным многоканальным объектом в соответствии с требованиями к качеству процессов управления. При этом объект управления при всех изменениях его математической модели должен оставаться полным, а производственный контроллер, реализующий марковский алгоритм идентификации

и аналитический метод синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям, должен быть достаточно быстродействующим.

Список литературы

1. **Методы** классической и современной теории автоматического управления. Т. 3: Методы современной теории автоматического управления / под ред. Н.Д. Егулова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.
2. **Chen C.T.** Linear System Theory and Design. – 3rd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
3. **Тютиков В.В., Тарарыкин С.В.** Робастное модальное управление технологическими объектами. – Иваново, 2006. – 256 с.
4. **Гайдук А.Р.** Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.
5. **Александров А.Г.** Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Высш. шк., 1976. – 276 с.
6. **Антонов В.Н., Терехов В.А., Тюкин И.Ю.** Адаптивное управление в технических системах: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. – 244 с.
7. **Кузнецов В.Е.** Адаптивное управление с экзотической моделью технического объекта с ограниченной неопределенностью // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2016. – № 6. – С. 53–60.
8. **Анисимов А.А., Тарарыкин С.В.** Автоматическая настройка полиномиальных регуляторов электромеханических систем с использованием искусственной нейронной сети // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 8. – С. 13–18.
9. **Красовский А.А.** Аналитическая теория самоорганизующихся систем управления с высоким уровнем искусственного интеллекта // Красовский А.А. Избранные труды. Теоретическая и прикладная теория управления. Последние проекты и открытия. – М.: Мысль, 2001. – С. 349–363.
10. **Гайдук А.Р.** Алгоритмическое обеспечение самоорганизующихся регуляторов с экстраполяцией // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2002. – № 3. – С. 56–63.
11. **Букреев В.Г.** Математическое обеспечение адаптивных систем управления электромеханическими объектами: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2002. – 132 с.
12. **Идентификация** непрерывных многомерных систем. Дискретно-подобные системы / И.А. Каляев, А.Р. Гайдук, С.Г. Капустян, В.Н. Рябченко // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 4. – С. 47–53.
13. **Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А.** Анализ и синтез систем управления с применением системных инвариантов. – Saarbrücken, Deut-

schland: Palmarium Academic Publishing, 2016. – 128 с.

14. **Гайдук А.Р.** Синтез селективно инвариантных систем управления // Вестник ИГЭУ. – 2017. – Вып. 1. – С. 46–55.

15. **Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А.** Робастность редуцированных динамических систем автоматизации // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2016. – Т. 17, № 5. – С. 308–315.

16. **Ким Д.П.** Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Физматлит, 2007. – 288 с.

References

1. Egupov, N.D. *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 3. Metody sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classical and modern theory of automatic control. V. 3: Methods of modern theory of automatic control]. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Bauman, 2000. 748 p.

2. Chen, C.T. *Linear System Theory and Design*. New York: Oxford University Press, 1999. 334 p.

3. Tyutikov, V.V., Tararykin, S.V. *Robastnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob"ektami* [Robust modal control of technological plants]. Ivanovo, 2006. 256 p.

4. Gaiduk, A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polynomial'nyi podkhod)* [Theory and methods of analytical design of automatic control systems (Polynomial approach)]. Moscow: Fizmatlit, 2012. 360 p.

5. Aleksandrov, A.G. *Optimal'nye i adaptivnye sistemy* [Optimal and adaptive systems]. Moscow: Vysshaya shkola, 1976. 276 p.

6. Antonov, V.N., Terekhov, V.A., Tyukin, I.Yu. *Adaptivnoe upravlenie v tekhnicheskikh sistemakh* [Adaptive control in engineering systems]. Saint-Petersburg: Izdatel'stvo Sankt-Peterburgskogo universiteta, 2001. 244 p.

7. Kuznetsov, V.E. *Adaptivnoe upravlenie s ekzomodel'yu tekhnicheskim ob"ektom s ogranichennoy neopredelennost'yu* [Adaptive control of the limited uncertainty technical plant employing an exomodel]. *Izvestiya SPbGETU «LETI»*, 2016, no. 6, pp. 53–60.

8. Anisimov, A.A., Tararykin, S.V. *Avtomaticheskaya nastroyka polinomial'nykh regulyatorov*

elektromekhanicheskikh sistem s ispol'zovaniem iskusstvennoy neyronnoy seti [Automatic adjustment of polynomial regulators of electromechanical systems by using an artificial neural network]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2008, no. 8, pp. 13–18.

9. Krasovsky, A.A. *Analiticheskaya teoriya samoorganizuyushchikhsya sistem upravleniya s vysokim urovnem iskusstvennogo intellekta* [Analytical theory of self-organizing control systems with a high level of artificial intellect]. Krasovskiy, A.A. *Izbrannye trudy. Teoreticheskaya i prikladnaya teoriya upravleniya. Poslednie proekty i otkrytiya* [Fundamental and applied control theory. The latest projects and discoveries]. Moscow: Mysl', 2001, pp. 349–363.

10. Gaiduk, A.R. *Algoritmicheskoe obespechenie samoorganizuyushchikhsya regulyatorov s ekstrapolyatsiey* [Algorithms of self-organizing regulators with extrapolation]. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2002, no. 3, pp. 56–63.

11. Bukreyev, V.G. *Matematicheskoe obespechenie adaptivnykh sistem upravleniya elektromekhanicheskimi ob"ektami* [Software of adaptive control systems of electromechanical objects]. Tomsk: Izdatel'stvo TPU, 2002. 132 p.

12. Kalyayev, I.A., Gaiduk, A.R., Kapustyan, S.G., Ryabchenko, V.N. *Identifikatsiya nepreryvnykh mnogomernykh sistem. Diskretnopodobnye sistemy* [Identification of continuous multivariable systems. Discrete-like systems]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 4, pp. 47–53.

13. Gaiduk, A.R., Plaksienko, E.A. *Analiz i sintez sistem upravleniya s primeneniem sistemnykh invariantov* [Analysis and design of control systems with application of system invariants]. Saarbrücken, Deutschland: Palmarium Academic Publishing, 2016. 128 p.

14. Gaiduk, A.R. *Sintez selektivno invariantnykh sistem upravleniya* [Design of selectively invariant control systems]. *Vestnik IGEU*, 2017, issue 1, pp. 46–55.

15. Gaiduk, A.R., Plaksienko, E.A. *Robastnost' redutsirovannykh dinamicheskikh sistem avtomatizatsii* [Robustness of reduced dynamic systems of automation]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 308–315.

16. Kim, D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 1. Lineynye sistemy* [Theory of automatic control. V. 1. Linear systems]. Moscow: Fizmatlit, 2007. 288 p.

Гайдук Анатолий Романович,

ФАОУВПО «Южный федеральный университет»; Кисловодский гуманитарно-технический институт, профессор кафедры САУ; зав. кафедрой САУ, доктор технических наук, профессор, e-mail: gaiduk@mail.ru

Gaiduk Anatoly Romanovich,

Southern Federal University, Kislovodsk Humanitarian Technical Institute, Professor of the Automatic Control Systems, Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor, e-mail: gaiduk@mail.ru

Шадрина Валентина Вячеславовна,
ФАОУВПО «Южный федеральный университет»,
доцент кафедры САУ, кандидат технических наук,
e-mail: valentina_@mail.ru
Shadrina Valentina Vyacheslavovna,
Southern Federal University, Associate Professor of the Automatic Control Systems, Candidate of Engineering Sciences (PhD),
e-mail: valentina_@mail.ru