

*Мизонов Вадим Евгеньевич*,  
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, e-mail: mizonov46@mail.ru  
*Mizonov Vadim Evgenievich*,  
Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering, Professor, Department of Applied Mathematics, e-mail: mizonov46@mail.ru

*Огурцов Валерий Альбертович*,  
ФГБОУВО «Ивановский государственный политехнический университет», доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой архитектуры и строительства, e-mail: ogurtzovvawork@mail.ru  
*Ogurtsov Valery Albertovich*,  
Ivanovo State Polytechnic University, Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Architecture and Construction, e-mail: ogurtzovvawork@mail.ru

УДК 66.022.54

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ СЫПУЧИХ КОМПОНЕНТОВ В РОТАЦИОННОМ АППАРАТЕ

А.Б. КАПРАНОВА, Д.Д. БАХАЕВА, Д.В. СТЕНЬКО, И.И. ВЕРЛОКА  
ФГБОУВО «Ярославский государственный технический университет»,  
г. Ярославль, Российская Федерация  
E-mail: kapranova\_anna@mail.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса.** Применение сыпучих композитов, физико-механические свойства которых задаются требованиями регламента конкретной производственной сферы, в том числе атомной и тепловой энергетики, постоянно расширяется. Получение качественных композитных смесей из твердых дисперсных сред связано с рядом трудностей по предотвращению влияния сегрегационных и адгезионных эффектов, что вызывает сложности при выборе способа реализации технологической операции смешивания сыпучих компонентов, типа смесительных элементов, рационального диапазона изменения основных параметров указанного процесса и т.п. Обеспечение эффективного режима смешивания сыпучих компонентов возможно в аппаратах с организацией их разреженных потоков, в частности, с помощью ротационных устройств. Проектирование указанных аппаратов специального назначения связано с математическим моделированием данного процесса как соответствующей теоретической основы.

**Материалы и методы.** Аналитическое описание смешивания сыпучих материалов при организации разреженных потоков в рабочем объеме ротационного аппарата выполняется в рамках стохастического подхода в приближении равновесного представления состояний энергетически закрытой макросистемы каждого компонента.

**Результаты.** Энергетическим способом проведен анализ зависимости энергетической характеристики процесса смешивания сыпучих компонентов, выполняемого с помощью ротационных устройств, от режимных и конструктивных параметров данной операции.

**Выводы.** Выявленная аналитическая взаимосвязь между энергетическими характеристиками каждого разреженного потока сыпучих материалов и параметрами изучаемого процесса позволяет спрогнозировать степень влияния ряда факторов на качество готовой сыпучей смеси.

**Ключевые слова:** ротационное устройство, процесс смешивания сыпучих материалов, эластичные лопатки, разреженный поток, стохастическая модель

## THE STUDY OF THE ENERGY CHARACTERISTICS OF BULK MATERIALS MIXING IN A ROTARY MIXER

A.B. KAPRANOVA, D.D. BAHAEVA, D.V. STENKO, I.I. VERLOKA  
Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russian Federation  
E-mail: kapranova\_anna@mail.ru

### Abstract

**Background.** The use of bulk composites, the physical and mechanical properties of which are specified by the regulation requirements of a particular production area, including nuclear and thermal energy, is constantly expanding. Obtaining high-quality composite mixtures from solid dispersed media is associated with a number of difficulties in preventing the influence of segregation and adhesion effects. This presents a number of challenges in choosing a method for mixing bulk components, a type of mixing elements, rational range of changes in the main parameters of the specified process, etc. Ensuring an effective mode of mixing bulk materials is possible in the devices with rarefied flows, in particular, using rotary devices. The design of these special-purpose apparatuses is associated with the mathematical modeling of this process as an appropriate theoretical basis.

**Materials and methods.** An analytical description of bulk materials mixing and the organization of rarefied flows in the volume of a rotary mixer is carried out using the stochastic approach in approximating the equilibrium representation of the states of energetically closed macrosystem of each component.

**Results.** An energy method was used to analyze the dependence of the energy characteristics of the process of mixing bulk components, which was performed using rotary devices, on the operational and structural parameters of this operation.

**Conclusions.** The revealed analytical relationship between the energy characteristics of each rarefied flow of bulk materials and the parameters of the process under study allows predicting the degree of influence of a number of factors on the quality of the finished bulk mixture.

**Key words:** rotary device, bulk mixing, elastic blades, rarefied flow, bulk materials, stochastic model

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2020.3.070-078

**Состояние вопроса.** Широкий класс композитных сыпучих сред находит свое активное применение в атомной и тепловой энергетике. При этом особые требования к качеству данных продуктов продиктованы необходимостью соблюдения жестких производственных регламентов. Проектировщик смесительного аппарата сталкивается с целым рядом сложностей, к которым можно отнести проблемы выбора сразу в нескольких направлениях. Во-первых, в зависимости от особенностей технологической цепочки и физико-механических свойств смешиваемых компонентов требуется обозначить способ реализации технологической операции их смешивания и тип смесительных элементов. Во-вторых, необходимо определить рациональный диапазон изменения основных параметров указанного процесса с учетом нежелательных эффектов, например сегрегационных и адгезионных [1]. Выявление факторов, оказывающих наиболее существенное влияние на эффективность процесса смешивания сыпучих компонентов, является одной из ос-

новных задач математического моделирования данной технологической операции на этапе формирования теоретической базы проектирования соответствующего смесительного оборудования [2, 3].

Применение стохастического подхода при описании процесса получения сыпучей смеси в последнее время стало уже традиционным вследствие вероятностного характера его протекания. При этом активное развитие получили стохастические методы, основанные на теории цепей А.А. Маркова [4–7], к которым можно отнести широкий спектр моделей смешивания [8–15], в том числе описания с позиций: диффузии [7], кинетики [5], рождения-гибели [4] и т.д. [11]. Энергетический метод, база которого заложена в [16, 17], успешно апробирован при описании состояний различных макросистем: капле жидкости при ее диспергировании [18] и частиц смешиваемых материалов в разреженных потоках [11, 19–21]. Данный метод [16, 17] позволяет получить аналитические зависимости для выделенных показателей исследуемого процесса в зави-

симости от его значимых параметров. Заметим, что особую значимость при математическом моделировании указанных процессов имеет их системно-структурный анализ [7, 22, 23].

Таким образом, предлагается на основе энергетического метода [16, 17] изучить влияние основных значимых факторов процесса смешивания сыпучих компонентов с помощью ротационного аппарата на энергетические характеристики рабочих компонентов.

**Особенности конструкции смесительных устройств.** Как показала практика, обеспечение эффективного режима смешивания сыпучих компонентов возможно не только в плотных слоях [24], заполняющих рабочий объем, но в аппаратах с организацией разреженных потоков сыпучих компонентов [19–21].

Одним из способов получения таких условий смешивания твердых дисперсных материалов является применение приводных ротационных устройств, закрепленных над горизонтальной транспортерной лентой [25]. Подача слоев смешиваемых компонентов ( $i = 1, 2$ ) после дозирования в зазор между барабаном с упругими лопатками и лентой обеспечивает непрерывный характер данной технологической операции. Одной из конструктивных особенностей указанного смесительного устройства является способ закрепления упругих лопаток на поверхности барабана. В частности, в недеформированном состоянии прямоугольные лопатки находятся в касательных плоскостях по отношению к цилиндрической поверхности барабана (рис. 1).

Данные упругие элементы с противоположными направлениями расположения (рис. 1, а и 1, б) закреплены чередующимися ярусами (рис. 1, А и В) по длине смесительного барабана. Ниже остановимся на моделировании процесса смешивания сыпучих компонентов в ротационном аппарате для рабочего объема, соответствующего ярусу В (рис. 1, б), при вращении барабана радиусом  $r_b$  против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$ . Пусть деформированные упругие лопатки при повороте барабана на угол менее  $\pi$  рад соответствуют номеру индекса  $j = 1, 2, 3$ .

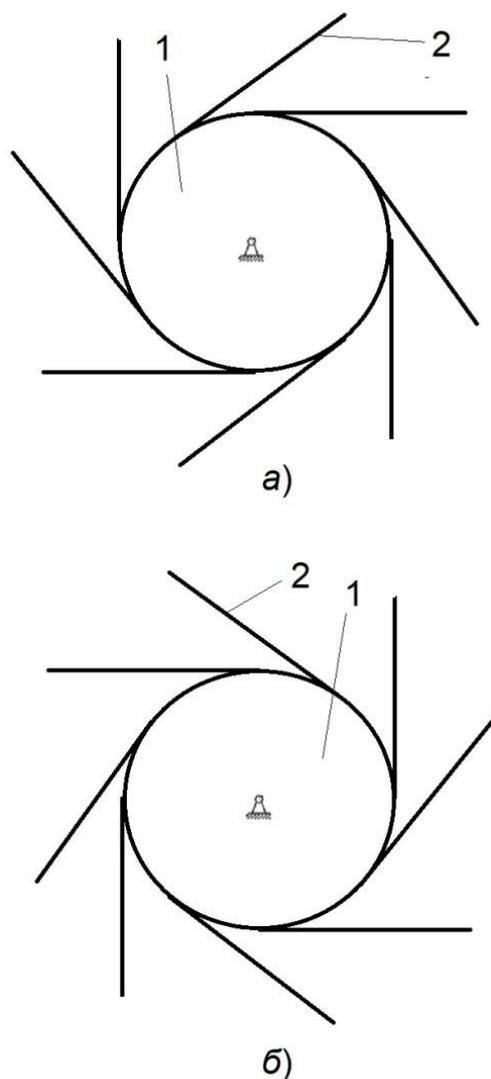


Рис. 1. Условная схема сечения смесительного барабана с упругими лопатками в различных ярусах: а – ярус А; б – ярус В; 1 – цилиндрический барабан; 2 – лопатка

**Материалы и методы.** Пусть усредненные диаметры частиц сыпучих компонентов по их фракциям равны  $d_{Ti}$  при плотностях веществ  $\rho_{Ti}$ ,  $i = 1, 2$ , и имеют массу  $m_i$ . Пользуясь формализмом энергетического метода [16, 17], считаем, что частицы каждого компонента ( $i = 1, 2$ ) образуют энергетически закрытую макросистему вследствие сглаживания мелкомасштабных флуктуаций макросистемы в виде столкновений односортовых частиц при образовании однонаправленных разреженных потоков после одновременного сбрасывания с деформированных лопаток. Тогда случайный процесс смешивания данных сыпучих материалов является Марковским (однородным, непрерывным, стационарным, гауссовским), и состояния указан-

ной макросистемы описываются стационарным решением кинетического уравнения Фоккера-Планка [16, 17] в выбранном фазовом пространстве, например с элементом фазового объема:

$$d\Omega_{ij} = dV_{xij} dV_{yij} = -\omega^2 r_{ij} dr_{ij} d\theta_{ij}, \quad (1)$$

где  $V_{xij}$ ,  $V_{yij}$  – составляющие скорости центра масс частицы  $i$ -го компонента в декартовой системе координат с центром  $O$  на оси вращения барабана в плоскости его поперечного сечения;  $(r_{ij}, \theta_{ij})$  – координаты этого центра масс в полярной системе с началом в точке  $O'(r_b \sin \varphi_0; r_b \cos \varphi_0)$ ;  $\varphi_0 = 2\pi/k_0$ ;  $k_0$  – число упругих лопаток. Заметим, что направление оси  $Ox$  выбрано вниз перпендикулярно горизонтальному транспортеру.

С учетом геометрии деформированной упругой лопатки, нагруженной частицами смешиваемых компонентов, принимается приближение о скорости движения конца данного упругого элемента  $W_{ij}$ ,  $j = 1, 2, 3$ , в указанной полярной системе координат:

$$V_{r\theta ij}(r_{W_{ij}}(\theta_{ij}), \theta_{ij}) = \frac{\omega r_{W_{ij}}(\theta_{ij})}{\cos\{\arctg[b/r_{Aij}(\theta_{ij})]\}}, \quad (2)$$

где  $r_{Aij}(\theta_{ij}) = a + b\theta_{ij}$  – уравнение спирали Архимеда;  $r_{W_{ij}}(\theta_{ij})$  – уравнение точки  $W_{ij}$  в форме

$$r_{W_{ij}}(\theta_{ij}) = r_{Aij}(\theta_{ij}) \cos(3\{\arctg[b/r_{Aij}(\theta_{ij})]/2\}) + \\ + \{[2r_{Aij}(\theta_{ij}) \cos(3\{\arctg[b/r_{Aij}(\theta_{ij})]/2\})]^2 - \\ - 4[r_{Aij}(\theta_{ij})]^2 - r_b^2\}^{1/2} / 2. \quad (3)$$

Выражения (2) и (3) содержат следующие значения:

$$a = r_b(1 - \cos \varphi_0) + h_0; \quad (4)$$

$$b = \frac{\{[r_b(1 + \cos \varphi_0)]^2 + (r_b + l_b)^2\}^{1/2} - a}{\pi + \arctg\{(r_b + l_b) / [r_b(1 + \cos \varphi_0)]\}}, \quad (5)$$

где  $H_0$  – высота зазора между барабаном и горизонтальным транспортером.

Учитывая вид стационарного решения кинетического уравнения Фоккера-Планка [16, 17], число частиц  $i$ -го компонента в элементарном фазовом объеме  $d\Omega_{ij}$ , согласно (1), описывается выражением

$$dN_{ij} = A_{ij} \exp\left(-\frac{E_{ij}}{E_{0ij}}\right) d\Omega_{ij}, \quad (6)$$

где  $A_{ij}$  – нормировочная константа;  $E_{0ij}$  – энергетическая характеристика процесса смешивания сыпучих компонентов ( $i = 1, 2$ ) при разбрасывании их частиц деформированными упругими лопатками ( $j = 1, 2, 3$ ), которая соответствует энергии стохастического движения указанной частицы в момент стохастизации макросистемы частиц.

Данная энергетическая характеристика играет определяющую роль при моделировании дифференциальной функции распределения числа частиц  $i$ -го компонента при сбрасывании  $j$ -й упругой лопаткой по некоторому параметру процесса  $K_{ij}$ :

$$g_{ij}(K_{ij}) = \frac{1}{N_{ij}} \frac{dN_{ij}}{dK_{ij}}. \quad (7)$$

Заметим, что выбор параметра  $K_{ij}$  зависит от конкретной решаемой проблемы, например может соответствовать углу разбрасывания  $j$ -й упругой лопаткой частиц  $i$ -го компонента.

Для нас интерес представляет расчет энергетической характеристики процесса смешивания сыпучих компонентов  $E_{0ij}$ , который может быть произведен с помощью уравнения энергетического баланса

$$E_{1j} = E_{2j}, \quad (8)$$

в левой части которого содержится значение  $E_{1j}$  – полной энергии взаимодействия частиц, захватываемых деформируемыми лопатками из зазора высотой  $H_0$  между барабаном и горизонтальным транспортером, а в правой части значение  $E_{2j}$  – полной энергии частиц в момент их разбрасывания.

Значения  $E_{1j}$  и  $E_{2j}$ , согласно (1), (3), (6), определяются следующими выражениями:

$$E_{1j} = \sum_{i=1}^2 N_{ij} m_i \left( \frac{H_0^2}{2} + \frac{1}{\varphi_0} \int_0^{\varphi_0} \frac{[r_{W_{ij}}(\theta_{ij})]^4}{\alpha_0^2 + \alpha_{1ij}^2} d\theta_{ij} \right); \quad (9)$$

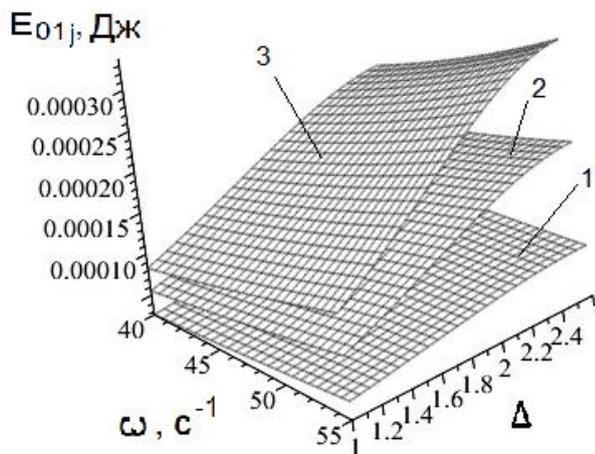
$$E_{2j} = \sum_{i=1}^2 A_{ij} \int_{\theta_{1ij}}^{\theta_{2ij}} d\theta_{ij} \int_{r_{Uj}}^{r_{W_{ij}}} E_{ij} \exp\left(-\frac{E_{ij}}{E_{0ij}}\right) r_{ij} dr_{ij}. \quad (10)$$

В выражение (9) входят параметры  $\alpha_0$  и  $\alpha_{1ij}$ , зависящие от конструктивных параметров изучаемого процесса. В выражении (10) для характерных значений  $\theta_{1ij}$  и  $\theta_{2ij}$  при суммарной высоте двух слоев  $H_L$  для смешиваемых компонентов, подаваемых в зазор барабан–транспортер соответственно обозначено:

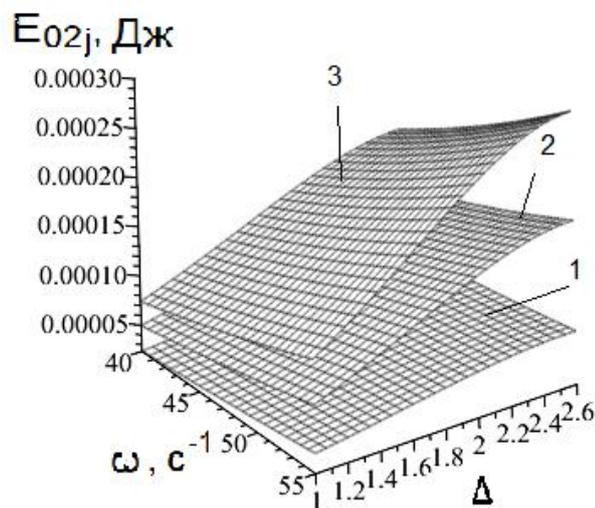
$$r_{U1} = r_b(1 - \cos \varphi_0) + H_0; \quad (11)$$

$$r_{U2} = r_{U1} - H_L / 2. \quad (12)$$

**Результаты.** Рассмотрим пример расчета (рис. 2, 3) искомых энергетических характеристик процесса смешивания сыпучих компонентов  $E_{0ij}$  ( $i = 1, 2$ ) при разбрасывании их частиц деформированными упругими лопатками ( $j = 1, 2, 3$ ) при получении смеси из кальцинированной соды ГОСТ 5100-85 ( $i = 1$ ) и природного песка ГОСТ 8736-93 ( $i = 2$ ).



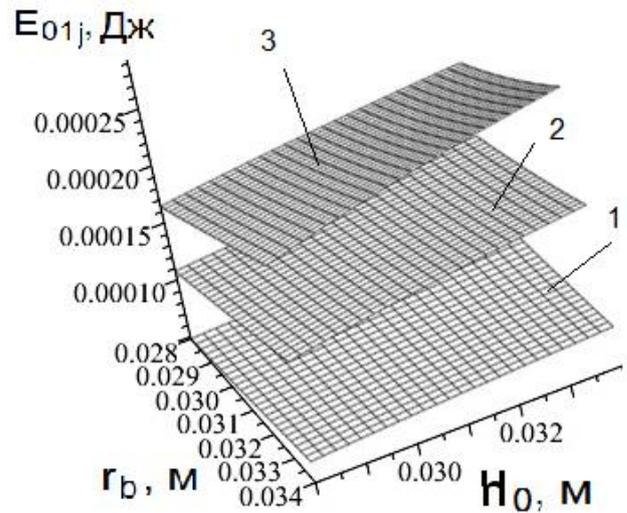
а)



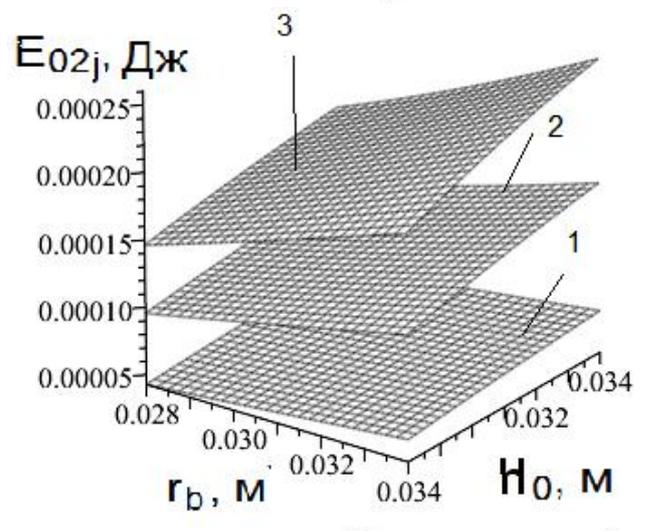
б)

Рис. 2. Зависимости  $E_{0ij}(\omega, \Delta)$  для энергетических характеристик процесса смешивания сыпучих компонентов ( $i = 1, 2$ ) при разбрасывании их частиц деформированными упругими лопатками ( $j = 1, 2, 3$ ):  $H_L = 1,6 \cdot 10^{-2}$  м;  $r_b = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м; а –  $E_{01j}(\omega, \Delta)$ , 1–3 – кальцинированная сода ГОСТ 5100-85 ( $i = 1$ ); б –  $E_{02j}(\omega, \Delta)$ , 1–3 – природный песок ГОСТ 8736-93 ( $i = 2$ ); 1 –  $j = 1$ ; 2 –  $j = 2$ ; 3 –  $j = 3$

Для данных сыпучих материалов известны следующие физико-механические характеристики: усредненные диаметры частиц по фракциям  $d_{T1} = 1,75 \cdot 10^{-4}$  м,  $d_{T2} = 1,50 \cdot 10^{-4}$  м при плотностях веществ  $\rho_{T1} = 1,08 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_{T2} = 1,525 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Пределы изменения конструктивных параметров:  $r_b = (2,8-3,2) \cdot 10^{-2}$  м;  $H_0 = (2,8-3,2) \cdot 10^{-2}$  м;  $l_b = (3,0-5,0) \cdot 10^{-2}$  м; режимных параметров:  $\omega = (40,0-55,0)$  с<sup>-1</sup>;  $H_s = (1,55-1,60) \cdot 10^{-2}$  м.



а)



б)

Рис. 3. Зависимости  $E_{0ij}(r_b, H_0)$  для энергетических характеристик процесса смешивания сыпучих компонентов ( $i = 1, 2$ ) при разбрасывании их частиц деформированными упругими лопатками ( $j = 1, 2, 3$ ):  $H_L = 1,6 \cdot 10^{-2}$  м;  $\omega = 52,36$  с<sup>-1</sup>; а –  $E_{01j}(r_b, H_0)$ , 1–3 – кальцинированная сода ГОСТ 5100-85 ( $i = 1$ ); б –  $E_{02j}(r_b, H_0)$ , 1–3 – природный песок ГОСТ 8736-93 ( $i = 2$ ); 1 –  $j = 1$ ; 2 –  $j = 2$ ; 3 –  $j = 3$

По аналогии с работами [19–21], в которых описывается поведение частиц смешиваемых сыпучих компонентов после взаимодействия со щеточными элементами, закрепленными на барабане по различным винтовым линиям, дополнительно введен комплексный параметр, характеризующий степень деформирования упругих лопаток  $\Delta = l_b/H_0$  после выхода из зазора барабан–транспортёрная лента.

Анализ семейств полученных поверхностей для зависимостей  $E_{0ij}(\omega, \Delta)$ , показанных на рис. 2, и для  $E_{0ij}(r_b, H_0)$ , изображенных на рис. 3, показывает наиболее существенное влияние на характер распределения числа частиц  $g_{ij}(K_{ij})$  по выбранному параметру процесса  $K_{ij}$  из (7) только двух параметров: угловой скорости вращения барабана  $\omega$  и комплексного параметра для степени деформирования упругих лопаток  $\Delta$ . Например, увеличение параметра  $\Delta$  в 2,6 раза приводит к росту энергетической характеристики  $E_{0ij}$  в 1,6–3,2 раза соответственно для различных значений  $j = 1, 2, 3$  при образовании разреженного потока из кальцинированной соды ГОСТ 5100-85 (рис. 2, а,  $i = 1$ , поверхности 1–3) и в 1,5–3,0 раза – из природного песка ГОСТ 8736-93 (рис. 2, б,  $i = 2$ , поверхности 1–3). Влияние на характер поведения зависимости  $E_{0ij}(r_b, H_0)$  (рис. 3) более значительно при изменении параметра  $H_0$ , в сравнении с изменением конструктивного параметра  $r_b$ , что подтверждает вывод о значимости введения комплексного параметра  $\Delta = l_b/H_0$  при анализе условий эффективного смешивания сыпучих сред в ротационном аппарате. В частности, рост параметра  $H_0$  в 1,13 раза приводит к росту энергетической характеристики  $E_{0ij}$  в 1,30–1,8 раза при  $j = 1, 2, 3$  для формирования разреженного потока из кальцинированной соды ГОСТ 5100-85 (рис. 3, а,  $i = 1$ , поверхности 1–3) и в 1,21–1,67 раза – из природного песка ГОСТ 8736-93 (рис. 3, б,  $i = 2$ , поверхности 1–3).

**Выводы.** В рамках стохастического подхода в приближении равновесного представления состояний энергетически закрытой макросистемы каждого компонента выполнено аналитическое моделирование основных энергетических характеристик смешиваемых компонентов  $E_{0ij}$ , необходимых для получения  $g_{ij}(K_{ij})$  дифференциальной функции распределения числа

частиц  $i$ -го компонента при сбрасывании  $j$ -й упругой лопаткой по некоторому выбранному параметру процесса  $K_{ij}$ . При этом выполненный анализ зависимости энергетической характеристики процесса смешивания сыпучих компонентов в ротационном устройстве от режимных и конструктивных параметров данной операции дополнительно позволяет спрогнозировать степень влияния ряда факторов на качество готовой сыпучей смеси.

### Список литературы

1. **Bauman I., Curic D., Boban M.** Mixing of solids in different mixing devices // *Sadhana*. – 2008. – Vol. 33(6). – P. 721–731. doi.org/10.1007/s12046-008-0030-5.
2. **Shaul S., Rabinovich E., Kalman H.** Generalized flow regime diagram of fluidized beds based on the height to bed diameter ratio // *Powder Technology*. – 2012. – Vol. 228. – P. 264–271. doi.org/10.1016/j.powtec.2012.05.029.
3. **Kapranova A.B., Verloka I.I., Bahaeva D.D.** About Preparation of the Analytical Platform for Creation of a Cyber-Physical System of Industrial Mixture of Loose Components // *Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. Studies in Systems, Decision and Control* / eds. A. Kravets, A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – Springer: Cham, 2020. – Vol. 259. – P. 81–91. doi.org/10.1007/978-3-030-32579-4\_7.
4. **Леончик Б.И., Маякин В.П.** Измерения в рассеянных потоках. – М.: Энергия, 1985. – 248 с.
5. **Bharucha-Reid A.T.** Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications. – New York: McGraw-Hill, 1960.
6. **Röpke G.** Statistical Mechanics for Non-Equilibrium. – Berlin: German Publishing House of Sciences, 1987.
7. **Кафаров В.В., Дорохов И.Н., Арутюнов С.Ю.** Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешивания сыпучих материалов. – М.: Наука, 1985. – 440 с.
8. **Berthiaux H., Mizonov V., Zhukov V.** Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology // *Powder Technol.* – 2005. – Vol. 157. – P. 128–137.
9. **Papoulis A.** Brownian Movement and Markoff Processes // Ch. 15 in *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. – 2nd ed. – New York: McGraw-Hill, 1984. – P. 515–553.
10. **Mizonov V., Balagurov I., Berthiaux H., Gatamel C.** Gatamel Markov chain model of mixing kinetics for ternary mixture of dissimilar particulate solids // *Particuology*. – 2016. – Vol. 31. – P. 80–86. doi.org/10.1016/j.partic.2016.05.006.

11. **Zhuang Y., Chen X., Liu D.** Stochastic bubble developing model combined with Markov process of particles for bubbling fluidized beds // *Chemical Engineering Journal*. – 2016. – Vol. 291. – P. 206–214. doi.org/10.1016/j.cej.2016.01.095.

12. **Ахмадиев Ф.Г., Назипов И.Т.** Стохастическое моделирование кинетики обработки гетерогенных систем // *Теоретические основы химической технологии*. – 2013. – Т. 47(2). – С. 187.

13. **Капранова А.Б., Верлока И.И.** Об оценке содержания ключевого компонента после ударного рассеивания сыпучих материалов на начальном этапе порционного смешивания // *Вестник ИГЭУ*. – 2016. – Вып. 3. – С. 78–83. doi.org/10.17588/2072-2672.2016.3.078-083.

14. **Жуков В.П., Беляков А.Н.** Моделирование совмещенных гетерогенных процессов на основе дискретных моделей уравнения Больцмана // *Теоретические основы химической технологии*. – 2017. – Т. 51(1). – С. 78–84.

15. **Ахмадиев Ф.Г., Гиззятов Р.Ф.** Моделирование разделения зернистых материалов на многокаскадных классификаторах на основе теории случайных процессов // *Теоретические основы химической технологии*. – 2018. – Т. 52(3). – С. 306–317.

16. **Klimontovich Yu.L.** Turbulent Motion and the Structure of Chaos. Series: Fundamental Theories of Physics. Vol. 42. – Springer Netherlands, 1991. – 401 p. doi.org/10.1007/978-94-011-3426-2.

17. **Климонтovich Ю.Л.** Турбулентное движение и структура хаоса: Новый подход к статистической теории открытых систем. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 328 с.

18. **Зайцев А.И., Бытев Д.О.** Ударные процессы в дисперсно-пленочных системах. – М.: Химия, 1994. – 176 с.

19. **Капранова А.Б., Верлока И.И.** Стохастическое описание процесса формирования потоков сыпучих компонентов в аппаратах со щеточными элементами // *Теор. основы хим. технологии*. – 2018. – Т. 52(6). – С. 707–721.

20. **Исследование** качества смеси на первой стадии работы аппарата гравитационного типа / А.Б. Капранова, И.И. Верлока, П.А. Яковлев, Д.Д. Бахаева // *Российский Химический Журнал (Журнал Химического Общества им. Д. И. Менделеева)*. – 2018. – Т. 62(4). – С. 48–50.

21. **Капранова А.Б., Бакин М.Н., Верлока И.И.** Моделирование критерия качества смеси в объеме барабанно-ленточного устройства // *Хим. и нефтегаз. машиностроение*. – 2018. – Т. 54(5). – С. 287–297. doi.org/10.1007/s10556-018-0477-0. Подробнее об изменении написания имени автора. 2018. Т. 54(7–8). С. 618. doi.org/10.1007/s10556-018-0524-x.

22. **Tapped** granular column dynamics: simulations, experiments and modeling /

A.D. Rosato, L. Zuo, D. Blackmore, et al. // *Computational Particle Mechanics*. – 2016. – Vol. 3(3). – P. 333–348. doi.org/10.1007/s40571-015-0075-2.

23. **Anchal J., Matthew J.M., Benjamin J.** Effect of particle size distribution on segregation in vibrated systems // *Powder Technology*. – 2013. – Vol. 237. – P. 543–553. doi.org/10.1016/j.powtec.2012.12.044.

24. **Макаров Ю.И.** Аппараты для смешения сыпучих материалов. – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.

25. **Пат. 2624698** Российская Федерация, В01F3/18 на полезную модель. Агрегат для смешивания и уплотнения сыпучих материалов / А.Е. Лебедев, А.А. Ватагин, М.Е. Борисовский, М.Н. Романова, Н.В. Бадаева, И.С. Шеронина; опублик. 07.05.2017.

## References

1. Bauman, I., Curic, D., Boban, M. Mixing of solids in different mixing devices. *Sadhana*, 2008, vol. 33(6), pp. 721–731. doi.org/10.1007/s12046-008-0030-5.

2. Shaul, S., Rabinovich, E., Kalman, H. Generalized flow regime diagram of fluidized beds based on the height to bed diameter ratio. *Powder Technology*, 2012, vol. 228, pp. 264–271. doi.org/10.1016/j.powtec.2012.05.029.

3. Kapranova, A.B., Verloka, I.I., Bahaeva, D.D. About Preparation of the Analytical Platform for Creation of a Cyber-Physical System of Industrial Mixture of Loose Components. *Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. Studies in Systems, Decision and Control*. Vol. 259. Springer: Cham, 2020, pp. 81–91. doi.org/10.1007/978-3-030-32579-4\_7.

4. Leonchik, B.I., Mayakin, V.P. *Izmereniya v rasseyannykh potokakh* [Measurements in dispersed flows]. Moscow: Energiya, 1985. 248 p.

5. Bharucha-Reid, A.T. *Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications*. New York: McGraw-Hill, 1960.

6. Röpke, G. *Statistical Mechanics for Non-Equilibrium*. Berlin: German Publishing House of Sciences, 1987.

7. Kafarov, V.V., Dorokhov, I.N., Arutyunov, S.Yu. Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii. Protsessy izmel'cheniya i smeshivaniya syuchikh materialov [System analysis of chemical technology processes. The processes of grinding and mixing bulk materials]. Moscow: Nauka, 1985. 440 p.

8. Berthiaux, H., Mizonov, V., Zhukov, V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology. *Powder Technol*, 2005, vol. 157, pp. 128–137.

9. Papoulis, A. Brownian Movement and Markoff Processes. Ch. 15 in *Probability, Random*

Variables, and Stochastic Processes. New York: McGraw-Hill, 1984, pp. 515–553.

10. Mizonov, V., Balagurov, I., Berthiaux, H., Gatamel, C. Gatumel Markov chain model of mixing kinetics for ternary mixture of dissimilar particulate solids. *Particuology*, 2016, vol. 31, pp. 80–86. doi.org/10.1016/j.partic.2016.05.006.

11. Zhuang, Y., Chen, X., Liu, D. Stochastic bubble developing model combined with Markov process of particles for bubbling fluidized beds. *Chemical Engineering Journal*, 2016, vol. 291, pp. 206–214. doi.org/10.1016/j.cej.2016.01.095.

12. Akhmadiev, F.G., Nazipov, I.T. Stokhasticheskoe modelirovanie kinetiki obrabotki geterogennykh sistem [Stochastic modeling of the kinetics of heterogeneous systems processing]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 2013, vol. 47, no. 2, pp. 187. doi.org/10.1134/S0040579513020012.

13. Kapranova, A.B., Verloka, I.I. Ob otsenke sodержaniya klyuchevogo komponenta posle udarnogo rassevaniya sypuchikh materialov na nachal'nom etape portsiyonnogo smeshivaniya [On the assessment of the content of the key component after shock dispersion of bulk materials at the initial stage of batch mixing]. *Vestnik IGEU*, 2016, issue 3, pp. 78–83. doi.org/10.17588/2072-2672.2016.3.078-083.

14. Zhukov, V.P., Belyakov, A.N. Modelirovanie sovmeshchennykh geterogennykh protsessov na osnove diskretnykh modeley uravneniya Bol'tsmana [Simulation of combined heterogeneous processes based on discrete models of the Boltzmann equation]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 2017, vol. 51(1), pp. 78–84. doi.org/10.1134/S0040579517010158.

15. Akhmadiev, F.G., Gizyatov, R.F. Modelirovanie razdeleniya zernistykh materialov na mnogokaskadnykh klassifikatorakh na osnove teorii sluchaynykh protsessov [Modeling of Separation of Granular Materials on Multiple-Deck Classifiers Using the Theory of Stochastic Processes]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 2018, vol. 52(3), pp. 360–370.

16. Klimontovich, Yu.L. Turbulent Motion and the Structure of Chaos. Series: Fundamental Theories of Physics. Vol. 42. Springer Netherlands, 1991. 401 p. doi.org/10.1007/978-94-011-3426-2.

17. Klimontovich, Yu.L. *Turbulentnoe dvizhenie i struktura khaosa: Novyy podkhod k*

*statisticheskoy teorii otkrytykh sistem* [Turbulent Motion and the Structure of Chaos: A New Approach to the Statistical Theory of Open Systems]. Moscow: LENAND, 2014. 328 p.

18. Zaytsev, A.I., Bytev, D.O. *Udarnye protsessy v dispersno-plenochnykh sistemakh* [Impact processes in the dispersion-film systems]. Moscow: Khimiya, 1994. 176 p.

19. Kapranova, A.B., Verloka, I.I. Stokhasticheskoe opisanie protsessa formirovaniya potokov sypuchikh komponentov v apparatakh so shchetochnymi elementami [Stochastic Description of Flow Formation of Bulk Components in Apparatuses with Brush Elements]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 2018, vol. 52(6), pp. 707–721. doi.org/10.1134/S0040579518050330.

20. Kapranova, A.B., Verloka, I.I., Yakovlev, P.A., Bakhaeva, D.D. Issledovanie kachestva smesi na pervoy stadii raboty apparata gravitatsionnogo tipa [The study of mixture quality at the first operation stage of the gravitational type apparatus]. *Rossiyskiy Khimicheskii Zhurnal (Zhurnal Khimicheskogo Obshchestva im. D.I. Mendeleeva)*, 2018, vol. 62(4), pp. 48–50.

21. Kapranova, A.B., Bakin, M.N., Verloka, I.I. Modelirovanie kriteriya kachestva smesi v ob"eme barabanno-lentochnogo ustroystva [Simulation of the Quality Criterion of Mixture in a Drum-Belt Apparatus]. *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2018, vol. 54(5), pp. 287–297. doi.org/10.1007/s10556-018-0477-0.

22. Rosato, A.D., Zuo, L., Blackmore, D. Tapped granular column dynamics: simulations, experiments and modeling. *Computational Particle Mechanics*, 2016, vol. 3(3), pp. 333–348. doi.org/10.1007/s40571-015-0075-2.

23. Anchal, J., Matthew, J.M., Benjamin, J. Effect of particle size distribution on segregation in vibrated systems. *Powder Technology*, 2013, vol. 237, pp. 543–553. doi.org/10.1016/j.powtec.2012.12.044.

24. Makarov, Yu.I. *Apparaty dlya smesheniya sypuchikh materialov* [Devices for mixing bulk materials]. Moscow: Mashinostroenie, 1973. 216 p.

25. Lebedev, A.E., Vatagin, A.A., Borisovsky, M.E., Romanova, M.N., Badaeva, N.V., Sheronina, I.S. *Agregat dlya smeshivaniya i uplotneniya sypuchikh materialov* [Unit for mixing and compaction of bulk materials]. Patent RF, no. 2624698, 2017.

---

Капранова Анна Борисовна,

ФГБОУВО «Ярославский государственный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов, e-mail: kapranova\_anna@mail.ru

Капранова Анна Борисовна,

Yaroslavl State Technical University, D.Sc. of Physical and Mathematical Sciences, professor, Head of the Department of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials, e-mail: kapranova\_anna@mail.ru

*Бахаева Дарья Дмитриевна,*

ФГБОУВО «Ярославский государственный технический университет», ассистент кафедры информационных систем и технологий, e-mail: bakhaevadd@mail.ru

*Bahaeva Daria Dmitrievna,*

Yaroslavl State Technical University, Assistant of the Department of Information Systems and Technologies, e-mail: bakhaevadd@mail.ru

*Стенько Дмитрий Владимирович,*

ФГБОУВО «Ярославский государственный технический университет», аспирант кафедры теоретической механики и сопротивления материалов, e-mail: dvs3d@yandex.ru

*Stenko Dmitry Vladimirovich*

Yaroslavl State Technical University, PhD student, Department of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials, e-mail: dvs3d@yandex.ru

*Верлока Иван Игоревич,*

ФГБОУВО «Ярославский государственный технический университет», кандидат технических наук, ведущий инженер МФХЛ, e-mail: ivdean@inbox.ru

*Verloka Ivan Igorevich,*

Ph.D. of Engineering Sciences, Lead Engineer, e-mail: ivdean@inbox.ru