
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 621.165

Алексей Евгеньевич Барочкин

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры тепловых электрических станций, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-99-13, e-mail: admin@tes.ispu.ru

Методология матричного моделирования многокомпонентных многопоточных многоступенчатых энергетических комплексов

Авторское резюме

Состояние вопроса. Традиционно задачи теплопередачи решаются применительно к двухпоточным системам, в которых теплообмен осуществляется между горячим и холодным теплоносителями. Однако наряду с двухпоточными системами нередко встречаются многопоточные системы, в которых число потоков теплоносителей составляет три и более. Кроме этого, каждый поток энергоносителя может состоять из нескольких компонентов, а установка может включать в себя несколько ступеней. Разработка универсальных подходов и методов моделирования, расчета и оптимизации многокомпонентных многопоточных многоступенчатых энергетических комплексов в рамках единой методологии является актуальной научной и практической задачей.

Материалы и методы. Методология матричной формализации моделирования тепло- и массообменных процессов базируется на методах и подходах матричного описания тепло- и массообменных систем в энергетических комплексах.

Результаты. Обобщены подходы и методы моделирования энергетических установок. В рамках матричной методологии описания сформулированы правила и подходы к разработке моделей тепло-массообменных процессов применительно к многокомпонентным многопоточным многоступенчатым энергетическим комплексам. Предложено решение обратных задач с учетом и без учета возможного фазового перехода в теплоносителях.

Выводы. Анализ сформулированных и решенных задач в рамках предложенной методологии позволяет рекомендовать использование методов и подходов матричного моделирования оборудования для решения прямых и обратных задач многокомпонентных многопоточных многоступенчатых энергетических комплексов различного назначения.

Ключевые слова: методология матричного моделирования, многокомпонентные многопоточные многоступенчатые энергетические комплексы, матричные модели, матричная формализация, баланс энергии, баланс массы, обратная задача, прямая задача

Alexey Evgenievich Barochkin

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Thermal Power Plants Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-99-13, e-mail: admin@tes.ispu.ru

Methodology of matrix modeling of multicomponent multiflow multi-stage energy complexes

Abstract

Background. Traditionally, heat transfer problems are solved in relation to two-flow systems in which heat exchange is carried out between hot and cold coolants. However, along with two-flow systems, there are often multiflow systems in which the number of coolant flows is three or more. In addition, each energy carrier stream may consist of several components, and the installation may include several stages. Thus, the development of universal approaches and methods for modeling, calculation, and optimization of multi-component multiflow multistage energy complexes within the framework of a unified methodology is an urgent scientific and practical task.

Materials and methods. A methodology of matrix formalization of modeling heat and mass transfer processes is based on methods and approaches of matrix description of heat and mass transfer systems in energy complexes.

Results. The approaches and methods of modeling energy power installations are summarized. Within the framework of the matrix description methodology, the rules and approaches to the development of models of heat and mass transfer processes are formulated in relation to multicomponent multiflow multistage energy complexes. The authors have proposed a solution to the inverse problems with and without considering a phase transition in coolants.

Conclusions. Analysis of formulated and solved problems within the framework of the proposed methodology allows us to recommend the use of methods and approaches of matrix modeling of equipment to solve direct and inverse problems for multicomponent multiflow multistage energy complexes for various purposes.

Key words: methodology of matrix modeling, multicomponent multiflow multistage energy complexes, matrix models, matrix formalization, energy balance, mass balance, inverse problem, direct problem

DOI: 10.17588/2072-2672.2024.3.064-070

Эффективное функционирование, развитие и совершенствование энергетических теплообменных систем, включающих большое число подсистем и связей между ними, во многом сдерживается отсутствием методов расчета и современных компьютерных комплексов, позволяющих адекватно прогнозировать состояние таких систем во всем диапазоне нагрузок оборудования [1–10]. Традиционно задачи теплотрансфера решаются применительно к двухпоточным системам, в которых теплообмен осуществляется между горячим и холодным теплоносителями. Однако наряду с двухпоточными системами нередко встречаются многопоточные системы, в которых число потоков теплоносителей составляет три и более. К таким установкам можно отнести пластинчатые и спиральные теплообменные аппараты, конденсаторы теплофикационных турбин со встроенными пучками, контактные аппараты, градирни, многоступенчатые испарительные установки и конденсационные котлы. Кроме этого, каждый поток энергоносителя может состоять из нескольких компонентов. Под компонентами в данном случае понимают

различные фазовые состояния одного вещества (например, вода и пар) или разные компоненты смеси, отличающиеся физическими или химическими свойствами (крупностью зерен для сыпучих материалов или разными температурами кипения смеси жидкостей). Для проведения теплотехнических расчетов с такими смесями обычно выполняется усреднение значений теплофизических параметров компонентов. Однако в ряде технологий на основе различия теплофизических свойств, в частности различия температур кипения компонентов, реализуются процессы по разделению этих компонентов, например при перегонке или ректификации продуктов в пищевой и нефтехимической промышленности. В этом случае именно различия в теплофизических свойствах компонентов необходимо учитывать при расчете теплообменных процессов.

Разработка новых общих подходов и методов моделирования многокомпонентных многопоточных многоступенчатых теплообменных аппаратов, использование этих подходов и методов для определения мероприятий, обеспечивающих эффектив-

ное функционирование энергетических систем [11–15], являются актуальной задачей, стоящей перед энергетикой и смежными отраслями промышленности.

Целью исследования является повышение эффективности функционирования многокомпонентных многопоточных многоступенчатых энергетических систем и установок путем их моделирования, расчета и оптимизации.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Разработка обобщенной методологии матричного математического описания процессов формирования энерго- и массопотоков в многокомпонентных многопоточных многоступенчатых энергетических установках.

2. Постановка и решение прямых и обратных задач процессов теплообмена в многокомпонентных многопоточных многоступенчатых энергетических системах и комплексах в рамках предложенной методологии.

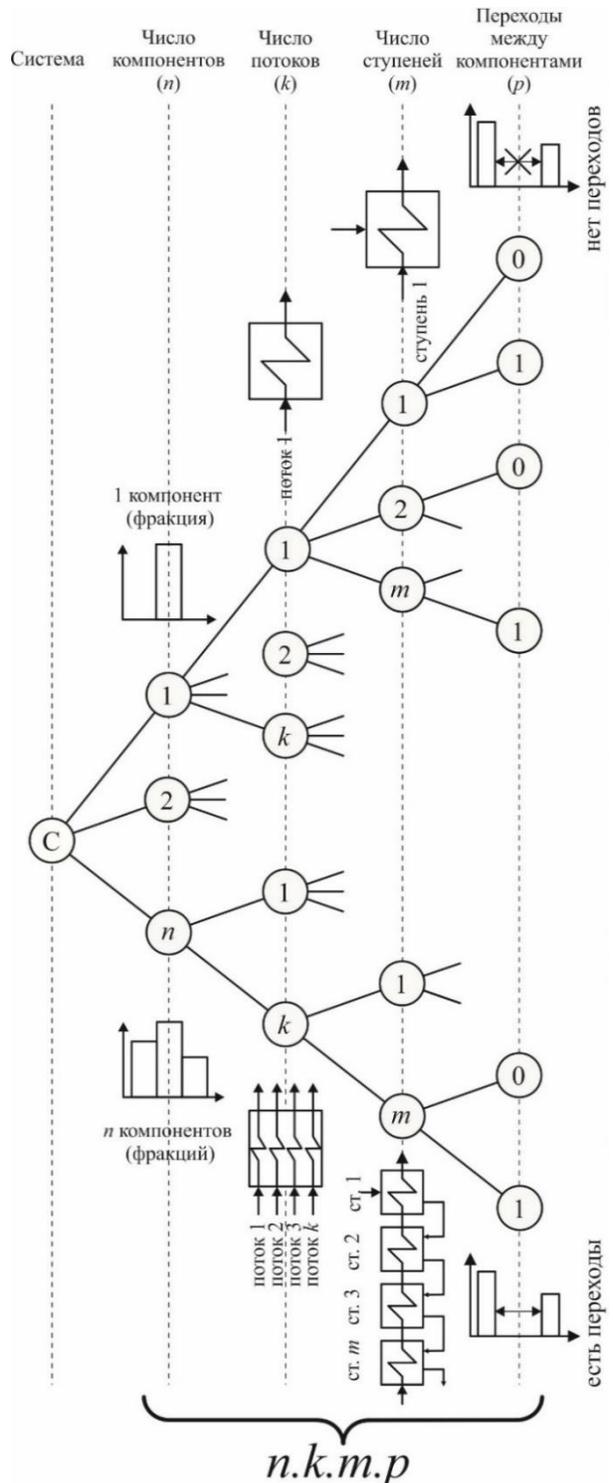
Под методологией в узком смысле слова понимается совокупность процедур, приемов и методов, объединенных в единую конструктивную программу и служащих средствами для постижения того или иного объекта научного знания [16].

Под методологией матричного моделирования теплообмена в данном случае понимается совокупность процедур, приемов и методов матричного описания теплообменных устройств различного назначения.

По способу использования математических моделей в инженерной практике, следует выделять прямые и обратные задачи [11–12]. Прямые задачи обычно ориентированы на проведение поверочных расчетов, при выполнении которых предполагается подбор оборудования из стандартного ряда при фиксированных конструктивных параметрах и проверяются возможности использования этого оборудования для конкретного случая. В обратных задачах на основе математической модели реализуются, как правило, проектные расчеты, которые ориентированы на выбор конструктивных и режимных параметров, обеспечивающих эффективную работу оборудования.

Большое количество исследований теплообмена в сложных энергетических установках представлены в отечествен-

ных и зарубежных публикациях [1–10, 12]. Для эффективного анализа задач теплообмена в многокомпонентных многопоточных многоступенчатых технологических системах предложена система классификации и кодификации задач, представленная на рисунке.



Классификация и кодификация систем теплообмена по числу ступеней, числу потоков, числу компонентов и возможности перехода между компонентами (фракциями) теплоносителей

Представленная система кодификации построена следующим образом. Код состоит из чисел, разделенных точками: первое слева число кода показывает количество компонентов, второе – количество потоков, третье – количество ступеней, а четвертое – наличие (1) или отсутствие (0) возможного перехода между компонентами. Например, код задачи 1.1.1.0 показывает, что моделируемая система однокомпонентная однопоточная одноступенчатая при отсутствии возможных переходов между компонентами. Код 1.2.1.0 соответствует задаче описания однокомпонентных двухпоточных одноступенчатых систем, код 1.2.*m*.0 – однокомпонентных двухпоточных многоступенчатых (*m* ступеней) систем. Предложенная система классификации и кодификации позволяет более четко определить класс задачи и ориентироваться в степени ее изученности.

Общие принципы построения моделей в рамках матричной методологии моделирования рассмотрим и прокомментируем на ряде примеров постановок задач и их решений, которые выполнены в рамках предложенной методологии. Часть задач сформулирована и решена с участием автора, постановка других задач снабжена ссылками на литературные источники, часть задач намечена для решения в дальнейших исследованиях, что во многом стало возможным благодаря предложенной системе классификации.

Задача матричного моделирования двухпоточных одноступенчатых систем (задача моделирования четырехполюсника) (код 1.2.1.0) подробно представлена в [8, 12]. Уравнения теплопередачи первоначально записываются в виде системы двух дифференциальных уравнений, а их решения представляются в матричном виде [8]:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{X}_0, \quad (1)$$

где $\mathbf{X} = [t_1 \ t_2]'$ – матрица-столбец размера 2×1 искомых параметров; $\mathbf{X}_0 = [t_{10} \ t_{20}]'$ – матрица-столбец размера 2×1 заданных параметров; t – температура; индекс 1 относится к горячему теплоносителю, 2 – к холодному теплоносителю, 0 – к начальным условиям; верхний индекс ' означает транспонирование матрицы; $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}$, $i = \overline{1,2}$;

$j = \overline{1,2}$ – матрица размера 2×2 известных коэффициентов [12].

Для заданных значений температур теплоносителей на входе в ступень уравнение (1) позволяет определить параметры теплоносителей на выходе ступени согласно выражению

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{X}_0, \quad (2)$$

где возведение матрицы в степень (-1) соответствует обращению матрицы.

При наличии фазового перехода в одном или обоих теплоносителях также удастся представить модель ступени в матричном виде, аналогичном (1). Однако при наличии фазового перехода состояние теплоносителя описывается степенью его превращения или степенью сухости, при этом температура теплоносителя считается постоянной. Уравнения (1) и (2) показывают типичный пример представления модели в рамках методологии матричной формализации. Большинство рассматриваемых ниже моделей удастся представить в аналогичном матричном виде, при этом размер и выражения для коэффициентов матриц для разных моделей соответственно различаются.

Задача матричного моделирования трехпоточных одноступенчатых систем (задача моделирования шестиполюсника) (код 1.3.1.0). Выше представлено решение задачи матричного описания двухпоточных теплообменных аппаратов, ступень которых имеет вид четырехполюсника с двумя входными и двумя выходными потоками. Однако число потоков на входе или выходе реального аппарата может быть больше двух. На практике в теплообменные аппараты, помимо двух основных потоков холодного и горячего теплоносителей, часто направляются дополнительные потоки, обусловленные дренированием, продувкой или аварийными режимами системы. Подача перечисленных потоков теплоносителей может производиться в разные точки теплообменного аппарата, что обуславливает разную эффективность анализируемых процессов. В рамках методологии матричной формализации удалось получить описание трехпоточной ступени аппарата аналогично уравнению (1) [12], а его решение – в виде (2). Матрица \mathbf{A} для двухпоточной ступени теплообмена имеет размер 2×2 , а для трехпоточной – 3×3 эле-

мента. Полученные решения для трехпоточной ступени позволили проанализировать зависимость эффективности теплообмена от направления движения трех потоков. Для трехпоточной ступени возможны 4 варианта организации потоков [12]. Схема с противотоком между первым и вторым и прямотоком между вторым и третьим теплоносителями оказалась наиболее эффективной схемой движения потоков с точки зрения максимального теплосъема с горячего теплоносителя.

Задача матричного моделирования четырехпоточных одноступенчатых систем (задача моделирования восьмиполюсника) (код 1.4.1.0). Аналогично полученным выше решениям для двухпоточных и трехпоточных ступеней записывается решение для четырехпоточной ступени теплообмена [12]. При этом модель и ее решение в матричном виде представляются аналогично уравнениям (1)–(2), в этом случае меняются соответственно размер и элементы матриц, которые подробно представлены в [12]. Получено решение модели для четырехпоточной ступени теплообменника для восьми возможных вариантов движения теплоносителей относительно друг друга. В качестве критерия эффективности теплообмена при сопоставлении схем движения выбрана температура горячего теплоносителя на выходе. Найдено оптимальное сочетание направлений движения четырех потоков. Выполненный расчетный анализ показал, что наиболее эффективная схема организации движения потоков противоток–прямоток–прямоток, которая позволяет обеспечить минимальное значение температуры горячего теплоносителя на выходе аппарата при минимальном значении площади поверхности теплообмена.

Задача моделирования многоступенчатых систем произвольной структуры, каждая ступень которой представлена четырехполюсником (код 1.2.m.0). Тепловые схемы станций и сложные теплообменные аппараты представляются в данном случае многоступенчатой системой, каждая ступень которой моделируется четырехполюсником, при этом связь между ступенями описывается матрицами коммутаций, структура которых подробно комментируется в [8]. Итоговая матричная модель опять сводится к виду (1), матрица \mathbf{A} имеет размер $2m \times 2m$, где

m – число ступеней. Предложенная матричная модель позволяет в рамках единого подхода проводить расчетный анализ многоступенчатых систем и подсистем энергетических установок в целях определения условий их эффективного функционирования и оптимизации режимов оборудования ТЭС.

Задача моделирования многоступенчатых сложных систем, каждая ступень которых имеет произвольное число входных и выходных потоков (код 1.n.m.0). Выполненный анализ показал, что метод матричной формализации для сложных структур тепломассообменных систем для ступени в виде четырехполюсника нуждается в обобщении на случай произвольного числа входных и выходных потоков ступени. Каждая ступень сложной системы теплообменных аппаратов на ТЭС может иметь произвольное число потоков на входе и на выходе ступени. Для описания таких систем получено матричное описание в виде, аналогичном (1). Порядок использования и возможности предложенного подхода продемонстрированы на примере четырехступенчатой трехпоточной системы теплообменных аппаратов, для которой получены и проанализированы решения модели [12].

Задача моделирования многопоточных энергетических систем. В рамках методологии матричной формализации разработана модель паротурбинной установки и единый подход к математическому описанию ТЭС как многопоточной энергетической системы с учетом модели подсистемы конденсационной установки [15]. На примере модели паротурбинной установки в рамках этого подхода получены и проанализированы решения модели для построения энергетических характеристик теплофикационного турбоагрегата, выполнено сравнение результатов расчета с энергетическими характеристиками действующего турбоагрегата, показана достоверность и обоснованность предложенного подхода. В результате учета модели подсистемы конденсационной установки в расчетной модели паротурбинной установки [15] удалось уменьшить средние относительные погрешности с 10–15 % до 0,6 %.

Задача моделирования многоступенчатых систем тепломассообмена с учетом скользящей границы фазового перехода. Предметом исследования на

данном этапе является математическая модель процесса тепломассообмена при противоточном движении теплоносителей в многопоточном теплообменнике при скользящей границе фазового перехода. Новая модель была получена на основании тепловых балансов на элементарном участке теплообмена для описания процессов в контактном экономайзере [14]. Для утилизации влаги из дымовых газов необходим перевод водяных паров в жидкое состояние. Многопоточность теплообменного аппарата в данном случае обуславливается наличием как минимум трех теплоносителей: сухие дымовые газы, водяные пары и охлаждающая вода. В контактных экономайзерах часто реализуется противоточная схема движения теплоносителей. Вода струями или в виде пленки стекает сверху вниз, а смесь дымовых газов и водяных паров подается снизу и движется навстречу охлаждающей воде. Сложность моделирования усугубляется возможным изменением положения границы начала фазового перехода при изменении нагрузки или режима работы установки. Решение описанной задачи, полученное в рамках матричной методологии, подробно представлено в [14].

Решение обратной задачи теплопередачи для двухпоточных одноступенчатых теплообменных аппаратов без фазового перехода в теплоносителях. Предметом исследований является метод решения обратной задачи теплопередачи в многопоточных теплообменных аппаратах без учета фазового перехода в теплоносителях. Предложенное математическое описание многопоточных теплообменных аппаратов в виде системы линейных дифференциальных уравнений, найденное аналитическое решение в виде зависимости температуры теплоносителей вдоль поверхности нагрева записаны в виде четырех линейных уравнений в матричном виде, что позволило получить решения для шести возможных вариантов задания исходных данных для задач проектирования аналогичных установок [14].

Решение обратной задачи теплопередачи для трехпоточных одноступенчатых теплообменных аппаратов без фазового перехода в теплоносителях. Представлена постановка и решение обратной задачи теплопередачи для трехпоточных теплообменных аппаратов без учета фазового перехода в теплоносителях.

Возможности подхода продемонстрированы на примере контактных многопоточных теплообменников, используемых для утилизации влаги и тепловой энергии дымовых газов котельных установок [14]. В качестве греющих потоков теплоносителей в данных аппаратах рассматриваются дымовые газы и водяные пары, в качестве нагреваемого потока – охлаждающая вода.

Выводы. Расширение и обобщение представленной актуализированной версии методологии матричной формализации моделирования тепломассообменных систем обусловлено включением в нее новых подходов и методов решения представленных прямых и обратных задач с учетом и без учета возможного фазового перехода в теплоносителях. Решения прямых и обратных задач в рамках разработанной расширенной методологии матричной формализации моделирования тепломассообменных процессов для ступени двухпоточной, трехпоточной и четырехпоточной системы и системы, включающей произвольное число ступеней с произвольным числом входных и выходных потоков теплоносителей, позволяют определить актуальные для рассматриваемых условий технологические параметры.

Список литературы

1. **Бродов Ю.М., Савельев Р.З.** Конденсационные установки паровых турбин. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 288 с.
2. **Ледуховский Г.В., Поспелов А.А.** Энергетические характеристики оборудования ТЭС. – Иваново, 2014. – 232 с.
3. **Рыжкин В.Я.** Тепловые электрические станции. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 328 с.
4. **Справочник по теплообменникам:** в 2 т. Т. 1 / пер. с англ.; под ред. О.Г. Мартыненко и др. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 560 с.
5. **Назмеев Ю.Г., Лавыгин В.М.** Теплообменные аппараты ТЭС. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 288 с.
6. **Исаченко В.П.** Теплообмен при конденсации. – М.: Энергия, 1977. – 240 с.
7. **Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С.** Теплопередача. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 416 с.
8. **Жуков В.П., Барочкин Е.В.** Системный анализ энергетических тепломассообменных установок. – Иваново, 2009. – 176 с.
9. **Бажан П.И., Каневец Г.М., Селиверстов В.М.** Справочник по теплообменным аппаратам. – М.: Машиностроение, 1989. – 366 с.

10. Берман С.С., Михеева И.М. Расчет теплообменных аппаратов турбоустановок. – М.: Энергия, 1973. – 320 с.

11. Матричный метод решения обратной задачи теплопередачи в теплообменных аппаратах / В.П. Жуков, А.Е. Барочкин, М.С. Боброва и др. // Вестник ИГЭУ. – 2021. – Вып. 2. – С. 62–69.

12. Жуков В.П., Барочкин Е.В., Барочкин А.Е. Анализ многопоточных тепло-массообменных систем. – Вологда: Инфра-Инженерия, 2024. – 160 с.

13. Барочкин А.Е. Матричный метод при моделировании многокомпонентных и многопоточных энергетических систем и установок ТЭС // Проблемы региональной энергетики. – 2021. – № 4(52). – С. 59–67.

14. Барочкин А.Е. Матричный метод решения обратной задачи теплопередачи в контактных аппаратах с учетом фазового перехода в теплоносителях // Вестник ИГЭУ. – 2021. – Вып. 5. – С. 68–75.

15. Барочкин А.Е. Матричное моделирование и оптимизация паротурбинных установок // Энергосбережение и водоподготовка. – 2022. – № 6(140). – С. 52–59.

16. Ожегов С.И. Словарь русского языка. – М.: Советская энциклопедия, 1973. – 846 с.

References

1. Brodov, Yu.M., Savel'ev, R.Z. *Kondensatsionnye ustanovki parovykh turbin* [Condensing installations of steam turbines]. Moscow: Energoatomizdat, 1994. 288 p.

2. Ledukhovskiy, G.V., Pospelov, A.A. *Energeticheskie kharakteristiki oborudovaniya TES* [Energy characteristics of thermal power plant equipment]. Ivanovo, 2014. 232 p.

3. Ryzhkin, V.Ya. *Teplovye elektricheskie stantsii* [Thermal power plants]. Moscow: Energoatomizdat, 1987. 328 p.

4. Martynenko, O.G. (red.) *Spravochnik po teploobmennikam: v 2 t., t. 1* [Handbook of heat exchangers in 2 vols., vol. 1]. Moscow: Energoatomizdat, 1987. 560 p.

5. Nazmeev, Yu.G., Lavygin, V.M. *Teploobmennye apparaty TES* [Heat exchange devices of thermal power plants]. Moscow: Energoatomizdat, 1998. 288 p.

6. Isachenko, V.P. *Teploobmen pri kondensatsii* [Heat transfer during condensation]. Moscow: Energiya, 1977. 240 p.

7. Isachenko, V.P. Osipova, V.A., Sukomel, A.S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow: Energoatomizdat, 1981. 416 p.

8. Zhukov, V.P., Barochkin, E.V. *Sistemnyy analiz energeticheskikh teplomassoobmennykh ustanovok* [System analysis of energy heat and mass transfer installations]. Ivanovo, 2009. 176 p.

9. Bazhan, P.I., Kanevets, G.M., Seliverstov, V.M. *Spravochnik po teploobmennym apparatam* [Handbook on heat exchangers]. Moscow: Mashinostroenie, 1989. 366 p.

10. Berman, S.S., Mikheeva, I.M. *Raschet teploobmennykh apparatov turboustanovok* [Calculation of heat exchangers of turbine units]. Moscow: Energiya, 1973. 320 p.

11. Zhukov, V.P., Barochkin, A.E., Bobrova, M.S., Belyakov, A.N., Shuvalov, S.I. *Matrichnyy metod resheniya obratnoy zadachi teploperedachi v teploobmennykh apparatakh* [Matrix method for solving the inverse problem of heat transfer in heat exchangers]. *Vestnik IGEU*, 2021, issue 2, pp. 62–69.

12. Zhukov, V.P., Barochkin, E.V., Barochkin, A.E. *Analiz mnogopotochnykh teplomassoobmennykh sistem* [Analysis of multi-flow heat and mass exchange systems]. Vologda: Infra-Inzheneriya, 2024. 160 p.

13. Barochkin, A.E. *Matrichnyy metod pri modelirovanii mnogokomponentnykh i mnogopotochnykh energeticheskikh sistem i ustanovok TES* [Matrix method for modeling multi-component and multi-flow energy systems and thermal power plant installations]. *Problemy regional'noy energetiki*, 2021, no. 4(52), pp. 59–67.

14. Barochkin, A.E. *Matrichnyy metod resheniya obratnoy zadachi teploperedachi v kontaktnykh apparatakh s uchetom fazovogo perekhoda v teplonositelyakh* [Matrix method for solving the inverse problem of heat transfer in contact devices taking into account the phase transition in coolants]. *Vestnik IGEU*, 2021, issue 5, pp. 68–75.

15. Barochkin, A.E. *Matrichnoe modelirovanie i optimizatsiya paroturbinnnykh ustanovok* [Matrix modeling and optimization of steam turbine plants]. *Energoberezhenie i vodopodgotovka*, 2022, no. 6(140), pp. 52–59.

16. Ozhegov, S.I. *Slovar' russkogo yazyka* [Dictionary of the Russian language]. Moscow: Sovetskaya entsiklopediya, 1973. 846 p.