

УДК 66.011

Юрий Дмитриевич Кутумов

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами, Россия, Иваново, e-mail: kutumov97@mail.ru

Вадим Евгеньевич Мизонов

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, e-mail: mizonov46@mail.ru

Андрей Ильич Тихонов

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, заведующий кафедрой физики, Россия, Иваново, e-mail: aitispu@mail.ru

Татьяна Юрьевна Шадрикова

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: tanya-vinokurova@mail.ru

Построение модели цифрового двойника подземного электрического кабеля: тепловая часть задачи¹

Авторское резюме

Состояние вопроса. В возрастающей цифровизации проектной деятельности важную роль играют инновационные технологии порождающего проектирования, оперирующие понятием цифровых двойников проектируемых объектов. Цифровым двойником объекта является его имитационная модель с высокой точностью математического описания. С помощью цифровых двойников решаются задачи режимной и структурной оптимизации объекта. Обычно технологии порождающего проектирования реализуются с использованием 3D-моделей физических полей, для чего используются специализированные пакеты, у которых велики требования к компьютерным ресурсам и квалификации пользователей. Вместе с тем достаточно часто объект, для которого строится модель цифрового двойника, состоит из нескольких подсистем, допускающих относительно независимое моделирование. Одномерная модель теплового процесса не может обеспечить требуемой точности, но 2D-модели вполне достаточно для этой цели. Построение такой модели, сочетающей требуемую точность с малыми затратами машинного времени, является актуальной научной и практической задачей.

Материалы и методы. Для решения поставленной задачи используется метод математического моделирования. Модель использует математический аппарат теории цепей Маркова. Модель двухмерная и адаптирована к представляющей грунт многослойной среде, в отдельной ячейке которой может находиться нестационарный тепловой источник. Распространение теплоты по окружающему грунту описано теплопроводностью, а теплообмен с окружающей средой – теплоотдачей. Изучение влияния параметров на протекание процесса выполнено численными методами. На данном этапе исследования экспериментальная верификация модели не предполагалась.

Результаты. Разработана математическая двухмерная модель цифрового двойника подземного электрического кабеля, позволяющая прогнозировать температуру в кабеле и ее распределение в окружающем его грунте. Дана оценка теплового состояния кабельной ЛЭП в зависимости от мощности и глубины расположения теплового источника. Установлено, что результаты имитационного моделирования согласуются с физическими представлениями о процессе.

Выводы. Полученные результаты обладают научной новизной, поскольку базируются на универсальном алгоритме моделирования и позволяют описывать переходные процессы в исследуемом объекте, являющемся частью цифрового двойника подземного кабеля. Модель проста в работе и требует крайне малых затрат машинного времени. Она может быть легко использована в практике порождающего проектирования.

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Ивановской области в рамках научного проекта № 20-48-370001.

The research is carried out with financial support of RFBR (Russian Foundation for Basic Research) and Ivanovo region within the framework of scientific project № 20-48-370001.

Ключевые слова: подземный кабель, цифровой двойник, математическое моделирование, цепь Маркова, тепловое состояние, ячеечная модель, теплопроводность, теплоотдача, распределение температуры

Yuri Dmitrievitch Kutumov

Ivanovo State Power Engineering University, PhD student of Automatic Control of Electrical Power Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: kutumov97@mail.ru

Vadim Evgenievich Mizonov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: mizonov46@mail.ru

Andrey Ilyich Tikhonov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Head of Physics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: aitispu@mail.ru

Tatiana Yurievna Shadrikova

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Automatic Control of Electrical Power Systems Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: tanya-vinokurova@mail.ru

Development of digital twin model of underground electric cable: thermal part of the problem

Abstract

Background. Innovative technologies of generative design using the concept of digital twins of the designed objects play an important role in growing digitalization trend of project activities. The digital twin of an object is the object simulation model with high accuracy of mathematical description. It is used to solve the problems of regime and structural optimization of the object. Usually, generative design technologies are implemented using 3D models of physical fields. And specialized packages which have high requirements for computer resources and user skills are used. At the same time, quite often the object for which the digital twin model is developed consists of several subsystems that allow relatively independent modeling. A one-dimensional model of the thermal process cannot provide the required accuracy, but a 2D-model is quite sufficient for this purpose. The development of such a model that combines the required accuracy, and low cost of machine time is currently topical scientific and practical problem.

Materials and methods. The method of mathematical modeling is used to solve this problem. The model uses the mathematical apparatus of the Markov chain theory. The model is two-dimensional and is adapted to the multi-layer environment representing the soil, in a separate cell of which a non-stationary heat source may be found. Heat passage through the surrounding soil is described in terms of thermal conductivity, and the heat exchange with the environment is described in terms of heat transfer. The influence of the parameters on the process flow is studied by numerical methods. At this stage of the study, experimental verification of the model is not expected.

Results. A mathematical two-dimensional model of digital twin of underground electric cable has been developed. It allows us to predict the cable temperature and its distribution in the surrounding soil. The assessment of thermal state of the power transmission line is given according to the power and the depth of the heat source location. It is found that the results of simulation modeling are consistent with the physical concepts of the process.

Conclusions. The results obtained are of scientific novelty, since they are based on a universal modeling algorithm and allow us to describe the transients in the object under study, which is a part of the digital twin of the underground cable. The model is easy to use and requires little machine time. It can be easily used in generative design practice.

Key words: underground cable, digital twin, mathematic simulation, Markov chain, thermal state, cell model, heat conduction, heat transfer, temperature distribution

DOI: 10.17588/2072-2672.2021.3.059-065

Состояние вопроса. Однофазные замыкания на землю и междуфазные ко-

роткие замыкания являются распространенными типами электрических поврежде-

ний кабельных линий электропередачи [1, 2]. Их следствием является нагрев, перегрев и выгорание электрической изоляции, причем даже незначительный перегрев изоляции приводит к ее ускоренному старению. Сопутствующий ущерб может многократно увеличиться, если нарушение изоляции приведет к повреждению смежных элементов системы электропитания [3].

Конечной целью предпринимаемого исследования является построение модели цифрового двойника подземного электрического кабеля. В [4] описана разработка 2D-моделей магнитного поля для реализации технологии цифровых двойников и порождающего проектирования силовых трансформаторов. Ниже рассматривается только тепловая сторона задачи построения цифрового двойника кабеля. В данной задаче собственно кабель является локальным тепловым источником в среде окружающего его грунта, и задача состоит в том, чтобы найти распределение температуры в рассматриваемом элементе системы. Распространение теплоты вглубь грунта происходит путем теплопроводности, а с его поверхности в окружающую среду – путем теплоотдачи.

В [5, 6] предложен оригинальный метод решения тепловой задачи, в котором моделируемый тепловой домен представлен совокупностью эквивалентных RC-звеньев, которые имитируют передачу и накопление теплоты. Однако в решении остается открытым вопрос о выборе размера домена и степени дискретности RC-звеньев.

Для решения данной проблемы существует сформулированный в 1950-х гг. [6] и описанный также в [7, 8] подход, согласно которому нагреваемая кабельная ЛЭП и окружающее ее пространство представляются в виде набора эквивалентных RC-звеньев, имитирующих процессы передачи и накопления тепла. Однако при формировании подобных моделей возникает проблема определения размеров расчетной области и приемлемой дискретности «единичных» RC-элементов.

Известны разнообразные подходы к решению многомерных (в том числе, и нелинейных) задач теплопроводности (например, [7–9]). Среди них выделяется подход, основанный на ячеечных моделях, использующий математический аппарат

теории цепей Маркова. На его основе построены алгоритмы решения и получены численные решения задач теплопроводности в самой разнообразной их постановке [10–12]. Попытка решить рассматриваемую задачу методами теории цепей Маркова в одномерном приближении приведена в [13]. Несмотря на то, что полученные в [13] результаты качественно не противоречат физике процесса, количественная достоверность вряд ли является приемлемой. В связи с этим целью исследования является обобщение разработанной в [13] одномерной модели на двухмерный случай, что принципиально повышает адекватность описания исследуемого явления.

Методы исследования. Объектом исследования является прямоугольная область, представляющая сечение грунта, перпендикулярное проходящему через него кабелю. Согласно стратегии ячеечного моделирования, область разбита на малые квадратные ячейки, образующие сетку размера $n \times m$ (рис. 1).

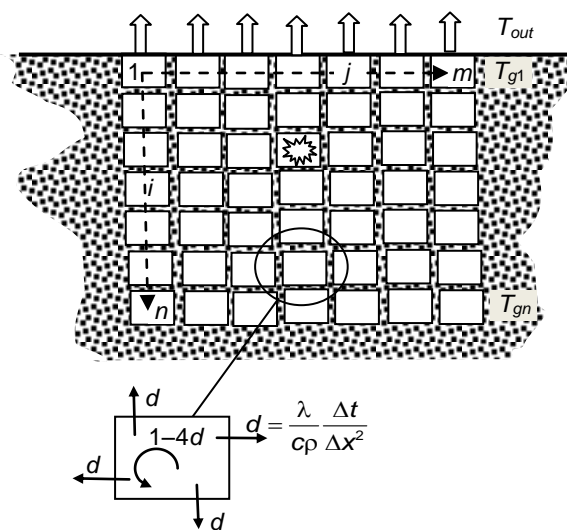


Рис. 1. Расчетная схема ячеечной модели и возможные переходы теплоты между ячейками

Поскольку распределение температуры внутри каждой ячейки считается равномерным, то в литературе такие ячейки часто называют ячейками идеального перемешивания. Через одну из ячеек проходит кабель, которому соответствует размещенный в этой ячейке источник теплоты мощностью q_s .

Тепловое состояние области удобно охарактеризовать матрицей температуры размера $n \times m$

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1m} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{n1} & T_{n2} & \dots & T_{nm} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

которую, однако, для дальнейших расчетов необходимо преобразовать в вектор температуры размера $(nm) \times 1$

$$\mathbf{T}_v = [T_{11} \ T_{21} \ \dots \ T_{n1} \ T_{12} \ \dots \ T_{1m} \ T_{2m} \ \dots \ T_{nm}]^T, \quad (2)$$

где верхний индекс T означает транспонирование вектора.

Аналогичным образом запасы теплоты в ячейках представляются матрицей \mathbf{Q}_m и соответствующим ей вектором \mathbf{Q}_v .

Соответствие нумерации элементов матрицы и соответствующего ей вектора показано на рис. 2.

	$j=1$...	j	...	m
$i=1$					
...			$n(j-1)+i-1$		
i		$n(j-2)+i$	$n(j-1)+i$	$nj+i$	
...			$n(j-1)+i+1$		
n_1					

Рис. 2. Матрица цепи Маркова, описывающая модель кабеля и окружающего его грунта

С течением времени тепловое состояние области меняется благодаря теплообмену между ячейками путем теплопроводности и теплообмену верхнего ряда ячеек с окружающей воздушной средой путем теплоотдачи. При этом считается, что температура окружающего грунта убывает с глубиной по степенному закону

$$T_{gi} = T_{out} \left(\frac{T_{gn}}{T_{out}} \right)^{\frac{i-1}{n-1}}, \quad (3)$$

где T_{out} – температура окружающей среды над поверхностью грунта.

Тепловое состояние процесса фиксируется через малые промежутки времени Δt , а текущее время определяется по формуле $t_k = (k-1) \Delta t$, где k – номер временного перехода, который является дискретным (целочисленным) аналогом времени [13].

Поскольку именно векторы состояния формируют граф цепи Маркова (матрицы служат для удобной визуализации процесса и формирования векторов состояния), эволюция процесса описывается рекуррентным матричным равенством

$$\mathbf{Q}_v^{k+1} = \mathbf{P} \mathbf{Q}_v^k - \Delta \mathbf{Q}_v^{k, out} + \Delta \mathbf{Q}_v^{k, s}, \quad (4)$$

где $\Delta \mathbf{Q}_v^{k, out}$ и $\Delta \mathbf{Q}_v^{k, s}$ – векторы внешних по отношению к моделируемой области тепловых источников (стоков); \mathbf{P} – матрица теплопроводности (матрица переходных вероятностей в терминах теории цепей Маркова). Это пятидиагональная матрица, элементы которой в соответствии с рис. 2 определяются по следующим формулам [10]:

- переходы вверх

$$p_{n(j-1)+i-1, n(j-1)+i} = d, \quad j = 1:m, \quad i = 2:n;$$

- переходы вниз

$$p_{n(j-1)+i+1, n(j-1)+i} = d, \quad j = 1:m, \quad i = 1:n-1;$$

- переходы влево

$$p_{n(j-2)+i, n(j-1)+i} = d, \quad j = 2:m, \quad i = 1:n; \quad (5)$$

- переходы вправо

$$p_{nj+i, n(j-1)+i} = d, \quad j = 1:m-1, \quad i = 1:n;$$

- переходы «остаться»

$$p_{j,j} = 1 - \sum_{i=1, ij}^n p_{i,j}, \quad j = 1, \dots, nm.$$

Здесь

$$d = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad (6)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; c – удельная теплоемкость; ρ – плотность грунта.

В представленных формулах (5), (6) элементы матрицы \mathbf{P} относятся к однородному и изотропному грунту, для которого все теплофизические свойства считаются постоянными. В [10] приведены формулы для более сложных свойств теплопроводящей среды.

Векторы источников имеют размер $1 \times (nm)$ и содержат ненулевые элементы только для ячеек, контактирующих с внешними тепловыми источниками. Однако задавать ненулевые элементы удобнее, используя их матричное представление. Так, элементы матрицы теплообмена с окружающей воздушной средой могут быть рассчитаны по формуле

$$\Delta \mathbf{Q}_{mout}(1, j)^k = \alpha_{out} (T_m(1, j)^k - T_{out}) \Delta x \Delta t, \quad (7)$$

где α_{out} – коэффициент теплоотдачи от верхней ячейки цепи к воздуху.

Аналогично для теплового источника (кабеля), проходящего через ячейку (i_s, j_s) , будет

$$\Delta \mathbf{Q}_s^k(i_s, j_s) = q_s \Delta x^2 \Delta t. \quad (8)$$

Естественно, что в модели может быть учтено несколько источников (кабелей), пересекающих моделируемую область. В среде MatLab переход от векторов к матрицам и обратно легко выполняется командой `reshape`.

Если распределение теплоты становится известным, то температуры определяется формулой

$$T_v^k = Q_v^k / c / \rho / \Delta x^2, \quad (9)$$

где $/$ – оператор поэлементного деления векторов.

Совокупность равенств (1)–(8) полностью описывает кинетику изменения теплового состояния кабеля и окружающего грунта, в том числе, при нестационарных условиях окружающей воздушной среды и мощности локального теплового источника.

Результаты. Результаты численных экспериментов с разработанной моделью свидетельствуют о ее внутренней непротиворечивости.

Расчеты выполнены для следующих теплофизических свойств грунта. Коэффициент теплопроводности $\lambda = 2$ Вт/м·град, его плотность $\rho = 1800$ кг/м³, его удельная теплоемкость $c = 2000$ Дж/кг·град. Коэффици-

ент теплоотдачи от верхних ячеек к воздуху $\alpha_{out} = 10$ Вт/(м²·град).

На рис. 3 показана эволюция температурного поля в области ячеек размера 30×31 ячеек с тепловым источником в ячейке с номером 5,16 в матричном представлении и с номером 425 в векторном. Расчеты выполнены для мощности теплового источника 10000 Вт/м³. Распределение температуры на рис. 3,а соответствует отсутствию источника (кабель отключен), на рис. 3,г – установившемуся (асимптотическому) распределению. Распределения на рис. 3,б,в относятся к переходному процессу и показаны для $k = 10$ и $k = 100$ временных переходов соответственно. Сравнительный анализ полученных распределений (рис. 3,в и рис. 3,г) показывает, что установившийся процесс наступает довольно быстро, так как распределения в обоих случаях отличаются незначительно.

Рис. 4 иллюстрирует установившееся распределение температуры на плоском графике в виде семейства изотерм распределения. При одинаковом шаге температуры на изотермах их близость соответствует крутизне изменения температуры.

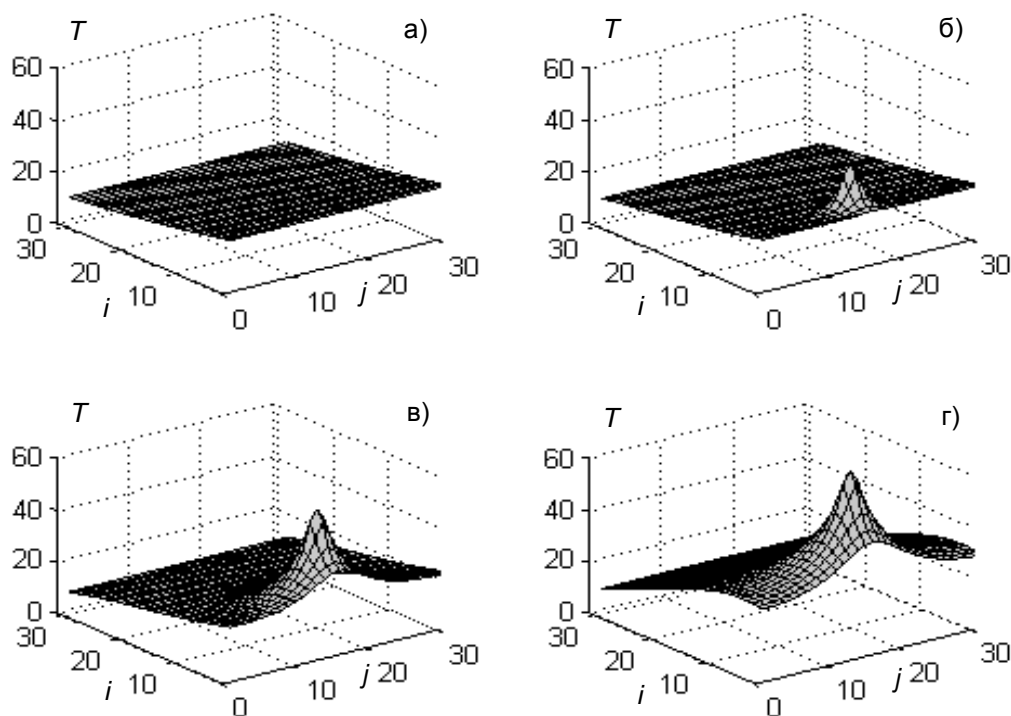


Рис. 3. Распределение температуры в окрестности кабеля в различные моменты времени ($q_s = 10000$ Вт/м³): а – $k = 1$ (начальное распределение); б – $k = 10$; в – $k = 100$; г – $k = 1000$ (установившееся распределение)

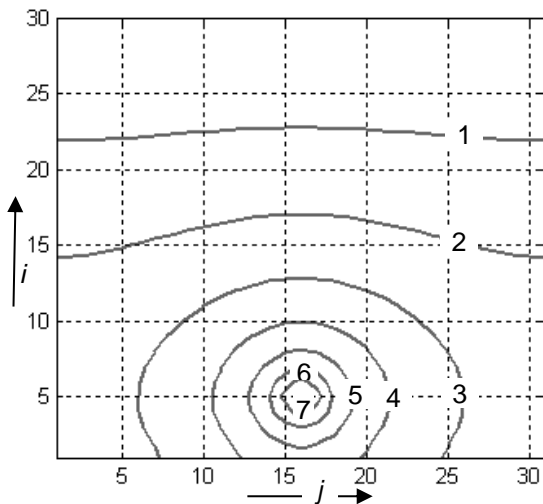


Рис. 4. Изотермы поля установившегося распределения температуры ($q_s = 10000 \text{ Вт/м}^3$): 1 – $T = 16 \text{ }^\circ\text{C}$; 2 – $T = 24 \text{ }^\circ\text{C}$; 3 – $T = 31 \text{ }^\circ\text{C}$; 4 – $T = 38 \text{ }^\circ\text{C}$; 5 – $T = 45 \text{ }^\circ\text{C}$; 6 – $T = 53 \text{ }^\circ\text{C}$; 7 – $T = 59 \text{ }^\circ\text{C}$

На рис. 5 показано изменение во времени температуры теплового источника (номер ячейки (5, 16) на матричной схеме) при различной его мощности: кривая 1 соответствует номинальному безопасному режиму работы, когда его температура (температура изоляции) лишь незначительно превышает температуру окружающего грунта; кривая 2 показывает наличие перегрева изоляции (определение его критичности зависит от свойств конкретного изоляционного материала); наконец, кривые 3 и 4, очевидно, относятся к аварийному режиму, когда возможно выгорание изоляции с вытекающими из этого последствиями.

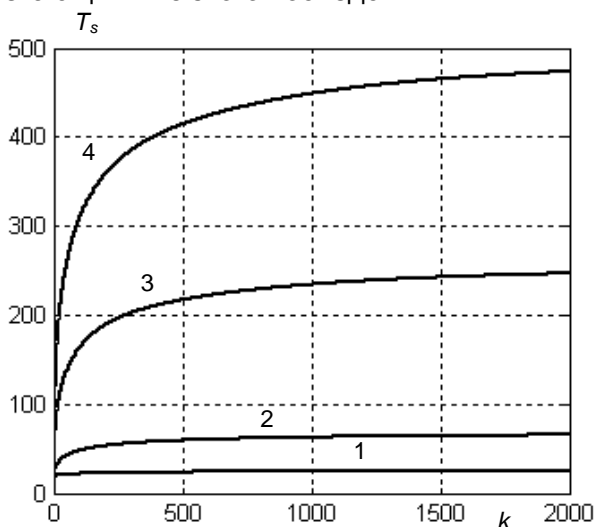


Рис. 5. Изменение во времени температуры источника при его различной мощности: 1 – $q_s = 1000 \text{ Вт/м}^3$; 2 – $q_s = 10000 \text{ Вт/м}^3$; 3 – $q_s = 5 \cdot 10000 \text{ Вт/м}^3$; 4 – $q_s = 100000 \text{ Вт/м}^3$

Выводы. Разработанная двумерная математическая модель теплового состояния подземного электрического кабеля и окружающего его грунта для создания модели цифрового двойника подземного кабеля прогнозирует плоское (двухмерное) поле температуры кабеля и его окрестности, что является существенным отличием модели и определяет ее научную новизну. Она учитывает глубину прокладки кабеля, теплофизические свойства грунта, параметры окружающей воздушной среды и позволяет описывать нестационарные тепловые процессы в моделируемой области. Результаты численных экспериментов расчета эволюции распределения температуры в нестационарном процессе, а также влияния мощности теплового источника на его температуру непротиворечивы и качественно согласуются с физическими представлениями о процессе. Однако на точность расчетных прогнозов будут существенно влиять теплофизические свойства грунта, спектр которых очень широк и зависит от местных особенностей прокладки кабеля. В связи с этим в каждом конкретном случае требуется индивидуальное определение этих свойств.

Модель проста в работе и требует крайне малых затрат машинного времени. Она может быть легко использована в инженерной практике и включена в модель цифрового двойника подземного электрического кабеля.

Список литературы

1. Лихачев Ф.А. Замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью и с компенсацией емкостных токов. – М.: Энергия, 1971. – 152 с.
2. Диагностика и мониторинг кабельных сетей средних классов напряжения / К.П. Кадомская, В.Е. Качесов, Ю.А. Лавров и др. // Электротехника. – 2000. – № 11. – С. 48–51.
3. Сибиркин Ю.Д., Яшков В.А., Курьло Д.А. Показатели надежности кабельных линий 6–10 кВ // Промышленная энергетика. – 1979. – № 7. – С. 27–28.
4. Разработка 2D-моделей магнитного поля для реализации технологии цифровых двойников и порождающего проектирования силовых трансформаторов / А.И. Тихонов, А.В. Стулов, И.С. Снитыко, А.В. Подобный // Вестник ИГЭУ. – 2020. – Вып. 3. – С. 32–43. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.3.032-043
5. Van Wormer F.H. An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Tempera-

ture Transients // AIEE Transactions. – 1955. – Vol. 74, part 3. – P. 277–281.

6. **Белоруссов Н.И.** Электрические кабели и провода. Теоретические основы кабелей и проводов, их расчет и конструкции. – М.: Энергия, 1971. – 512 с.

7. **Lü X., Lu T., Viljanen M.** A new analytical method to simulate heat transfer process in buildings // Appl. Therm. Eng. – 2006. – Vol. 26. – P. 1901–1909.

8. **Aguilar F., Solano J.P., Vicente P.G.** Transient modeling of high-inertial thermal bridges in buildings using the equivalent thermal wall method // Appl. Therm. Eng. – 2014. – Vol. 67. – P. 370–377.

9. **Maestre I.R., Cubillas P.R., Perez-Lombard R.** Transient heat conduction in multi-layer walls: an efficient strategy for Laplace's method // Energy Build. – 2010. – Vol. 42. – P. 541–546.

10. **Mizonov V., Yelin N., Sakharov A.** Theoretical study of the thermal state of building envelop in the neighborhood of embedded item // Appl. Therm. Eng. – 2015. – Vol. 79. – P. 149–152.

11. **Теоретическое** исследование нелинейной теплопроводности в многослойной среде с фазовыми переходами в слоях / В.Е. Мизонов, А.В. Митрофанов, Е.В. Басова, Е.А. Шуина // Вестник ИГЭУ. – 2020. – Вып. 1. – С. 53–59. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.1.053-059.

12. **Мизонов В.Е., Елин Н.Н., Попельшко А.В.** Ячеечная модель теплового состояния поперечного сечения теплоизолированного трубопровода // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2013. – Т. 56, № 4. – С. 112–115.

13. **Ячеечная** модель переходных тепловых процессов в подземном электрическом кабеле и окружающем грунте / Ю.Д. Кутумов, В.Е. Мизонов, Т.Ю. Шадрикова, А.И. Тихонов // Вестник ИГЭУ. – 2021. – Вып. 2. – С. 55–61. DOI: 10.17588/2072-2672.2021.2.055-061.

References

1. Lihachev, F.A. *Zamykaniya na zemlyu v setyakh s izolirovannoy neytral'yu i s kompensatsiyey emkostnykh tokov* [Earth fault in the networks with insulated neutral and compensation of capacitive current]. Moscow: Energiya, 1971. 152 p. (in Russian)

2. Kadomskaya, K.P., Kachesov, V.E., Lavrov, Yu.A., Ovsyannikov, A.G., Sakhno, V.A. Diagnostika i monitoring kabel'nykh setey srednikh klassov napryazheniya [Diagnostics and monitoring of the cable lines of average voltage]. *Elektrotehnika*, 2000, no. 11, pp. 48–51. (in Russian)

3. Sibirkin, Yu.D., Yashkov, V.A., Kurylo, D.A. Pokazateli nadezhnosti kabel'nykh liniy 6–10 kV [Indicators of cable lines 6–10 kV reliability]. *Promyshlennaya energetika*, 1979, no. 7, pp. 27–28.

4. Tikhonov, A.I., Stulov, A.V., Snit'ko, I.S., Podobnyy, A.V. Razrabotka 2D-modeley magnitnogo polya dlya realizatsii tekhnologii tsifrovyykh dvoynikov i porozhdayushchego proektirovaniya silovyykh transformatorov [Development of 2D models of the magnetic field for digital twin technology and generative design of power transformers]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 3, pp. 32–43. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.3.032-043. (in Russian)

5. Van Wormer, F.H. An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Temperature Transients. *AIEE Transactions*, 1955, vol. 74, part 3, pp. 277–281.

6. Belorussov, N.I. *Elektricheskie kabeli i provoda: (Teoreticheskie osnovy kabeley i provodov, ikh raschet i konstruktsii)* [Electrical cables and conductors. Theoretical foundations of cables and conductors, their calculation and design]. Moscow: Energiya, 1971. 512 p. (in Russian)

7. Lü, X., Lu, T., Viljanen, M. A new analytical method to simulate heat transfer process in buildings. *Appl. Therm. Eng.*, 2006, vol. 26, pp. 1901–1909.

8. Aguilar, F., Solano, J.P., Vicente, P.G. Transient modeling of high-inertial thermal bridges in buildings using the equivalent thermal wall method. *Appl. Therm. Eng.*, 2014, vol. 67, pp. 370–377.

9. Maestre, I.R., Cubillas, P.R., Perez-Lombard R. Transient heat conduction in multi-layer walls: an efficient strategy for Laplace's method. *Energy Build*, 2010, vol. 42, pp. 541–546.

10. Mizonov, V., Yelin, N., Sakharov, A. Theoretical study of the thermal state of building envelop in the neighborhood of embedded item. *Appl. Therm. Eng.*, 2015, vol. 79, pp. 149–152.

11. Mizonov, V.E., Mitrofanov, A.V., Basova, E.V., Shuina, E.A. Teoreticheskoe issledovanie nelineynoy teploprovodnosti v mnogoslnoy srede s fazovymi perekhodami v sloyakh [Theoretical study of non-linear heat conduction in multi-layer medium with phase transformation in the layers]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 1, pp. 53–59. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.1.053-059. (in Russian).

12. Mizonov, V.E., Elin, N.N., Popelyshko, A.V. Yachechnaya model' teplovogo sostoyaniya poperechnogo secheniya teploizolirovannogo truboprovoda [A cell model of the thermal state of cross section of thermally insulated pipeline]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 112–115. (in Russian).

13. Kutumov, Yu.D., Mizonov, V.E., Shadrikova, T.Yu., Tikhonov, A.I. Yachechnaya model' perekhodnykh teplovykh protsessov v podzemnom elektricheskom kabele i okruzhayushchem grunte [A cell model for transient heat processes in an underground electrical cable and surrounding ground]. *Vestnik IGEU*, 2021, issue 2, pp. 55–61 DOI: 10.17588/2072-2672.2021.2.055-061. (in Russian)