

УДК: 66.011:681.51

**Александр Николаевич Лабутин**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный химико-технологический университет», доктор технических наук, профессор кафедры технической кибернетики и автоматике, Россия, Иваново, e-mail: lan@isuct.ru

**Анатолий Алексеевич Андреев**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный химико-технологический университет», студент, Россия, Иваново, телефон (4932) 32-72-26

**Елена Александровна Шуина**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой высшей математики, Россия, Иваново, e-mail: HM\_ISPU@mail.ru

**Юлия Николаевна Пономарева**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный химико-технологический университет», аспирант кафедры технической кибернетики и автоматике, Россия, Иваново, телефон (4932) 32-72-26

## **Сравнительный анализ вариантов построения алгоритмов управления температурой в химическом реакторе**

### **Авторское резюме**

**Состояние вопроса.** В условиях повышенной потребности к качеству и эффективности систем управления объектами различной природы, например химическими реакторами, целесообразно применение принципа управления по вектору состояния, а не исключительно по выходной координате. Использование современных методов синтеза алгоритмов управления наталкивается на трудности, связанные с многомерностью и нелинейностью объектов, с параметрической неопределенностью моделей и неполной измеримостью вектора состояния.

**Материалы и методы.** Для синтеза алгоритмов управления температурой в химическом реакторе использованы метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов и метод модального управления на базе регулятора состояния. Проблема неполной измеримости вектора состояния решена путем декомпозиции – редукции модели объекта.

**Результаты.** Синтезированы два нелинейных алгоритма управления температурой методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов и два алгоритма на базе регулятора состояния с использованием редуцированной линеаризованной модели объекта. Исследованы свойства инвариантности, ковариантности и робастности системы управления с различными алгоритмами путем моделирования системы управления с использованием исходной нелинейной модели объекта.

**Выводы.** Нелинейный алгоритм с интегральной составляющей, синтезированный методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов, демонстрирует наилучшие показатели качества переходных процессов управления.

**Ключевые слова:** химический реактор, нелинейный многомерный объект, аналитическое конструирование агрегированных регуляторов, модальное управление, регулятор состояния

**Alexander Nikolaevich Labutin**

Ivanovo State University of Chemistry and Technology, Doctor of Engineering Sciences, (Post-doctoral degree), Professor of Technical Cybernetics and Automation Department, Russia, Ivanovo, e-mail: lan@isuct.ru

**Anatoly Alekseevich Andreenkov**

Ivanovo State University of Chemistry and Technology, Student, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 32-72-26

**Elena Alexandrovna Shuina**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, (Post-doctoral degree), Professor, Head of Higher Mathematics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: HM\_ISPU@mail.ru

**Yulia Nikolaevna Ponomareva**

Ivanovo State University of Chemistry and Technology, Postgraduate Student of Technical Cybernetics and Automation Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 32-72-26

## Comparative analysis of options for temperature control algorithms design in a chemical reactor

### Abstract

**Background.** In conditions of increased demand for the quality and efficiency of control systems for objects of various nature, for example, chemical reactors, it is advisable to apply the principle of state vector control, and not only the principle of output coordinate control. Application of modern methods of synthesis of control algorithms encounters difficulties associated with the multidimensionality and nonlinearity of objects, the parametric uncertainty of models and noncomplete measurability of the state vector.

**Materials and methods.** To synthesize the temperature control algorithms in a chemical reactor, the method of analytical design of aggregated regulators and the method of modal control based on a state controller have been used. The problem of noncomplete measurability of the state vector has been solved by decomposition, reduction of the object model.

**Results.** The authors have synthesized two nonlinear algorithms of temperature control using the method of the analytical design of aggregated regulators and two algorithms based on state controller using a reduced linearized object model. The properties of invariance, covariance, and robustness of the control system with various algorithms are investigated by modeling the control system using the initial nonlinear model of the object.

**Conclusions.** The best quality indicators of transient control processes are demonstrated by a nonlinear algorithm with an integral component synthesized by the method of analytical design of aggregated regulators.

**Key words:** chemical reactor, nonlinear multidimensional object, analytical design of aggregated regulators, modal control, state controller

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2024.3.078-086

**Введение.** Одной из проблем современной прикладной теории управления является аналитический синтез алгоритмов управления многомерными нелинейными объектами в условиях неполной информации о значениях параметров моделей и возможности измерения переменных состояния в реальном масштабе времени [1–3]. Данная задача особенно актуальна на ранних стадиях интегрированного проектирования объекта (технологического процесса) и системы управления при повышенных требованиях к показателям качества процесса управления и робастности алгоритмов [4–5].

Модель объекта управления, как правило, задается в пространстве состояний в форме нелинейной или линеаризованной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Учитывая изложенное и современные достижения (результаты) прикладной теории управления [1, 4, 6, 8], можно сделать заключение, что целесообразно применение принципа управления по вектору состояния. Реализовать этот принцип предлагается двумя способами: синтез алгоритма управления методом аналитическо-

го конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) с использованием исходной нелинейной модели объекта и синтез алгоритма на базе регулятора состояния (РС) с использованием линеаризованной модели.

Ниже ставится и решается задача синтеза и анализа альтернативных алгоритмов управления температурой в жидкофазном химическом реакторе при отсутствии измерений концентраций компонентов реакции в реальном масштабе времени.

**Математическое описание и анализ объекта управления.** Объектом управления является жидкофазный химический реактор емкостного типа, в котором реализуется двухстадийная экзотермическая реакция:



где  $A$  и  $B$  – исходные реагенты;  $P_1$  – целевой продукт;  $P_2$  – побочный продукт;  $k_1, k_2$  – константы скоростей стадий.

В реактор емкостного типа с механической мешалкой объемом  $V$  подаются исходные компоненты отдельными потоками. Смесь из реактора забирается насосом. Режим работы реактора политропический (политермический). Для отвода тепла

и стабилизации температуры в реакторе аппарат снабжен рубашкой, в которую поступает хладагент.

Математическая модель динамики объекта при допущении о постоянстве уровня имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= f_1(\cdot) = \frac{1}{V} [v_1 C_{\text{Авх}} - (v_1 + v_2)x_1 + \\ &+ V(-k_1 x_1 x_2 - k_2 x_1 x_3)]; \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= f_2(\cdot) = \frac{1}{V} [v_2 C_{\text{Бвх}} - (v_1 + v_2)x_2 + V(-k_1 x_1 x_2)]; \\ \frac{dx_3}{d\tau} &= f_3(\cdot) = \frac{1}{V} [-(v_1 + v_2)x_3 + V(k_1 x_1 x_2 - k_2 x_1 x_3)]; \\ \frac{dx_4}{d\tau} &= f_4(\cdot) = \frac{1}{V} [v_1 t_1 + v_2 t_2 - (v_1 + v_2)x_4 - \\ &- \frac{\beta}{\rho c_T} (x_4 - x_5) + \frac{V}{\rho c_T} (k_1 x_1 x_2 \Delta H_1 + k_2 x_1 x_3 \Delta H_2)]; \\ \frac{dx_5}{d\tau} &= f_5(\cdot) = \frac{1}{V_{\text{хл}}} [v_{\text{хл}} (t_{\text{хлвх}} - x_5) + \frac{\beta}{\rho_{\text{хл}} c_{\text{хл}}} (x_4 - x_5)], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_i|_{\tau=0} = x_i^0$  – значения переменных в стационаре;  $x_1, x_2, x_3$  – концентрации веществ А, В, Р<sub>1</sub>;  $x_4, x_5$  – температура реакционной смеси и хладагента в рубашке соответственно;  $v_1, v_2$  – расходы потоков исходных компонентов;  $C_{\text{Авх}}, C_{\text{Бвх}}$  – концентрации исходных компонентов;  $V$  – объем смеси в реакторе;  $V_{\text{хл}}$  – объем хладагента в рубашке;  $t_1, t_2$  – температуры входных потоков;  $t_{\text{хлвх}}$  – температура хладагента на входе в аппарат;  $v_{\text{хл}}$  – расход хладагента на входе и выходе из аппарата;  $\rho$  и  $c_T$  – плотность и теплоемкость смеси в реакторе;  $\rho_{\text{хл}}$  и  $c_{\text{хл}}$  – плотность и теплоемкость хладагента в рубашке;  $\Delta H_i$  ( $i = 1, 2$ ) – тепловой эффект соответствующей стадии реакции;  $\beta$  – параметр теплообмена;  $k_i = k_{i0} \exp\left(-\frac{E_i}{R(273 + x_4)}\right)$ ,  $i = 1, 2$ , – температурная зависимость констант скоростей;  $E_i$  – энергия активации;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Исходя из требований к содержанию побочного продукта Р<sub>2</sub> в реакционной смеси при заданной нагрузке на аппарат по исходным реагентам были определены режимно-технологические и конструктивные параметры процесса в стационарном установившемся режиме функционирования объекта:  $V = 10 \text{ м}^3$ ;  $v_1 = 0,3 \text{ м}^3/\text{мин}$ ;  $v_2 = 0,7 \text{ м}^3/\text{мин}$ ;  $C_{\text{Авх}} = 20 \text{ кмоль}/\text{м}^3$ ;

$C_{\text{Бвх}} = 10 \text{ кмоль}/\text{м}^3$ ;  $k_{10} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ м}^3/(\text{кмоль} \cdot \text{мин})$ ;  $k_{20} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ м}^3/(\text{кмоль} \cdot \text{мин})$ ;  $t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $t_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $E_i = 66520 \text{ кДж}/\text{кмоль}$ ;  $\Delta H_1 = 65000 \text{ кДж}/\text{кмоль}$ ;  $\Delta H_2 = 60000 \text{ кДж}/\text{кмоль}$ ;  $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ ;  $\rho_{\text{хл}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ ;  $c_T = 4,18 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ ;  $t_{\text{хл}}^{\text{вх}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $V_{\text{хл}} = 5,8 \text{ м}^3$ ;  $v_{\text{хл}} = 1,18 \text{ м}^3/\text{мин}$ ;  $\beta = 3530 \text{ кДж}/\text{град} \cdot \text{мин}$ ;  $x_1^0 = 0,829 \text{ кмоль}/\text{м}^3$ ;  $x_2^0 = 2,51 \text{ кмоль}/\text{м}^3$ ;  $x_3^0 = 3,808 \text{ кмоль}/\text{м}^3$ ;  $x_4^0 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $x_5^0 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Задача управления химическим реактором заключается в стабилизации температуры смеси в аппарате на заданном значении  $x_4 = x_4^{\text{зад}}$  в условиях действия возмущений или в отслеживании задающего воздействия  $x_4^{\text{зад}}$  при переводе объекта с одного режима на другой. В качестве управляющего воздействия выступает расход хладагента  $u = \Delta v_{\text{хл}}$ .

В целях исследования общесистемных свойств объекта (устойчивости, управляемости и наблюдаемости) осуществлена линеаризация математической модели в окрестности стационарного положения.

В общем виде линеаризованная математическая модель запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\bar{x}}{d\tau} &= A\Delta\bar{x} + Bu, \\ y &= C\Delta\bar{x}, \Delta\bar{x}|_{\tau=0} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Delta\bar{x} = (\Delta x_1 \ \Delta x_2 \ \Delta x_3 \ \Delta x_4 \ \Delta x_5)^T$  – вектор состояния;  $u = \Delta v_{\text{хл}}$  – управление; А, В – матрицы состояния и управления; у – выходная переменная ( $\Delta x_4$ ); С – матрица выхода.

При заданных выше значениях технологических параметров матрицы А, В и С запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} A &= \{a_{ij}\} = \\ &= \begin{bmatrix} -0,722 & -0,178 & -0,018 & -0,033 & 0 \\ -0,54 & -0,278 & 0 & -0,029 & 0 \\ 0,458 & 0,178 & -0,118 & 0,024 & 0 \\ 9,569 & 2,772 & 0,256 & 0,325 & 0,084 \\ 0 & 0 & 0 & 0,146 & -0,349 \end{bmatrix}; \\ B &= \{b_i\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4,31 \end{bmatrix}; \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1], \end{aligned}$$

где  $a_{ij} = \partial f_i / \partial x_j|_{\bar{x}^0}$ ;  $b_i = \partial f_i / \partial u|_{\bar{x}^0}$ ;  $i, j = \overline{1, 5}$ .

Собственные числа матрицы  $A$  (корни характеристического полинома  $\det(I s - A) = 0$ ):  $s_{1,2} = -0,367 \pm 0,182i$ ;  $s_{3,4} = -0,154 \pm 0,014i$ ;  $s_5 = -0,1$ .

Все собственные числа имеют отрицательные вещественные части, следовательно, объект обладает свойством устойчивости положения равновесия [4]. Для исследования свойства управляемости объекта в пространстве состояний построена и вычислена матрица управляемости:

$$M_u = [B : AB : A^2B : A^3B : A^4B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,012 & -0,011 & 0,006 \\ 0 & 0 & 0,01 & -0,01 & 0,006 \\ 0 & 0 & -0,009 & 0,009 & -0,005 \\ 0 & -0,364 & 0,009 & 0,096 & -0,079 \\ -4,31 & 1,505 & -0,578 & 0,203 & -0,057 \end{bmatrix}.$$

Ранг матрицы  $M_u$  равен 4, следовательно, объект не обладает свойством полной управляемости в пространстве состояний, поэтому управление всем вектором переменных состояния невозможно.

В связи с неизмеримостью концентраций компонентов проведено исследование свойства наблюдаемости объекта в пространстве состояний – построена и вычислена матрица наблюдаемости:

$$M_n = [C^T : A^T C^T : (A^T)^2 C^T : (A^T)^3 C^T : (A^T)^4 C^T] = \begin{bmatrix} 0 & 9,569 & -3,783 & 0,663 & 0,227 \\ 0 & 2,772 & -1,127 & 0,209 & 0,061 \\ 0 & 0,256 & -0,08 & 0,006 & 0,009 \\ 1 & 0,471 & -0,276 & 0,085 & -0,01 \\ 1 & -0,265 & 0,132 & -0,069 & 0,031 \end{bmatrix},$$

Ранг матрицы  $M_n$  равен 4, следовательно, объект не обладает свойством наблюдаемости в пространстве состояний. В силу отсутствия управляемости и наблюдаемости объекта для синтеза алгоритма управления температурой требуется провести декомпозицию – редукцию математической модели.

#### Синтез алгоритмов управления.

Задача редукции исходной нелинейной модели (1)–(2) решается следующим образом. Запишем математическую модель тепловой подсистемы:

$$\begin{aligned} \frac{dx_4}{dt} &= f_4 + \frac{\beta_1}{V} x_5 + \Delta Q_p, \\ \frac{dx_5}{dt} &= f_5 + \frac{t_{хлвх} - x_5}{V_{хл}} \Delta V_{хл}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$f_4 = \frac{1}{V} [v_1 t_1 + v_2 t_2 - (v_1 + v_2) x_4 - \beta_1 x_4 + V Q_p^0];$$

$$f_5 = \frac{1}{V_{хл}} [v_{хл} (t_{хлвх} - x_5) + \beta_2 (x_4 - x_5)]; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\rho C_T};$$

$$\beta_2 = \frac{\beta}{\rho_{хл} C_{хл}}.$$

Влияние химической подсистемы на тепловую учитывается наличием в правой части уравнения теплового баланса двух слагаемых:  $Q_p^0 = \frac{1}{\rho C_T} (k_1 x_1^0 x_2^0 \Delta H_1 + k_2 x_1^0 x_3^0 \Delta H_2)$  – тепловыделение в стационарном состоянии;  $\Delta Q_p = \Delta Q_p(\Delta x_i)$  – отклонение тепловыделения, обусловленное изменением концентраций веществ.

Синтез алгоритма управления методом АКАР для каскадно-связанной системы управления тепловым режимом аппарата приведен в [9]. Модель тепловой подсистемы в [9] совпадает с моделью (4), за исключением величины

$$Q_p^0 = \frac{1}{\rho C_T} (k_1 x_1^0 x_2^0 \Delta H), \text{ так как в [9] рассмат-}$$

ривалась реакция  $A + B \xrightarrow{k_1} P_1$ . Полученный нелинейный закон управления температурой имеет вид

$$u_2 = \Delta v_{хл} = - \frac{V_{хл}}{(t_{хлвх} - x_5)} \times \left( \frac{1}{T_2} \left[ x_5 + \frac{V}{T_1 \beta_1} (x_4 - x_4^{\text{зад}}) + \frac{f_4 V}{\beta_1} \right] + f_5 \right), \quad (5)$$

где  $x_4^{\text{зад}}$  – заданное значение температуры в реакторе;  $T_1 > 0$  и  $T_2 > 0$  – параметры настройки регулятора, уточняемые в процессе моделирования ( $T_1 = 5$  мин,  $T_2 = 0,567$  мин).

Для того чтобы ввести интегральную составляющую в алгоритм (5), расширим математическую модель объекта (4) путем введения дополнительной переменной состояния  $z$ , подчиняющейся уравнению

$$\dot{z} = (x_4 - x_4^{\text{зад}}) \quad (z = \int_0^{\infty} (x_4 - x_4^{\text{зад}}) \cdot dt).$$

Астатический алгоритм управления температурой имеет вид

$$u_2 = \Delta v_{\text{хл}} = -\frac{V_{\text{хл}}}{(t_{\text{хлвх}} - x_5)} \left( \frac{1}{T_2} \left[ x_5 + \frac{V}{\beta_1} \left( \frac{1}{T_1} + \gamma \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (x_4 - x_4^{\text{зад}}) + \frac{V}{\beta_1} \frac{\gamma}{T_1} z + \frac{f_4 V}{\beta_1} \right] + f_5 \right), \quad (6)$$

где  $T_1 = 2,941$  мин,  $T_2 = 0,567$  мин,  $\gamma = 0,3$  – настроечные параметры.

Закон управления (6) отличается от (5) коэффициентом при пропорциональной составляющей ( $x_4 - x_4^{\text{зад}}$ ) и наличием интегральной составляющей  $z$ . При  $\gamma = 0$  соотношение (6) переходит в (5).

Для решения задачи синтеза алгоритма на базе РС проведем декомпозицию полной линеаризованной модели (3) на химическую и тепловую подсистемы. Модель тепловой подсистемы имеет следующий вид:

$$\frac{d\Delta x_4}{d\tau} = a_{41}\Delta x_1 + a_{42}\Delta x_2 + a_{43}\Delta x_3 + \\ + a_{44}\Delta x_4 + a_{45}\Delta x_5, \quad (7) \\ \frac{d\Delta x_5}{d\tau} = a_{54}\Delta x_4 + a_{55}\Delta x_5 + b\Delta v_{\text{хл}}.$$

Предполагается, что в системе (7) приращения переменных состояния  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ , (концентраций веществ) обусловлены отклонением температуры процесса от статического значения ( $\Delta x_4$ ), что приводит к изменению констант скоростей. Учитывая, что, согласно модели (1),  $x_i = x_i(k_j(x_4))$ ,  $i = \overline{1,3}$ ,  $j = 1,2$ , можно записать

$$\Delta x_i = \left( \sum_{j=1}^2 \frac{\partial x_i}{\partial k_j} \cdot \frac{\partial k_j}{\partial x_4} \right) \Big|_{\bar{x}^0} \cdot \Delta x_4 = d_i \Delta x_4, \quad i = \overline{1,3}. \quad (8)$$

Подставив (8) в первое уравнение (7), получим линеаризованную модель тепловой подсистемы в следующем виде:

$$\frac{d\Delta x_4}{d\tau} = a'_{44} \Delta x_4 + a_{45} \Delta x_5, \quad (9) \\ \frac{d\Delta x_5}{d\tau} = a_{54} \Delta x_4 + a_{55} \Delta x_5 + b \Delta v_{\text{хл}},$$

где  $a'_{44} = a_{41}d_1 + a_{42}d_2 + a_{43}d_3 + a_{44}$ .

Численные значения параметров  $a_{45}, a_{54}, a_{55}, b$  определены в результате линеаризации исходной модели. Оценку параметра  $a'_{44}$  можно получить следующим образом. С использованием полной линеаризованной модели (3) строится кривая разгона по каналам  $\Delta v_{\text{хл}} \rightarrow \Delta x_4$  и  $\Delta v_{\text{хл}} \rightarrow \Delta x_5$  при вы-

бранном значении  $\Delta v_{\text{хл}}$ . Подставив вычисленные установившиеся значения температур  $\Delta x_4^{\text{yc}}$  и  $\Delta x_5^{\text{yc}}$  в модель статики системы (9), вычислим  $a'_{44}$ . Полученная таким образом редуцированная модель запишется в следующем виде:

$$\frac{d\Delta x_4}{d\tau} = -0,124\Delta x_4 + 0,084\Delta x_5, \quad (10) \\ \frac{d\Delta x_5}{d\tau} = 0,146\Delta x_4 - 0,349\Delta x_5 - 4,31\Delta v_{\text{хл}}.$$

Матрицы  $A, B$  и  $C$  редуцированной модели будут иметь вид:

$$A = \begin{bmatrix} -0,124 & 0,084 \\ 0,146 & -0,349 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -4,31 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \quad 1].$$

Собственные числа матрицы  $A$  (корни характеристического полинома  $\det(Is - A) = 0$ ):  $s_1 = -0,394$ ,  $s_2 = -0,079$  – вещественные, отрицательные. Следовательно, объект обладает свойством устойчивости положения равновесия.

Матрица управляемости имеет вид

$$Mu = [B:AB] = \begin{bmatrix} 0 & -0,362 \\ -4,31 & 1,504 \end{bmatrix}.$$

Ранг матрицы  $Mu$  равен  $2 = n$ , следовательно, объект, описываемый моделью (10), управляем в пространстве состояний.

Из этого следует возможность синтеза системы модального управления на базе регулятора состояния [6, 7], формирующего управляющее воздействие как линейную функцию переменных состояния:

$$u = -K\Delta \bar{x} = -k_1\Delta x_4 - k_2\Delta x_5. \quad (11)$$

Параметрический синтез безынерционного регулятора (11) осуществлен с использованием процедуры перехода от описания объекта (10) к представлению в канонической управляемой форме (КУФ):

$$\frac{d\Delta \hat{x}}{d\tau} = \hat{A}\Delta \hat{x} + \hat{B}u, \quad (12) \\ u = -\hat{K}\Delta \hat{x},$$

где  $\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_0 & a_1 \end{bmatrix}$  – сопровождающая матрица

характеристического полинома исходной матрицы  $A$  модели (10):  $\varphi(s) = s^2 + a_1s + a_0$ ;

$a_0 = 0,031$ ;  $a_1 = 0,473$ ;  $\hat{B} = (0 \quad 1)^T$  – вектор коэффициентов управления.

Вектор-строка параметров  $\hat{K}$  в (12) определяется соотношением

$$\hat{k}_i = d_{i-1} - a_{i-1}, \quad i = \overline{1,2},$$

где  $d_{i-1}$  – коэффициенты желаемого характеристического полинома (полинома Ньютона)

$$D(s) = s^2 + d_1s + d_0 = s^2 + 2\omega_0s + \omega_0^2 = (s + \omega_0)^2.$$

Значения среднегеометрического корня  $\omega_0$  при времени регулирования  $\tau_p \approx 20$  мин для выбранного типа и порядка эталонного характеристического полинома определено согласно методике [7]:  $\omega_0 = 0,24$  мин. Коэффициенты регулятора в преобразованной системе (12) примут значения:  $\hat{k}_1 = 0,027$ ;  $\hat{k}_2 = 0,006$ .

Переход к коэффициентам обратной связи исходной системы (10) осуществляется по уравнению

$$K = \hat{K}Pu, \quad (13)$$

где  $Pu = \hat{M}u \cdot Mu^{-1}$  – матрица преобразования исходной системы (10) к КУФ (12);  $Mu$ ,  $\hat{M}u$  – матрицы управляемости объекта, заданного исходной моделью (10) и моделью КУФ (12), соответственно.

Параметры регулятора состояния исходного объекта, согласно (13), примут значения:

$$k_1 = -0,071; \quad k_2 = -0,002.$$

Таким образом, управляющее воздействие запишется следующим образом:

$$u = 0,071\Delta x_4 + 0,002\Delta x_5. \quad (14)$$

По структуре алгоритм (14) является пропорциональным регулятором, который, как известно, не обеспечивает надлежащего отслеживания уставок или возмущающих воздействий по нагрузке в системе. Поэтому желательно введение в алгоритм управления интегральной составляющей, снижающей ошибку регулирования в статике. При этом число переменных состояния, для которых вводится интегральная составляющая, не должно превышать числа управляющих воздействий. В нашем случае целесообразно ввести интегральную составляющую по температуре в реакторе  $\Delta x_4$ . Управление в этом случае определяется соотношением

$$u = -(k_1\Delta x_4 + k_2\Delta x_5) - k_3 \int_0^{\tau} \Delta x_4 d\tau. \quad (15)$$

Для расчета настроек РС с интегральной составляющей сформируется

расширенная модель объекта. Исходная модель (10) дополняется уравнением для вспомогательной переменной  $z$ , подчиняющейся уравнению

$$\frac{dz}{d\tau} = \Delta x_4 \quad \text{или} \quad z = \int_0^{\infty} \Delta x_4 \cdot d\tau. \quad (16)$$

Далее проводились все этапы расчета настроек для расширенной системы уравнений математической модели. Эталонный характеристический полином (полином Ньютона) с желаемым спектром собственных чисел имеет вид

$$D(s) = s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = s^3 + 3\omega_0s^2 + 3\omega_0^2s + \omega_0^3.$$

При этом значение среднегеометрического корня при времени регулирования  $\sim 20$  минут принималось  $\omega_0 = 0,3$  мин<sup>-1</sup>.

Параметры настроек регулятора имеют значения:

$$k_1 = -0,514; \quad k_2 = -0,099; \quad k_3 = -0,075.$$

Выражение (15) в явном виде запишется как

$$u = 0,514\Delta x_4 + 0,099\Delta x_5 + 0,075 \int_0^{\tau} \Delta x_4 d\tau. \quad (17)$$

**Результаты исследования.** В соответствии с сформулированными задачами САУ температурой (стабилизация, слежение) работоспособной будет система, обладающая свойством инвариантности к внешним низкочастотным возмущениям (объект существенно инерционен) и свойством ковариантности с задающим воздействием. Кроме того, САУ должна быть робастной, так как синтез альтернативных вариантов алгоритма управления осуществлялся с использованием декомпозированных (редуцированных) моделей объекта, в то время как реальный объект существенно нелинеен.

В связи с этим исследование работоспособности алгоритмов управления путем моделирования системы проводилось с использованием исходной нелинейной модели объекта (1)–(2) в условиях отсутствия измерений текущих значений концентраций.

На рис. 1 представлены переходные процессы управления (регулируемая переменная и управляющее воздействие) при действии ступенчатого внешнего возмущения по входной концентрации исходного реагента  $A - C_{\text{Авх}}$ .

Анализ представленных зависимостей показывает, что безынерционный регулятор состояния и синергетический алгоритм без интегральной составляющей характеризуются большим значением статической ошибки и не рекомендуются для решения задачи стабилизации. С точки зрения величины перерегулирования и времени регулирования предпочтительно использовать синергетический алгоритм с интегральной составляющей. Анализ результатов исследования свойства ковари-

антности с заданием (рис. 2) приводит к аналогичному выводу.

Анализ робастности системы проводился путем исследования влияния вариации параметра теплопередачи  $\beta$  на показатели качества процесса управления (рис. 3). Наилучшие результаты демонстрирует также синергетический алгоритм с интегральной составляющей, реализующий каскадно-связанное управление температурой.

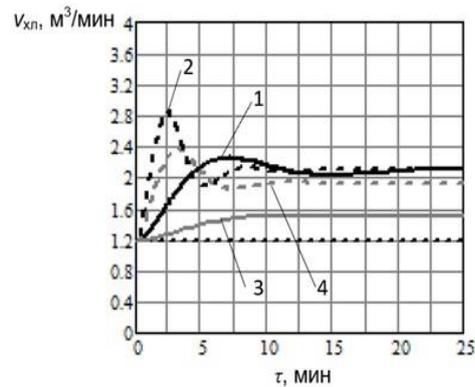
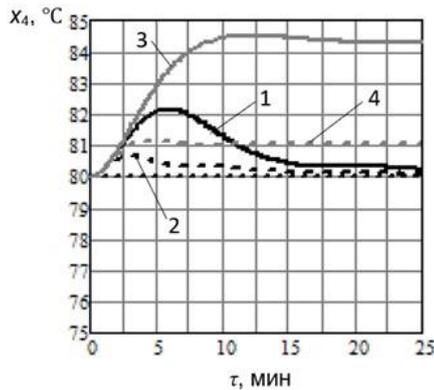


Рис. 1. Переходные процессы управления  $x_4$  при внешнем воздействии  $\Delta C_{\text{ДВХ}} = 0,1 C_{\text{ДВХ}}^0$ : 1 – астатический РС; 2 – астатический синергетический регулятор; 3 – безынерционный РС; 4 – безынерционный синергетический регулятор

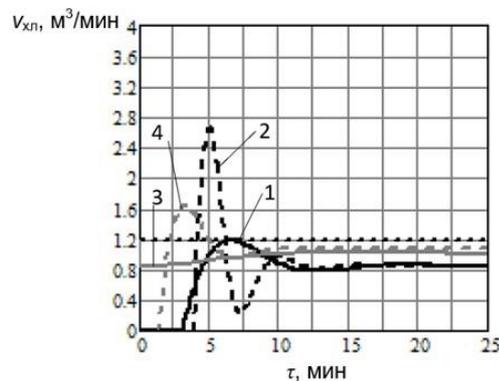
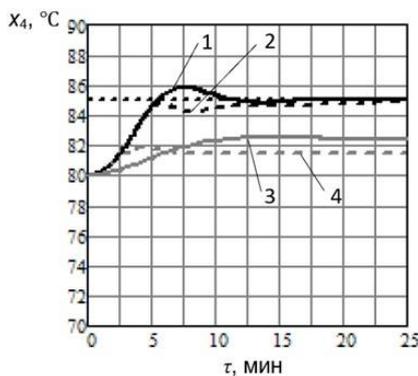


Рис. 2. Переходные процессы управления  $x_4$  при изменении задания  $\Delta x_4^{\text{зад}} = 5$  °С: 1 – астатический РС; 2 – астатический синергетический регулятор; 3 – безынерционный РС; 4 – безынерционный синергетический регулятор

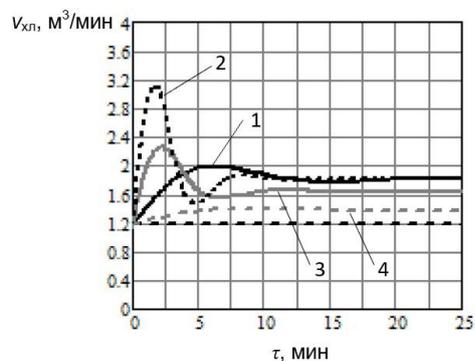
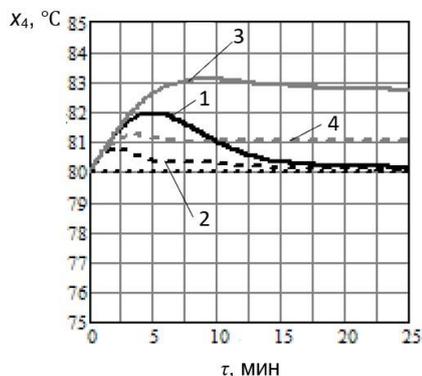


Рис. 3. Переходные процессы управления  $x_4$  при параметрическом возмущении  $\Delta\beta = -0,2\beta$ : 1 – астатический РС; 2 – астатический синергетический регулятор; 3 – безынерционный РС; 4 – безынерционный синергетический регулятор

Необходимо отметить, что удовлетворительное качество переходных процессов управления характерно и для астатического РС, алгоритм реализации которого существенно проще.

**Выводы.** Путем компьютерного моделирования показано, что из четырех алгоритмов управления температурой в химическом реакторе, синтезированных с использованием редуцированных моделей объекта, наилучшие показатели качества переходных процессов управления демонстрирует нелинейный алгоритм с интегральной составляющей, синтезированный методом АКАР. Удовлетворительные результаты характерны и для астатического РС. Данные алгоритмы могут быть рекомендованы к реализации.

### Список литературы

1. **Синергетика** и проблемы теории управления / под ред. А.А. Колесникова. – М.: Физматлит, 2004. – 504 с.

2. **Колесников А.А.** Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. – 2-е изд. – М.: Либроком, 2012. – 240 с.

3. **Анализ** параметрической чувствительности и структурная оптимизация систем модального управления с регуляторами состояния / А.А. Анисимов, Д.Г. Котов, С.В. Тарарыкин, В.В. Тютиков // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2011. – № 5. – С. 18–32.

4. **Тютиков В.В., Тарарыкин С.В.** Робастное модальное управление технологическими объектами. – Иваново, 2006. – 256 с.

5. **Дворецкий Д.С., Дворецкий С.И., Островский Г.М.** Новые подходы к проектированию химико-технологических процессов, аппаратов и систем в условиях интервальной неопределенности. – М.: Изд. дом «Спектр», 2012. – 344 с.

6. **Синтез** систем управления методом модального управления / В.В. Григорьев, Н.В. Журавлева, Г.В. Лукьянова, К.А. Сергеев. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2007. – 108 с.

7. **Методы** классической и современной теории автоматического управления: в 3 т. Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления / под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 736 с.

8. **Гайдук А.Р.** Теория и методы аналитического синтеза САУ. – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.

9. **Analytical** Synthesis of non-linear control algorithms of a chemical reactor thermal mode / A.N. Labutin, M. Vasko, I. Kuric, et al. //

Processes. – 2021. – No. 9. – P. 644. <https://doi.org/10.3390/pr9040644>

10. **Аналитический** синтез нелинейных алгоритмов управления тепловым режимом химического реактора / В.Ю. Невиницын, Ю.Н. Загаринская, Г.В. Волкова, А.Н. Лабутин // Известия СПбГТИ(ТУ). – 2019. – № 50(76). – С. 115–120.

### References

1. Kolesnikov, A.A. (red.) *Sinergetika i problemy teorii upravleniya* [Synergetics and problems of control theory]. Moscow: Fizmatlit, 2004. 504 p.

2. Kolesnikov, A.A. *Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnymi sistemami: teoriya sistemnogo sinteza* [Synergetic methods for managing complex systems: theory of system synthesis]. Moscow: Librokom, 2012. 240 p.

3. Anisimov, A.A., Kotov, D.G., Tararykin, S.V., Tyutikov, V.V. *Analiz parametricheskoy chuvstvitel'nosti i strukturnaya optimizatsiya sistem modal'nogo upravleniya s regulyatorami sostoyaniya* [Parametric sensitivity analysis and structural optimization of modal control systems with state controllers]. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2011, no. 5, pp. 18–32.

4. Tyutikov, V.V., Tararykin, S.V. *Robastnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob'ektami* [Robust modal control of technological objects]. Ivanovo, 2006. 256 p.

5. Dvoretzkiy, D.S., Dvoretzkiy, S.I., Ostrovskiy, G.M. *Novye podkhody k proektirovaniyu khimiko-tekhnologicheskikh protsessov, apparatov i sistem v usloviyakh interval'noy neopredelennosti* [New approaches to the design of chemical technological processes, devices and systems under conditions of interval uncertainty]. Moscow: Izdatel'skiy dom «Spektr», 2012. 344 p.

6. Grigor'ev, V.V., Zhuravleva, N.V., Luk'yanova, G.V., Sergeev, K.A. *Sintez sistem upravleniya metodom modal'nogo upravleniya* [Synthesis of control systems using the modal control method]. Saint-Petersburg: SPbGU ITMO, 2007. 108 p.

7. Egupov, N.D. (red.). *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya: v 3 t., t. 2: Sintez regulyatorov i teoriya optimizatsii sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classical and modern theory of automatic control: in 3 vols., vol. 2: Synthesis of controllers and theory of optimization of automatic control systems]. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Bauman, 2000. 736 p.

8. Gaiduk, A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza SAU* [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems]. Moscow: Fizmatlit, 2012. 360 p.

9. Labutin, A.N., Vasko, M., Kuric, I., Neviniцыn, V.Y., Saga, M., Zagarinskaya, Y.N., Volkova, G.V. *Analytical Synthesis of non-linear control algorithms*

of a chemical reactor thermal mode [Analytical Synthesis of non-linear control algorithms of a chemical reactor thermal mode]. *Processes*, 2021, no. 9, p. 644. <https://doi.org/10.3390/pr9040644>

10. Nevinitsyn, V.Yu., Zagarinskaya, Yu.N., Volkova, G.V., Labutin, A.N. Analiticheskiy sintez

nelineynykh algoritmov upravleniya teplovym rezhimom khimicheskogo reaktora [Analytical synthesis of non-linear control algorithms of a chemical reactor thermal mode]. *Izvestiya SPbGTI(TU)*, 2019, no. 50(76), pp. 115–120.