МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

УДК 681.3

Борис Александрович Староверов

ФГБОУВО «Костромской государственный университет», доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и микропроцессорной техники, Россия, Кострома, e-mail: sba44@mail.ru

Сергей Константинович Улыбышев

ФГБОУВО «Костромской государственный университет», аспирант, Россия, Кострома, e-mail: ulybyshev@outlook.com

Математическая модель теплоснабжения помещения как объекта динамического управления температурой

Авторское резюме

Состояние вопроса. Энергосбережение в процессе отопления административных зданий является актуальной задачей. Потенциально большие возможности заключаются в динамическом управлении температурой помещений в зависимости от расписания их использования. Динамическое управление должно отвечать критерию энергоэффективности и обеспечивать температуру воздуха в помещениях во временных интервалах их использования на требуемом уровне комфорта при наличии внешних возмущений. Очевидно, что такое управление можно реализовать лишь автоматической системой. Для синтеза такой системы необходимы математические модели теплоснабжения помещений как объектов управления, что определяет актуальность рассматриваемой задачи.

Материалы и методы. Математические модели получены с использованием экспериментальных данных и методов численного моделирования.

Результаты. На основе уравнений динамического теплового баланса помещения получены математические модели в пространстве состояния и в виде передаточных функций по управляющим и возмущающим воздействиям.

Выводы. Полученные виды математической модели помещения дают возможность определять способы качественного и количественного управления теплоснабжением помещения с заданной точностью и определять графики изменения температуры в зависимости от расписания его использования, оптимальные по минимуму расхода энергии.

Ключевые слова: отопление помещений административных зданий, энергосбережение, математическая модель теплоснабжения помещения, динамический процесс изменения температуры, графики регулирования температуры помещения

[©] Староверов Б.А., Улыбышев С.К., 2023 Вестник ИГЭУ, 2023, вып. 3, с. 62–67.

Boris Alexandrovich Staroverov

Kostroma State University, Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor of Automation and Microprocessor Technology Department, Russia, Kostroma, e-mail: sba44@mail.ru

Sergey Konstantinovich Ulybyshev

Kostroma State University, Post-graduate Student, Russia, Kostroma, e-mail: ulybyshev@outlook.com

Mathematical model of room heating as object of dynamic temperature control

Abstract

Background. Energy saving issue in the process of administrative buildings heating is an important one. Dynamic control of room temperature depending on the schedule of its usage gives great opportunities. Dynamic control should meet the criteria of energy efficiency and ensure air temperature in the rooms at time intervals of their usage at the required level in terms of external impact on the building. Obviously, such control can only be implemented by an automatic system. To synthesize such a system, we need mathematical models of room heating as control objects. Consequently, the problem under consideration is relevant.

Materials and methods. Experimental data and numerical simulation methods are used to obtain mathematical models. **Results.** Mathematical models are obtained in the state space and in the form of transfer functions for controlling and disturbing influences based on the equations of the dynamic heat balance of the room.

Conclusions. Two types of mathematical model of the room are defined. They make it possible to synthesize the laws of qualitative and quantitative control of the heat supply of the building with a given accuracy and to determine schedules of temperature changes depending on the schedule of its use, optimal in terms of minimum energy consumption.

Key words: space heating of administrative buildings, energy saving, mathematical model of space heat supply, dynamic process of temperature change, schedules of room temperature control

DOI: 10.17588/2072-2672.2023.3.062-067

Введение. Помещения (кабинеты, аудитории) в административных зданиях и учебных корпусах используются по времени, как правило, на 50 % и менее. Помещения могут быть полностью неиспользуемые, например, в выходные и праздничные дни, в каникулы. Температура в этих помещениях в периоды неиспользования может снижаться вплоть «до точки росы», что, очевидно, дает возможность значительно экономить тепловую энергию [1, 2].

Одной из основных проблем является определение оптимальных с точки зрения получения максимальной экономии энергии графиков регулирования температуры помещения, так как процессы уменьшения и увеличения температуры имеют значительную инерционность [3, 4]. На рис. 1 показан примерный график динамического регулирования температуры помещения при переходе от периода паузы к периоду использования и обратно.

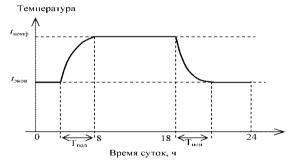


Рис. 1. График динамического регулирования температуры помещения

В период подъема температуры $T_{\text{пов}}$ от экономного уровня $t_{\text{экон}}$ до температуры воздуха помещений происходит нагрев ограждающих конструкций (стены, пол, потолок). В период понижения температуры $T_{\text{пон}}$ происходит обратный процесс — остывание воздуха в помещении и его конструктивного ограждения. Время от 8 до 18 часов — это период использования помещения по назначению при комфортной температуре.

Основным параметром графика, который необходимо определить, является величина экономного уровня, при которой достигается максимальная экономия тепловой энергии. Для этого необходимо учитывать динамические процессы нагрева и охлаждения в отдельном помещении.

Большинство работ, которые посвящены получению математических моделей теплоснабжения зданий и отдельных помещений, основаны на статических процессах теплообмена (например, [5, 6]). Динамическим моделям теплоснабжения также посвящен ряд работ (например, [7–10]), но в них рассматриваются или здания в целом, или отдельные составляющие системы теплоснабжения (тепловые узлы, отопительные батареи и т.п.), или помещения без учета ряда важных составляющих, определяющих динамику процесса изменения температуры.

В связи с этим получение наиболее полной математической модели теплоснабжения отдельного помещения с помощью отопительных батарей, подключенных к системе централизованного отопления, является актуальной

задачей. Данная модель должна позволять рассчитывать оптимальные по минимуму расхода тепловой энергии графики динамического регулирования температуры помещения и определять способы автоматического управления температурой.

Методы исследования. В качестве типового примера рассматривается отдельное помещение (кабинет, аудитория), которое имеет ограждение, включающее внешнюю стену с окнами, перекрытия (пол, потолок), внутренние стены (перегородки), отделяющие от соседних помещений. Источником тепла является батарея. Для получения модели помещения как объекта управления используются уравнения динамического теплового баланса и результаты экспериментальных исследований.

Исходные уравнения теплового баланса. Уравнение, описывающее тепловой баланс помещения в динамике относительно средних параметров между тепловой мощностью, отдаваемой нагревательным прибором (батареей), и мощностью, расходуемой на нагрев перегородок между смежными помещениями и наружной стены, имеет следующий вид:

$$C_{1} \frac{dq_{1}}{dt} = k_{H\Pi}(q_{3} - q_{1}) - k_{O\Gamma C}(q_{2} - q_{C}) - k_{O\Gamma H}(q_{2} - q_{H}),$$
(1)

где C_1 — теплоемкость помещения, $BT \cdot c$ /град; q_1 — температура воздуха в помещении, град.; $k_{\rm H\Pi}$ — коэффициент теплоотдачи нагрева помещения, BT/град; q_3 — средняя температура отопительного прибора, град; $k_{\rm OFC}$ — коэффициент теплопередачи смежных перегородок, BT/град; q_2 — температура ограждений помещения, град.; $q_{\rm C}$ — температура смежных помещений, град.; $k_{\rm OFH}$ — коэффициент теплопередачи стен наружу во внешнюю среду, BT/град; $q_{\rm H}$ — наружная температура, град.

В свою очередь, динамика нагрева ограждений помещения определяется разностью между температурой воздуха в помещении и температурой перегородок, которая зависит от температуры в смежных помещениях. Температура в смежных помещениях может быть ниже, так как они в это время не используются. В результате получается следующее уравнение:

$$C_2 \frac{dq_2}{dt} = k_{\text{OF\Pi}}(q_1 - q_2), \qquad (2)$$

где C_2 — теплоемкость ограждений помещения, Вт-с/град; $k_{\text{ОГП}}$ — коэффициент теплопередачи в ограждения помещения, Вт/град.

Динамика теплопередачи от отопительного прибора во внутреннее помещение определяется тепловой мощностью отопительного прибора, зависящей от удельного расхода теплоносителя и разности его температуры на входе и выходе, и мощностью, идущей на нагрев воздуха:

$$C_3 \frac{dq_3}{dt} = Q_{O\Pi} - k_{H\Pi}(q_3 - q_1),$$
 (3)

где C_3 — теплоемкость отопительного прибора или батареи, $\operatorname{Bt\cdot c/rpad}$; $Q_{\operatorname{O\Pi}} = M_{\operatorname{O\Pi}} \Delta q_{\operatorname{O\Pi}}$ — тепловая мощность отопительного прибора, $\operatorname{Bt\cdot c/rpad}$; $M_{\operatorname{O\Pi}} = C_{\operatorname{T}} m$ — расход теплоносителя, $\operatorname{Bt\cdot c/(kr\cdot rpad)}$; m — массовый расход теплоносителя, $\operatorname{kr/c}$; $\Delta q_{\operatorname{O\Pi}} = q_{\operatorname{BX}} - q_{\operatorname{BhX}}$ — величина перепада температуры, град, на которую охлаждается теплоноситель, проходя через отопительный прибор.

Очевидно, что количество тепловой энергии воздушной массы помещения, Вт-с, определяется выражением

$$Q_1 = C_1 q_1.$$

Количество тепловой энергии ограждений помещения, Вт.с, определяется выражением

$$Q_2 = C_2 q_2.$$

Количество тепловой энергии, отдаваемой отопительным прибором, Вт⋅с, определяется выражением

$$Q_3 = C_3 q_3.$$

Объединение уравнений (1), (2) и (3) и приведение подобных членов дает систему уравнений, наиболее полно описывающих динамику изменения температуры отдельного помещения при качественном и количественном регулировании с учетом внешних возмущений:

$$\begin{cases} C_{1} \frac{dq_{1}}{dt} = -k_{H\Pi}q_{1} - (k_{O\Gamma C} + k_{O\Gamma H})q_{2} + k_{H\Pi}q_{3} + \\ +k_{O\Gamma C}q_{C} + k_{O\Gamma H}q_{H}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_{2} \frac{dq_{2}}{dt} = k_{O\Gamma\Pi}q_{1} - k_{O\Gamma\Pi}q_{2}, \\ C_{3} \frac{dq_{3}}{dt} = -k_{H\Pi}(q_{3} - q_{1}) + C_{T}m\Delta q. \end{cases}$$

$$(4)$$

В матричной форме система уравнений (4) имеет вид

$$\dot{\mathbf{G}} = \mathbf{AG} + \mathbf{BU} + \mathbf{CF},\tag{5}$$

где

$$\mathbf{G} = egin{bmatrix} q_1 \ q_2 \ q_3 \end{bmatrix}$$
 — координаты состояния;

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} m \\ \Delta q \end{bmatrix}$$
 – управляющие воздействия;

$$\mathbf{F} = egin{bmatrix} q_{\mathrm{C}} \\ q_{\mathrm{H}} \end{bmatrix}$$
 — возмущающие воздействия;

$$\mathbf{A} = egin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ a_{21} & a_{22} & 0 \ a_{31} & 0 & a_{33} \ \end{bmatrix}$$
 — матрица динамики,

$$\begin{split} &a_{11} = -k_{\rm H\Pi}/C_1; \ a_{12} = (-k_{\rm O\Gamma C} - k_{\rm O\Gamma H})/C_1; \\ &a_{13} = k_{\rm H\Pi}/C_1; \ a_{21} = k_{\rm O\Gamma C}/C_2; \\ &a_{22} = -k_{\rm O\Gamma \Pi}/C_2; \ a_{31} = k_{\rm H\Pi}/C_3; \ a_{33} = -k_{\rm H\Pi}/C_3; \end{split}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}$$
 — коэффициенты управления,

 $b_{31} = C_{\mathrm{T}} \Delta q / C_3$ (при $\Delta q = \mathrm{const})$ – количественное регулирование:

 $b_{32} = C_T m/C_3$ (при m = const)— качественное регулирование;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 — коэффициенты возмущений,

 $c_{11} = k_{\rm OCC}/C_1$ – коэффициент передачи от температуры смежных помещений;

 $c_{12} = k_{\rm O\Gamma H}/C_1$ – коэффициент передачи от наружной температуры.

Формирование модели. В соответствии с уравнением (5) на рис. 2 представлена структурная схема описания динамики процесса изменения температуры помещения в виде системы элементарных передаточных функций.

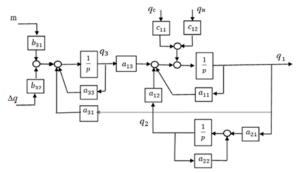


Рис. 2. Структурная схема описания динамики процесса изменения температуры помещения при изменении управляющих $(m, \Delta q)$ и возмущающих $(q_{\rm C}, q_{\rm H})$ воздействий

Данная структурная схема помещения как объекта управления позволяет моделировать процессы качественного или количественного регулирования температуры, а также синтезировать регулятор состояний, используя переменные q_1, q_2, q_3 как координаты состояния объекта, если применить три соответствующих датчика температуры. При использовании наблюдателя состояния достаточно будет лишь одного датчика температуры в помещении q_1 .

Для синтеза типовых регуляторов структурную схему целесообразно представить схемой в виде набора апериодических передаточных функций. Для этого методом структурных преобразований объединяются элементарные передаточные функции. В результате получим структурные схемы моделей составляющих объекта управления (рис. 3).

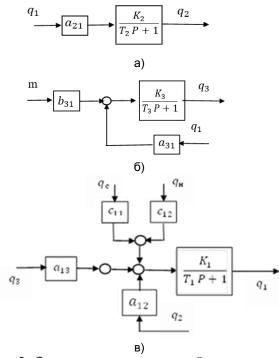


Рис. 3. Структурные схемы моделей составляющих объекта управления: а - нагревательный прибор; б ограждения помещения; в - воздушная масса помещения

$$K_3=rac{1}{-a_{33}}=rac{C_3}{k_{
m H\Pi}};\; T_3=rac{1}{-a_{33}}=rac{C_3}{k_{
m H\Pi}}$$
 - коэффициент передачи и постоянная времени отопительного

 $a_{31} = \frac{k_{\rm H\Pi}}{C_{
m o}}$ — коэффициент передачи от нагревательного прибора;

$$b_{31} = rac{C_{
m T} \Delta q}{C_3}$$
 — коэффициент передачи количе-

ственного регулирования (при $\Delta q = \text{const}$);

$$K_2 = \frac{1}{-a_{22}} = \frac{C_2}{k_{\mathsf{O}\mathsf{\Gamma}\mathsf{\Pi}}}; T_2 = \frac{1}{-a_{22}} = \frac{C_2}{k_{\mathsf{O}\mathsf{\Gamma}\mathsf{\Pi}}}$$
 — коэффи-

циент передачи и постоянная времени ограждений помещения:

$$a_{21} = \frac{k_{\text{ОГП}}}{C_2}$$
 — коэффициент передачи от нагре-

$$K_1 = \frac{1}{-a_{11}} = \frac{\overset{\cdot}{C_1}}{k_{H\Pi}}; T_1 = \frac{1}{-a_{11}} = \frac{C_1}{k_{H\Pi}}$$
 – коэффициент

$$a_{13} = \frac{k_{\rm H\Pi}}{C_1}$$
 — коэффициент передачи от нагрева-

тельного прибора;

$$a_{12} = \frac{-k_{\mathsf{O\Gamma C}} - k_{\mathsf{O\Gamma H}}}{C_{\mathsf{I}}}$$
 — коэффициент передачи от

ограждений;

$$c_{11} = rac{k_{
m O\Gamma C}}{C_{
m 1}}; \;\; c_{12} = rac{k_{
m O\Gamma H}}{C_{
m 1}} \;\; - \;$$
коэффициенты переда-

чи от температуры смежных помещений и наружного воздуха соответственно.

Результаты. Объединение структурных схем отдельных контуров дает общую схему описания динамики изменения температуры (рис. 4).

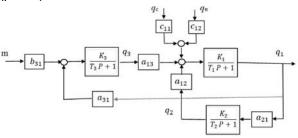


Рис. 4. Структурная схема описания динамики изменения температуры помещения

Исходя из общей структурной схемы (рис. 4), передаточная функция по управлению имеет вид

$$W_{y}(p) = \frac{q_{1}(p)}{m(p)} = \frac{b_{1}p + b_{0}}{a_{3}p^{3} + a_{2}p^{2} + a_{1}p + a_{0}},$$
 (6)

где

$$a_0 = K_1 K_2 a_{12} a_{21} + K_1 K_2 a_{13} a_{31} + 1;$$

$$a_1 = T_3 + T_2 + T_1 + T_2 K_1 K_2 a_{13} a_{31} + T_3 K_1 K_2 a_{13} a_{31} + T_4 K_1 K_2 a_{12} a_{21};$$

$$a_2 = T_1T_2 + T_2T_3 + T_1T_3 + T_2T_3K_1K_2a_{13}a_{31};$$

 $a_3 = T_1 T_2 T_3$;

 $b_1 = K_1 K_2 a_{13} b_{31};$

$$b_1 = K_1 K_2 a_{13} b_{31} T_2$$
.

Аналогично, передаточная функция по возмущению (по наружной температуре $q_{\rm H}$) представляется следующим выражением:

$$W_{H}(p) = \frac{q_{1}(p)}{q_{H}(p)} = \frac{b_{2H}p^{2} + b_{1H}p + b_{0H}}{a_{3}p^{3} + a_{2}p^{2} + a_{1}p + a_{0}},$$
 (7)

где

$$b_{0H} = K_1 c_{12}; \ b_{1H} = T_2 K_1 c_{12} + T_3 K_1 c_{12};$$

 $b_{2H} = T_2 T_3 K_1 c_{12}.$

Из (6) и (7) определяется выражение зависимости температуры в помещении при изменении подачи теплоносителя в отопительный прибор (отопительную батарею) и при изменении температуры наружного воздуха:

$$q_{1}(p) = \frac{b_{1}p + b_{0}}{a_{3}p^{3} + a_{2}p^{2} + a_{1}p + a_{0}} m(p) + \frac{b_{2H}p^{2} + b_{1H}p + b_{0H}}{a_{3}p^{3} + a_{2}p^{2} + a_{1}p + a_{0}} q_{H}(p).$$
(8)

Решение уравнения (8) дает описание динамического процесса изменения температуры в помещении при управляющем и возмущающем воздействиях, что позволяет построить кривую переходного процесса при изменении температуры в помещении от $q_{\text{комф}}$ до $q_{\text{экон.}}$

В качестве примера проведен расчет переходного процесса нагрева воздуха помещения, которое имеет ограждение, включающее внешнюю стену с окном. Параметры модели определены на основе справочных данных, включающих коэффициенты теплоемкости и коэффициенты теплопередачи. Динамические параметры определялись экспериментальным способом путем изменения подачи теплоносителя в батарею отопления. В результате получена следующая передаточная функция:

$$W_{y}(p) = \frac{324878p + 79,2}{3150336p^{3} + 66451p^{2} + 31p + 0,004}.$$

Рассчитанный по этой передаточной функции переходный процесс при увеличении подачи теплоносителя совместно с экспериментальным графиком представлен на рис. 5.

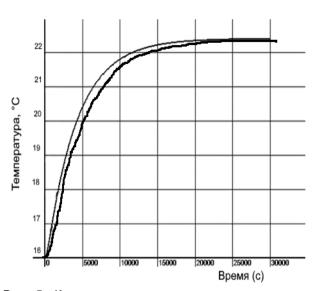


Рис. 5. Кривые переходного процесса изменения температуры помещения при ступенчатом увеличении подачи теплоносителя: расчетная (тонкая линия) и экспериментальная (жирная линия)

Результаты расчета и экспериментальные данные имеют расхождение в пределах 10 %.

Выводы. На основе уравнений динамического теплового баланса помещения получены математические модели в пространстве состояния и в виде передаточных функций по управлению и возмущению. Модели дают возможность рассчитать кривые переходных процессов и использовать их для определения оптимальных по минимуму расхода энергии графиков динамического регулирования температуры помещения в зависимости от расписания его использования. Полученные математические модели делают также возможным синтезировать законы управ-

ления для автоматических систем качественного и количественного формирования температурных графиков помещения с требуемой точностью.

Список литературы

- 1. **Мониторинг** теплового режима отдельных помещений / А.В. Пуговкин, Н.И. Петрова, С.В. Купреков, С.И. Абрамчук // Энерго- и ресурсоэффективность малоэтажных жилых зданий: материалы II Всерос. науч. конф. с междунар. участием, Новосибирск, 24–26 марта 2015 г. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2015. С. 101–107.
- 2. **Исследование** нестационарных тепловых режимов отопления зданий и сооружений / В.В. Афанасьев, В.Г. Ковалев, В.А. Тарасов и др. // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 20—28.
- 3. **Ханнанова В.Н.** Математическая модель системы регулирования температуры внутри помещения // Вестник Казанского технологического университета. 2013. № 18. С. 309–313.
- 4. **Регулирование** температуры внутри жилых и общественных помещений перспективный и эффективный метод энергосбережения / А.П. Баскаков, А.П. Мартюшев, Г.Я. Захарченко, А.Н. Ведерников // Коммунальщик. 2006. № 7. С. 62.
- 5. Тверской М.М., Румянцев Д.В. Оптимальное управление температурным режимом здания при комбинированной системе отопления // Наука ЮУрГУ. Секции технических наук: материалы 67-й науч. конф. Челябинск: Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), 2015. С. 460–467.
- 6. **Бухмиров В.В., Пророкова М.В.** Оценка микроклимата в помещениях жилых, общественных и административных зданий // Вестник ИГЭУ. 2015. Вып. 4. С. 1–6.
- 7. **Гетия С.И., Кочетов О.С., Стареева М.О.** Расчет оптимальных параметров микроклимата рабочей зоны // Вестник МГУПИ. 2013. № 5. С. 84—92.
- 8. **Зингер Н.М.** Гидравлические и тепловые режимы теплофикационных систем. М.: Энергоатомиздат, 1986. 320 с.
- 9. Федоров Д.Г. Разработка алгоритма и регулятора адаптивного управления теплоснабжения и оптимизации энергопотребления зданий // Материалы X Республиканского конкурса инновационных проектов УМНИК-2014 «Молодая инновационная Чувашия» (27–28 марта 2014 г.). Чебоксары, 2014. С. 20–21.

References

1. Pugovkin, A.V., Petrova, N.I., Kuprekov, S.V., Abramchuk, S.I. Monitoring teplovogo rezhima otdel'nykh pomeshcheniy [Monitoring of thermal regime

- of individual rooms]. Materialy II Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem «Energo- i resursoeffektivnost' maloetazhnykh zhilykh zdaniy», Novosibirsk, 24–26 marta 2015 g. [Proceedings of II all Russian scientific conference with international participation "Energy and resource efficiency of low-rise residential buildings"]. Novosibirsk: Institut teplofiziki SO RAN, 2015, pp. 101–107.
- 2. Afanas'ev, V.V., Kovalev, V.G., Tarasov, V.A., Tarasova, V.V., Fedorov, D.G. Issledovanie nestatsionarnykh teplovykh rezhimov otopleniya zdaniy i sooruzheniy [Research into transient heating modes of buildings and constructions heating systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 20–28.
- 3. Khannanova, V.N. Matematicheskaya model' sistemy regulirovaniya temperatury vnutri pomeshcheniya [Mathematical model of temperature control system inside a room]. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2013, no. 18, pp. 309–313.
- 4. Baskakov, A.P., Martyushev, A.P., Zakharchenko, G.Ya., Vedernikov, A.N. Regulirovanie temperatury vnutri zhilykh i obshchestvennykh pomeshcheniy perspektivnyy i effektivnyy metod energosberezheniya [Temperature control inside residential and public buildings a promising and effective method of energy conservation]. *Kommunal'shchik*, 2006, no. 7, p. 62.
- 5. Tverskoy, M.M., Rumyantsev, D.V. *Optimal'noe upravlenie temperaturnym rezhimom zdaniya pri kombinirovannoy sisteme otopleniya* [Optimal control of the temperature mode of the building in a combined heating system]. Materialy 67 nauchnoy konferentsii [Materials of the 67-th scientific conference]. Chelyabinsk: Yuzhno-Ural'skiy gosudarstvennyy universitet, 2015, pp. 460–467.
- 6. Bukhmirov, V.V., Prorokova, M.V. Otsenka mikroklimata v pomeshcheniyakh zhilykh, obshchestvennykh i administrativnykh zdaniy [Assessment of microclimate in the premises of residential, public and administrative buildings]. *Vestnik IGEU*, 2015, issue 4, pp. 1–6.
- 7. Getiya, S.I., Kochetov, O.S., Stareeva, M.O. Raschet optimalnyh parametrov mikroklimata rabochey zony [Calculation of optimal parameters of the microclimate of the working area]. *Vestnik MGUPI*, 2013, no. 5, pp. 84–92.
- 8. Zinger, N.M. *Gidravlicheskie i teplovye rezhimy teplofikatsionnykh sistem* [Hydraulic and thermal regimes of heating systems]. Moscow: Energoatomizdat, 1986. 320 p.
- 9. Fedorov, D.G. Razrabotka algoritma i regulyatora adaptivnogo upravleniya teplosnabzheniya i optimizatsii energopotrebleniya zdaniy [Development of algorithm and adaptive control regulator of heating and building energy consumption optimization]. *Materialy X Respublikanskogo konkursa innovatsionnykh proektov UMNIK-2014 «Molodaya innovatsionnaya Chuvashiya»*, 27–28 marta 2014 [Materials of the Republican contest of innovative projects UMNIK 2014 "Young innovative Chuvashia", March 27–28, 2014]. Cheboksary, 2014, pp. 20–21.