

# МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

УДК 66.096.5

## Разработка вероятностно-статистической модели сушки частиц биотоплива в кипящем слое инертного носителя<sup>1</sup>

А.В. Митрофанов, Е.А. Шуина, А.Ф. Камело, Е.Р. Шумыло  
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
г. Иваново, Российская Федерация  
E-mail: and2mit@mail.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Важной стадией приготовления твердого топлива является его сушка с использованием стадий псевдооживления. Некоторые материалы, в том числе многие виды дисперсного биотоплива, невозможно перевести в псевдооживленное состояние. Наиболее рациональным выходом из такой ситуации является псевдооживление смеси биотоплива с инертным компонентом, однако существующие методики расчета процесса ориентированы на однокомпонентный слой. В связи с этим актуальной задачей является разработка модели с высокой прогнозирующей способностью для описания псевдооживления бинарных смесей.

**Материалы и методы:** Теория цепей Маркова используется в качестве математической основы моделирования. Переходные матрицы поставлены в соответствие с физическими параметрами потоков, участвующих в процессе сушки, что позволяет формировать эти матрицы в соответствии с текущими характеристиками объекта и делает предлагаемую модель нелинейной. Экспериментальная часть работы выполнена на двумерном реакторе кипящего слоя, позволяющем фиксировать изменение в процессе сушки распределений частиц по высоте аппарата. Состав тестируемой смеси – кубики моркови и стеклянные шарики в соотношении 1:1 по массе.

**Результаты:** На основе теории цепей Маркова разработана и верифицирована модель для описания теплообмена между потоком воздуха и стохастически движущейся в нем бинарной смеси частиц. Предложена вероятностно-статистическая модель процесса сушки частиц биотоплива в кипящем слое инертного носителя. Выполнена проверка прогнозирующей способности модели путем сравнения расчетных и экспериментальных данных. На экспериментальном и теоретическом уровне используемые подходы позволили принять во внимание локальные характеристики процесса. Отклонение получаемого прогноза при описании локальных распределений частиц не превышало 5 % для плотной фазы слоя, что позволило точно (среднеквадратическое отклонение составило 0,168) описать кинетику сушки.

**Выводы:** Предложенная модель может быть рассмотрена как достоверная научная основа для операционного контроля и проектирования сушилок с кипящим слоем.

**Ключевые слова:** кипящий слой, вектор состояния, переходная матрица, скорость витания частицы, теплоотдача, массоотдача, влагосодержание, твердое топливо.

## Stochastic modeling of biofuel particulate drying in the fluidized bed with inert support

A.V. Mitrofanov, E.A. Shuina, A.F. Camelo, E.R. Shumylo  
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russia  
E-mail: and2mit@mail.ru

### Abstract

**Background:** Drying of solid particulate using fluidized beds is an important part of solid fuel preparation. But some types of materials, including many kinds of biofuel particulate solids, cannot be transferred into fluidized state. The most rational solution to this problem is fluidization of a biofuel mixture with a steady component, but the existing methods of the process simulation are aimed at a monocomponent bed. As a result, an urgent problem now is to develop a model with high predictive ability for describing fluidization in a binary fluidized bed.

**Materials and methods:** The Markov chain approach is used as the mathematical basis for modeling. The transition matrices correspond to the current physical properties of substances involved in drying, which allows forming the transition matrices according to the current status of the object and makes the model non-linear. The drying experiments were

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №18-08-00028.

performed in a 2-D fluidized bed reactor that can detect changes in the particle axial distribution during drying. The tested sample consists of carrot cubes and glass beads mixed in the mass ratio of 1:1.

**Results:** A model based on the Markov chain for describing heat and mass exchange between a stochastically moving binary mixture of particulate and a gas flow has been developed and verified. A stochastic model of the drying process of biofuel particulate in a fluidized bed with inert support has been proposed. The predictive ability of the model has been checked by comparing the obtained experimental data with the simulation results. The experimental and theoretical methods allowed us to take into account the local process characteristics. The forecast error of the local parameters of particulate distribution in the dense area of the fluidized bed did not exceed 5 %, which enabled exact calculation (the root mean square error was 0,168) of drying kinetics.

**Conclusions:** The proposed model can be considered as the reliable theoretical basis for operating control and design of fluidized bed dryers.

**Key words:** fluidized bed, state vector, transition matrix, particle settling velocity, heat transfer, mass transfer, moisture content, solid fuel.

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2018.3.057-064

**Состояние вопроса.** Сушка дисперсного топлива является наиболее энергоемким этапом в системе его подготовки к дальнейшей переработке. В топливной энергетике широкое распространение получили аппараты, где сыпучее топливо обезвоживается в режиме псевдоожижения частиц агентом сушки (воздухом или топочными газами). Технология псевдоожижения зернистого материала проникла в энергетическую отрасль несколько позднее, чем в химическую, однако в связи с накопившимися к тому времени претензиями к классическим схемам псевдоожижения, а также из-за высокой вариативности массогабаритных характеристик топливных частиц, практически сразу возникла обоснованная необходимость в поиске новых конструктивных и режимных вариантов реализации процесса [1–3].

При сжигании топлива вектор развития техники псевдоожижения был направлен в сторону внедрения более форсированных режимов, допускающих вынос частиц твердой фазы из реакционной камеры и последующий принудительный возврат обратно (циркуляцию). Подобная технология сжигания и пиролиза твердых топлив получила импульс к развитию в конце 70-х годов прошлого века под влиянием распространения ужесточающихся экологических и технических нормативов [1–2].

Однако системы подготовки топлива развивались в более традиционном ключе, что во многом определяется характером самого процесса сушки. Специфика его состоит в том, что реализация более форсированного гидродинамического режима не всегда приводит к интенсификации процесса удаления влаги из материала. Возможна и обратная ситуация, когда сравнительно низкий расход сушильного агента поддерживает более концентрированный поток газозвеси и, благодаря стесненности проходного сечения материалом, внутри этого потока поддерживается высокая скорость обтекания частиц сушильным агентом и, соответственно, более интенсивный тепломассообмен. Таким образом, понижение расхода сушильного агента может оказать интенсифи-

цирующее влияние на скорость достижения заданных показателей влажности материала.

Вместе с тем выбор гидродинамического режима неразрывно связан с выбором температуры проведения процесса. При повышении температуры, в общем случае, влияние гидродинамических характеристик снижается, так как лимитирующим процесс фактором становится внутренняя диффузия влаги в материале.

Таким образом, интенсивность тепло- и массообмена зависит как от подведения дополнительной теплоты, так и от режима подачи сушильного агента. Оба указанных фактора связаны с энергетической эффективностью процесса, поэтому естественно желание инженера получить инструмент для прогнозирования возможных последствий варьирования этих параметров, чтобы в конечном счете, достигая необходимой влажности топлива, сократить затраты энергии и времени на реализацию технологического передела.

Выбор рационального режима сушки связан также с необходимостью поддержания устойчивости процесса самого псевдоожижения (предотвращения застойных зон, сегрегации компонентов топливной смеси, ненадлежащего перемешивания и т.п.). Поскольку состав поступающего твердого топлива, как правило, отличается нестабильностью характеристик, а многие виды топлива принципиально сложно перевести в псевдоожиженное состояние (например, шелуху, лузгу, опилки и т.п.), то ожижению агентом сушки подвергаются специально подготовленные смеси частиц топлива с инертным материалом. Таким образом, формируется бинарная смесь частиц, где один компонент формирует псевдоожиженную среду, а второй компонент в этой среде подвергается термопреобразованию: сушке и, как правило, последующему сжиганию.

Настоящее исследование направлено на разработку математической модели псевдоожижения бинарной смеси частиц при нестандартных характеристиках одного из компонентов, а также на последующую верификацию предложенной модели через сравнение расчетных характеристик процесса с эксперимен-

тальными данными, полученными в ходе проведения натуральных опытов.

**Материалы и методы.** В качестве вычислительной базы построения модели использован математический аппарат теории цепей Маркова. Рабочее пространство сушилки представлено совокупностью из счетного числа  $n$  ячеек идеального смешения, организованных в цепь, которая характеризуется вектором состояний системы  $\mathbf{S}$ . Эволюция векторов состояний наблюдается в дискретные моменты времени  $t_k = (k-1)\Delta t$ , где  $\Delta t$  – промежуток времени между соседними фиксируемыми состояниями системы (шаг по времени);  $k$  – номер временного шага.

Вероятности всех возможных миграций описываемых аддитивных свойств из данной ячейки вдоль цепи записывают в стохастический вектор. В рассматриваемой модели для твердой фазы вводятся следующие вероятности (рис. 1): переход в соседнюю ячейку вниз ( $p_{di}$ ), вверх ( $p_{ui}$ ), а также остаться в наблюдаемой ячейке ( $p_{si}$ ).

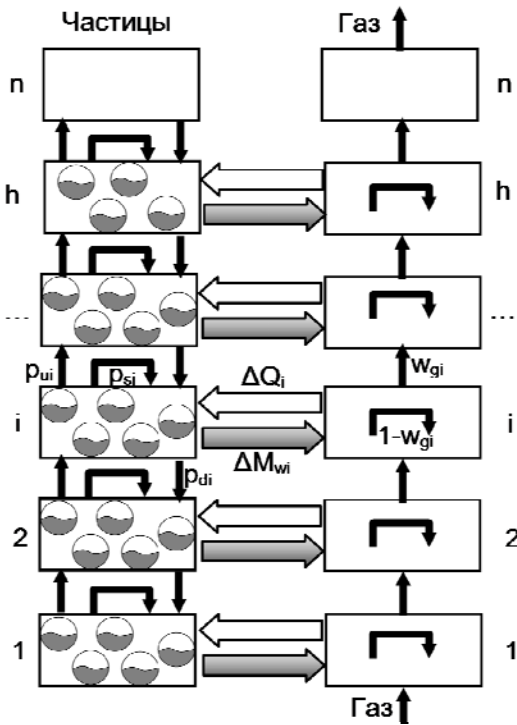


Рис. 1. Вычислительная схема модели периодического реактора с кипящим слоем

Для  $i$ -й ячейки вероятности перемещения частиц  $p_{si}$ ,  $p_{ui}$  и  $p_{di}$ , составляющие матрицу переходных вероятностей, связаны с параметрами реализации процесса и крупностью фракции следующими соотношениями [4–6]:

$$p_{si} = 1 - p_{ui} - p_{di}; \quad (1)$$

$$p_{di} = 0 \text{ при } (w_i - V_{si}) > 0; \quad (2)$$

$$p_{di} = v_i \text{ при } (w_i - V_{si}) < 0; \quad (3)$$

$$p_{ui} = v_i \text{ при } (w_i - V_{si}) > 0; \quad (4)$$

$$p_{ui} = 0 \text{ при } (w_i - V_{si}) < 0, \quad (5)$$

где  $w_i$  – локальная скорость обтекания частиц потоком оживающего воздуха в  $i$ -й ячейке;  $V_{si}$  – скорость витания одиночной частицы заданной крупности, связанная с ее весом  $P$  через соотношение

$$P = C_d f_p \rho_g \frac{V_{si}^2}{2}, \quad (6)$$

где  $C_d$  – коэффициент сопротивления одиночной частицы;  $f_p$  – площадь наибольшего поперечного сечения одиночной частицы, перпендикулярного вектору скорости;  $\rho_g$  – плотность оживающей среды.

Уравнения (1)–(5) описывают переходный процесс расширения взвешенного слоя при заданном значении коэффициента сопротивления  $C_d$ , который зависит от режима движения оживающей среды и веса частиц через соотношение (6). При сушке зернистого материала во взвешенном состоянии имеет место как изменение веса и размера частиц, так и нестационарность гидромеханической ситуации в слое. Высота слоя должна изменяться не только в короткий промежуток перехода слоя из плотного во взвешенное состояние, но и далее – вплоть до достижения частицами равновесного с сушильным агентом влагосодержания. Весь этот комплекс изменений в модели (1)–(6) описывается за счет использования полученной в [6] эмпирической зависимости для расчета коэффициента  $C_d$ :

$$C_d(Re_p, Ar) = \frac{Ar^{0,89}}{Re_p^{1,79}}, \quad (7)$$

где  $Re_p$  – число Рейнольдса;  $Ar$  – число Архимеда.

С учетом (1)–(7) продольное перемещение твердой фазы и продвижение сушильного агента вдоль цепей описывается рекуррентными матричными равенствами:

$$\mathbf{S}_p^{k+1} = \mathbf{P}_p^k \mathbf{S}_p^k, \quad (8)$$

$$\mathbf{S}_g^{k+1} = \mathbf{P}_g^k \mathbf{S}_g^k + \mathbf{S}_{gf}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{S}_p$  и  $\mathbf{S}_g$  – векторы-столбцы объемного содержания частиц и агента сушки в ячейках соответственно;  $\mathbf{P}_p^k$  и  $\mathbf{P}_g^k$  – матрицы переходных вероятностей для частиц и газа, зависящие от векторов состояния и меняющиеся на каждом переходе;  $\mathbf{S}_{gf}$  – вектор поступления газа (при подаче через решетку он имеет единственный ненулевой элемент в первой ячейке, равный объему воздуха, подаваемому в нее за один временной переход).

Зависимости (2)–(5) определяют параметры переноса выбранной фракции твердой фазы вдоль цепи, при этом аэродинамические характеристики частиц определяются для каждой фракции индивидуально через их вес (формулы (6)–(7)), однако также они зависят от режима фильтрации сушильного агента, ло-

кальная скорость которого рассчитывается с учетом уменьшения живого сечения потока в ячейке в результате присутствия там частиц всех фракций. Порядок расчета скоростей сушильного агента приведен в [5, 6].

На распределение частиц в потоке, помимо указанных выше факторов, оказывают влияние случайные факторы, обусловленные столкновением отдельных частиц или их групп. Учет стохастических миграций частиц в модели выполнен путем введения дополнительных вероятностей  $d$  симметричного переноса, которые в переходной матрице прибавляются ко всем элементам, расположенным на соседних с главной диагоналях. Значение этих вероятностей рассчитывается как [5]

$$d = D\Delta t/\Delta x^2, \quad (10)$$

где  $D$  – дисперсионный коэффициент.

Для описания межфазного тепло- и массообмена вводятся дополнительные потоки описываемых аддитивных свойств между соответствующими друг другу элементами векторов состояний  $\mathbf{S}_p$  и  $\mathbf{S}_g$ , что позволяет описывать межфазный тепло- и массообмен как процесс с распределенными параметрами при помощи следующих балансовых матричных равенств:

$$\mathbf{M}_{wp}^{k+1} = \mathbf{P}_p^k (\mathbf{M}_{wp}^k - \beta \cdot \mathbf{F}^k \cdot (\mathbf{p}_{ws}^k - \mathbf{p}_{wg}^k) \Delta t); \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_{wg}^{k+1} = \mathbf{P}_g^k (\mathbf{M}_{wg}^k + \beta \cdot \mathbf{F}^k \cdot (\mathbf{p}_{ws}^k - \mathbf{p}_{wg}^k) \Delta t + \mathbf{M}_{wgf}); \quad (12)$$

$$\mathbf{Q}_p^{k+1} = \mathbf{P}_p^k (\mathbf{Q}_p^k + \alpha \cdot \mathbf{F}^k \cdot (\mathbf{T}_g^k - \mathbf{T}_p^k) \Delta t - r k_w \cdot \mathbf{F}^k \cdot (\mathbf{M}_{ws}^k - \mathbf{M}_{wg}^k) \Delta t); \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_g^{k+1} = \mathbf{P}_g^k (\mathbf{Q}_g^k - \alpha \cdot \mathbf{F}^k \cdot (\mathbf{T}_g^k - \mathbf{T}_p^k) \Delta t + \mathbf{Q}_{gf}); \quad (14)$$

где  $\mathbf{Q}$  – вектор количеств теплоты в ячейках;  $\mathbf{T}$  – вектор температур;  $\mathbf{M}_w$  – вектор масс влаги;  $\mathbf{p}_{ws}$  и  $\mathbf{p}_{wg}^k$  – векторы парциальных давлений влаги на поверхности частиц и в окружающем воздухе;  $\beta$  и  $\alpha$  – векторы коэффициентов массоотдачи и теплоотдачи;  $\mathbf{F}^k$  – вектор поверхностей обмена в ячейках, зависящий от концентрации частиц в них; оператор  $\cdot$  означает поэлементное умножение векторов.

Векторы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{T}$  связаны соотношением  $\mathbf{Q} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{c} \cdot \rho$ , где  $\mathbf{c}$  – вектор теплоемкостей влажных частиц;  $\rho$  – вектор их плотностей.

Плотность материала твердой фазы изменяется в результате массообмена и может быть вычислена по соотношению [6]

$$\rho^k = (\mathbf{M}_w^k + \rho_p \mathbf{S}_p^k) / \mathbf{S}_p^k, \quad (15)$$

где  $\rho_p$  – истинная плотность материала частиц без учета содержания в них влаги.

Распределение влагосодержания вдоль цепей рассчитывается по формулам:

$$X_p^k = \mathbf{M}_{wp}^k / (\rho_p \mathbf{S}_p^k); \quad (16)$$

$$X_g^k = \mathbf{M}_{wg}^k / (\rho_g \mathbf{S}_g^k), \quad (17)$$

где  $\rho_g$  – плотность сушильного агента, которая определяется в соответствии с уравнением его термодинамического состояния.

Процесс обезвоживания материала сопровождается линейной усадкой, учет которой необходим не только с точки зрения изменения аэродинамических характеристик частиц, но и с точки зрения сильного влияния изменения поверхности межфазного контакта на реализацию целевого процесса [7]. Расчет текущего размера стороны частицы  $L_p$  проводился на каждом рекуррентном шаге по полученной в [8] эмпирической зависимости для частиц моркови:

$$L_p = L_0(0,08145 \cdot \ln(X_p) + 0,81671), \quad (18)$$

где  $L_0$  – размер частицы в начальный момент времени.

Определяющие критерии тепло- и массообменных процессов (значения чисел Нуссельта ( $Nu$ ) и Шервуда ( $Sh$ )), необходимые для количественной оценки интенсивности распределенной межфазной теплоотдачи и массоотдачи, были рассчитаны по заимствованным из [9] соотношениям:

$$Nu = 2,0 + 0,6(Re_p)^{1/2}(Pr)^{1/3}, \quad (19)$$

$$Sh = 2,0 + 0,6(Re_p)^{1/2}(Sc)^{1/3}, \quad (20)$$

где  $Pr$  – число Прандтля;  $Sc$  – число Шмидта.

Экспериментальное исследование сушки дисперсного материала в кипящем слое выполнялось в лабораторной сушилке, схема которой показана на рис. 2.

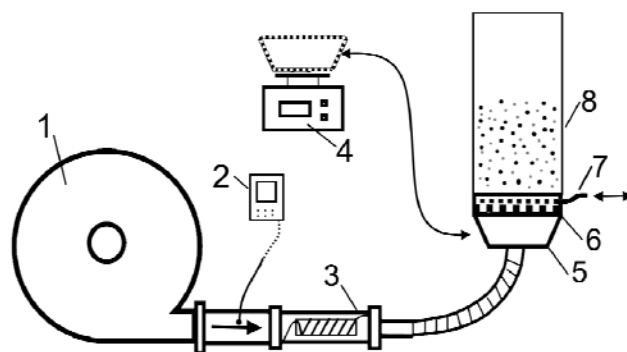


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: 1 – воздухоподогреватель; 2 – термоанемометр; 3 – электрокалорифер; 4 – весы; 5 – съемная емкость для извлечения и взвешивания сыпучего материала; 6 – стальная провальная газораспределительная решетка; 7 – подвижная стальная непровальная решетка; 8 – двумерный (плоский) реактор с кипящим слоем

Ожижению подвергалась смесь, состоящая из стеклянных шариков ( $d_p = 4$  мм) и кубиков моркови со стороной 4 мм. Навеска массой 100 г загружалась в аппарат (соотношение компонентов смеси 1:1 по массе), после чего

начиналась подача оживающего агента (воздуха с температурой 30 °С).

В целях определения среднего влагосодержания частиц периодически производилось взвешивание всей навески материала, находящейся в аппарате. Для обеспечения возможности быстрого извлечения навески газораспределительная решетка была выполнена в виде двух стальных пластин, расположенных друг над другом. Верхняя решетка имела отверстия диаметром 3 мм (решетка непровального типа), нижняя решетка – 5,2 мм (решетка провального типа). Отверстия в решетках были выполнены с одинаковым шагом, поэтому в рабочем положении совпадали друг с другом. Для выгрузки материала непровальная решетка извлекалась с одновременным прекращением подачи воздуха. При этом дисперсный материал сыпался в емкость для взвешивания, а затем быстро возвращался обратно в аппарат для продолжения сушки (вся процедура занимала 15–20 с). Кроме того, при каждой выгрузке отбирались 10 частиц для последующего измерения линейных размеров в целях отслеживания интенсивности их объемной усадки (частицы возвращались в реактор после измерения).

Сама сушильная камера была выполнена в виде аппарата с двумерным кипящим слоем, который подробно описан в [6]. Распределение концентраций частиц обеих фракций определялось по фотографиям слоя, сделанным через прозрачную стенку аппарата. Зазор между стенками аппарата составлял 6 мм, что позволяло частицам всех компонентов перемещаться, но не давало возможности заслонять друг друга на фотографии слоя.

**Результаты.** Формулы (1)–(6) и (8)–(17) выражают достаточно очевидные уравнения баланса, записанные для ячеечной расчетной схемы описания процесса, а независимые от модели эмпирические зависимости (7) и (18)–(20) обеспечивают прогностическую эффективность предлагаемой модели. Сравнение расчетных и экспериментальных параметров процесса показано на рис. 3–6.

На рис. 3 показано изменение размера стороны частицы биоорганического компонента смеси (частиц моркови) в процессе обезвоживания материала. Можно отметить хорошее совпадение расчетных и экспериментальных размеров частиц. Усадка частиц и связанное с ней изменение межфазной поверхности взаимодействия газ-твердое оказывают существенное влияние на кинетику сушки, что вносит существенный вклад в нелинейность модели. Расчетные и экспериментальные кривые сушки, иллюстрирующие кинетику удаления влаги, показаны на рис. 4.

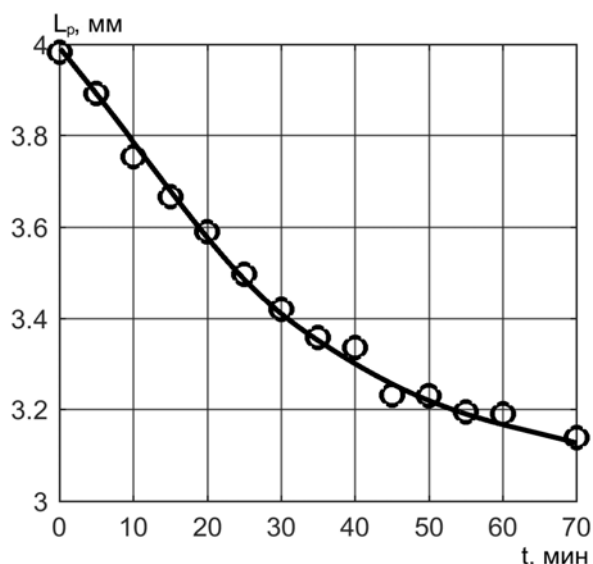


Рис. 3. Расчетные (линия) и экспериментальные (маркеры) значения размера частиц в процессе сушки

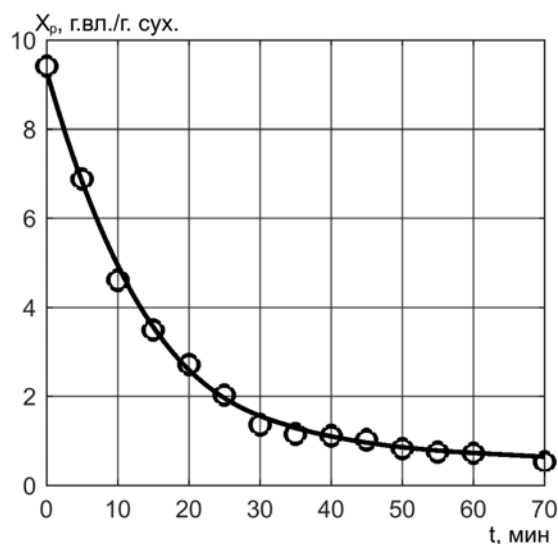


Рис. 4. Расчетные (линия) и экспериментальные (маркеры) значения влагосодержания частиц биоматериала в процессе сушки

Анализ полученных зависимостей (рис. 4) показывает, что кинетика целевого процесса (сушки) достаточно уверенно спрогнозирована предложенной моделью: среднеквадратичное отклонение  $R = 0,168$ . Значение  $R$  было рассчитано по зависимости следующего вида:

$$R = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_p^{calc} - X_p^{exp})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

где  $N$  – количество экспериментальных значений влагосодержания материала  $X_p$ ;  $X_p^{calc}$  и  $X_p^{exp}$  – расчетные и экспериментальные значения влагосодержания для соответствующих моментов времени.

Кроме того, изменение размера частиц оказывает влияние на коэффициент сопротивления частиц (7), что является важным при описании гидромеханической ситуации в слое,

в частности, при моделировании распределения концентрации компонентов по высоте аппарата. Распределение объемной концентрации частиц по высоте сушильной камеры для двух моментов времени, отвечающих началу и окончанию процесса сушки, представлено на рис. 5–6.

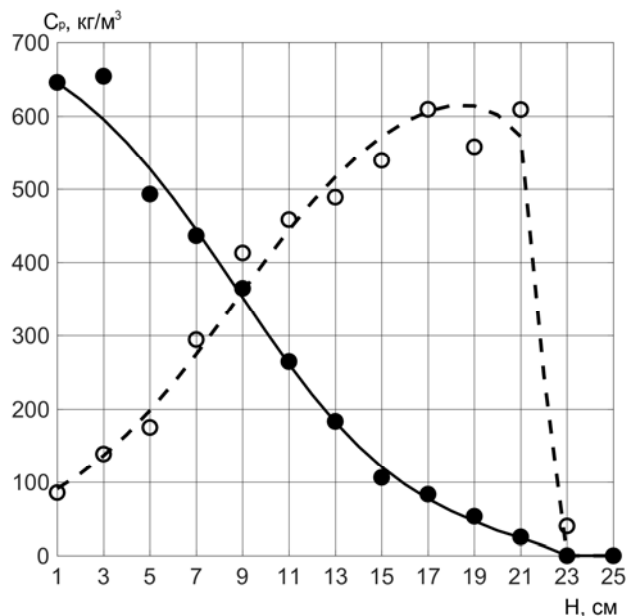


Рис. 5. Распределение объемной концентрации частиц по высоте псевдооживленного слоя на 2-й мин процесса: линии – расчет; точки – эксперимент (маркер с заливкой – инертный компонент; без заливки – биоорганический компонент)

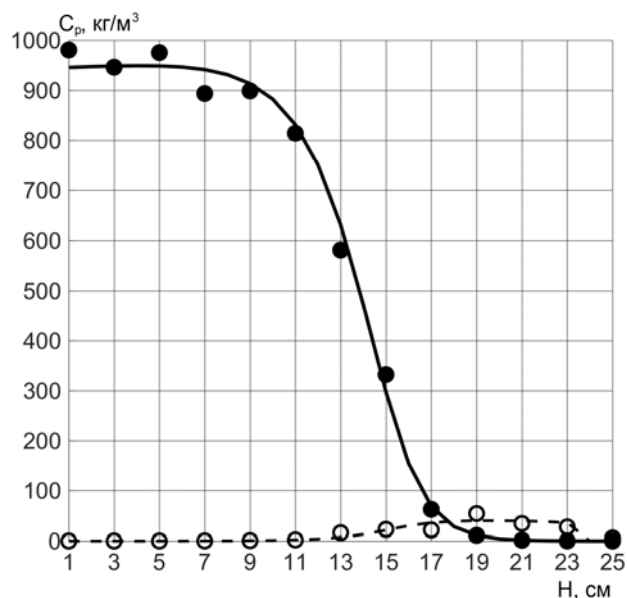


Рис. 6. Распределение объемной концентрации частиц по высоте псевдооживленного слоя на 70-й мин процесса: линии – расчет; точки – эксперимент (маркер с заливкой – инертный компонент; без заливки – биоорганический компонент)

Обращает на себя внимание практически постоянное значение отметки свободной по-

верхности псевдооживленного слоя, наблюдаемое на фоне монотонного снижения влагосодержания биоорганического компонента. Стабильность размера слоя объясняется, с одной стороны, стационарностью свойств инертного компонента, а с другой стороны, значительным снижением суммарного объема биоорганической составляющей слоя вследствие объемной усадки частиц. Последнее обстоятельство приводит к снижению стесненности потока оживающей среды твердой фазой и к стабилизации высоты слоя даже на фоне снижения веса частиц биоорганического компонента из-за обезвоживания. Кроме того, заметно, что в начале процесса сушки компоненты активно диффундируют друг в друга, это предотвращает сегрегацию слоя (рис. 5). В конце процесса сушки (рис. 6) практически весь органический компонент, несмотря на постоянную интенсивность диффузионного переноса в модели, оказывается вблизи свободной поверхности псевдооживленного слоя.

**Выводы.** Проведенные исследования подтвердили значительную структурную неоднородность кипящего слоя, составленного из бинарной смеси частиц, отличающихся различной аэродинамической крупностью. Предложенная ячеечная модель показала высокую адекватность реальному объекту, качественно непротиворечиво описав диффузионные и сегрегационные процессы в слое. Количественная достоверность расчетов была достигнута за счет включения в модель экспериментальных зависимостей, описывающих кинетические характеристики реализуемых процессов. Хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных позволяет рассматривать предложенную модель в качестве надежной научной основы для описания топливоподготовки, осуществляемой в сушилках кипящего слоя инертного носителя.

#### Список литературы

1. Саломатов Вл.В., Рычков А.Д., Саломатов Вас.В. Экспериментальное исследование и математическое моделирование аэродинамики, теплообмена, излучения и горения дробленого топлива в циркулирующем кипящем слое // Ползуновский вестник. – 2010. – № 1. – С. 60–71.
2. Рябов Г.А. Котельные установки, использующие технологию кипящего и циркулирующего кипящего слоя // Теплоэнергетическое оборудование ТЭС: сб. публикаций. Вып. 1 / Челябин. филиал Петерб. энерг. ин-та повышения квалификации. – Челябинск: ЧФПЭИпк, 2009. – С. 5–50.
3. Расчеты аппаратов кипящего слоя: справочник / под ред. И.П. Мухленова, Б.С. Сажина, В.Ф. Фролова. – Л.: Химия, 1986. – 352 с.
4. Расчетно-экспериментальное исследование распределения твердых частиц в аппарате с двухмерным псевдооживленным слоем / А.В. Огурцов, А.В. Митрофанов, В.Е. Мизонов и др. // Изв.

вузов. Химия и химическая технология. – 2009. – Т. 52, № 11. – С. 131–134.

5. **Митрофанов А.В.** Математическая модель эволюции состояния слоя дисперсного топлива при нагреве и сушке в плотном и псевдооживленном слое // Вестник ИГЭУ. – 2015. – Вып. 2. – С. 67–70. doi: 10.17588/2072-2672.2015.2.067-070.

6. **A Markov** chain model to describe fluidization of particles with time-varying properties / A.V. Mitrofanov, V.E. Mizonov, K. Tannous, L.N. Ovchinnikov // *Particulate Science and Technology*. – 2018. – Vol. 36, No. 2. – P. 244–253.

7. **Жуков В.П., Беляков А.Н.** Термодинамический подход к описанию механических процессов в сыпучих средах // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 1. – С. 74–77.

8. **Hatamipour M.S., Mowla D.** Shrinkage of carrots during drying in an inert medium fluidized bed // *Journal of Food Engineering*. – 2002. – Vol. 55. – P. 247–252.

9. **Bird R.B., Steward W.E., Lightfoot E.N.** *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc. – New York, 2002. – 1069 p.

### References

1. Salomatov, V.I., Rychkov, A.D., Salomatov, V.S. Eksperimental'noe issledovanie i matematicheskoe modelirovanie aerodinamiki, teplomassoobmena, izlucheniya i goreniya droblenogo topliva v tsirkuliruyushchem kipyashchem sloe [Experimental study and mathematical modeling of aerodynamics, heat and mass transfer, radiation and combustion of crushed fuel in a circulating fluidized bed]. *Polzunovskiy vestnik*, 2010, no. 1, pp. 60–71.

2. Ryabov, G.A. Kotel'nye ustanovki, ispol'zuyushchie tekhnologiyu kipyashchego i tsirkuliruyushchego kipyashchego sloya [Boiler installations using fluidized and circulating fluidized bed technology].

*Sbornik publikatsiy «Teploenergeticheskoe oborudovanie TES» [Collected works «Heat power equipment of heat power stations»]*. Chelyabinsk: ChFPEIpk, 2009, issue 1, pp. 5–50.

3. Mukhlenova, I.P., Sazhina, B.S., Frolova, V.F. *Raschety apparatov kipyashchego sloya* [Calculation of fluidized bed reactors]. Leningrad: Khimiya, 1986. 352 p.

4. Ogurtsov, A.V., Mitrofanov, A.V., Mizonov, V.E., Ogurtsov, V.A., Tannous, K. Raschetno-eksperimental'noe issledovanie raspredeleniya tverdykh chastits v apparate s dvukhmernym psevdoozhivlennym sloem [Theoretical and experimental study of particles distribution in two-dimensional fluidized bed]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2009, vol. 52, no. 11, pp.131–134.

5. Mitrofanov, A.V. Matematicheskaya model' evolyutsii sostoyaniya sloya dispersnogo topliva pri nagreve i sushke v plotnom i psevdoozhivlennom sloe [Mathematical model of evolution of particulate fuel bed state under heating and drying in a dense and fluidized bed]. *Vestnik IGEU*, 2015, issue 2, pp. 67–70. doi: 10.17588/2072-2672.2015.2.067-070.

6. Mitrofanov, A.V., Mizonov, V.E., Tannous, K., Ovchinnikov, L.N. A Markov chain model to describe fluidization of particles with time-varying properties. *Particulate Science and Technology*, 2018, vol. 36, no. 2, pp. 244–253.

7. Zhukov, V.P., Belyakov, A.N. Termodinamicheskiy podkhod k opisaniyu mekhanicheskikh protsessov v syuchikh sredakh [Thermodynamic approach to describing mechanical processes in granular media]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 1, pp. 74–77.

8. Hatamipour, M.S., Mowla, D. Shrinkage of carrots during drying in an inert medium fluidized bed. *Journal of Food Engineering*, 2002, vol. 55, pp. 247–252.

9. Bird, R.B., Steward, W.E., Lightfoot, E.N. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 2002. 1069 p.

*Митрофанов Андрей Васильевич,*

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, e-mail: and2mit@mail.ru

*Mitrofanov Andrei Vasilyevich,*

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences (PhD), Associate Professor of the Applied Mathematics Department, e-mail: and2mit@mail.ru

*Шуина Елена Александровна,*

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики, e-mail: HM\_ISPU@mail.ru

*Shuina Elena Aleksandrovna,*

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Post-Doctoral Degree), Professor, Head of the Higher Mathematics Department, e-mail: HM\_ISPU@mail.ru

*Камело Арнольд Фигерар,*

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант кафедры прикладной математики, e-mail: arnoldfigerar@mail.ru

*Arnold Figerar Camelo Amaya,*

Ivanovo State Power Engineering University, Postgraduate Student of the Applied Mathematics Department, e-mail: arnoldfigerar@mail.ru

*Шумыло Евгений Романович*,  
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
студент, кафедра прикладной математики,  
e-mail: evgenyshumylo@gmail.com  
*Shumylo Evgeny Romanovich*,  
Ivanovo State Power Engineering University,  
Student of the Applied Mathematics Department,  
e-mail: evgenyshumylo@gmail.com

УДК 519.688

## Моделирование нелинейной теплопроводности дискретными методами

С.П. Бобков, А.С. Чернявская  
ФГБОУВО «Ивановский государственный химико-технологический университет»,  
г. Иваново, Российская Федерация  
E-mail: bsp@isucl.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Адекватное описание явлений при передаче тепла является чрезвычайно важной задачей для энергетической отрасли как в теоретическом плане, так и с позиций практического использования тепловых процессов. Классический подход к моделированию передачи тепла в сплошной среде предполагает использование уравнений теплопроводности, в которых теплофизические характеристики материалов обычно являются константами. В ряде случаев это является грубым допущением, особенно при рассмотрении процессов горения твердых тел. Учет влияния температуры на характеристики материалов приводит к необходимости исследовать нелинейные уравнения, что вызывает значительные вычислительные сложности. В этой связи становится целесообразным использовать принципиально иные подходы к моделированию теплопроводности, одним из которых являются модели на основе систем клеточных автоматов.

**Материалы и методы:** Используются дискретные динамические модели в виде систем детерминированных клеточных автоматов. При этом сплошная среда рассматривается как совокупность взаимодействующих элементов, поведение которых полностью описывается локальными функциями.

**Результаты:** Рассмотрены примеры использования систем клеточных автоматов для моделирования нелинейных процессов переноса тепла с учетом наличия в материале объемных источников переменной мощности. Показаны преимущества дискретного подхода в сравнении с параболическими дифференциальными уравнениями в частных производных с нелинейными коэффициентами.

**Выводы:** Полученные данные дискретного моделирования хорошо согласуются с результатами использования классического подхода и не противоречат общепринятым в теории тепловых явлений взглядам.

**Ключевые слова:** клеточные автоматы, теплопередача, нелинейные задачи теплопроводности, объемные источники тепла, дискретное моделирование.

## Nonlinear heat transfer modeling by discrete methods

S.P. Bobkov, A.S. Chernyavskaya  
Ivanovo State University of Chemistry and Technology, Ivanovo, Russia  
E-mail: bsp@isucl.ru

### Abstract

**Background:** An adequate description of heat transfer phenomena is an extremely important task for the energy industry both theoretically and in terms of practical use of thermal processes. The classical approach to modeling heat transfer in a continuous medium involves the use of the heat equation in which the thermophysical characteristics of the materials are usually constants. In some cases, this is a rough assumption, especially when the combustion of solids is considered. Taking into account the temperature effect on the materials characteristics makes it necessary to investigate nonlinear equations, which is associated with significant computational difficulties. That is why it is reasonable to use fundamentally different approaches to heat transfer modeling, such as models based on the systems of cellular automata.

**Materials and methods:** Discrete dynamic models in the form of deterministic cellular automata systems are used. In this case, a continuous medium is considered as a set of interacting elements whose behavior is completely described by local functions.

**Results:** We have considered examples of using cellular automata systems for modeling nonlinear heat transfer processes taking into account the presence of volumetric sources of variable power in the material. The paper shows the advantages of the discrete approach over the parabolic partial differential equations with nonlinear coefficients.