

## Ячеечная модель гидродинамики реактора с циркуляционным кипящим слоем<sup>1</sup>

А.В. Митрофанов<sup>1</sup>, В.Е. Мизонов<sup>1</sup>, А. Camelo<sup>1</sup>, К. Tannous<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
г. Иваново, Российская Федерация

<sup>2</sup> University of Campinas, Campinas, Brazil  
E-mail: mizonov46@mail.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Реакторы с циркуляционным кипящим слоем широко используются в энергетической, химической и других отраслях промышленности. Их применяют для сжигания угля, древесины и сланцев в топках энергетических котлов и утилизации твердых промышленных отходов, газификации углей и биомассы, проведения разнообразных химических и тепломассообменных процессов. Благодаря циркуляции увеличивается время пребывания частиц в аппарате и интенсифицируются процессы взаимодействия частиц с газом. Однако для их надежного проектирования с полной реализацией имеющихся преимуществ необходима разработка адекватных математических моделей протекающих в них процессов. Несмотря на то, что моделированию отдельных процессов посвящено большое количество работ, работа реактора в целом с учетом имеющихся в нем обратных связей изучена недостаточно. В связи с этим необходима разработка простых, но информативных моделей, учитывающих взаимодействие потоков частиц в различных зонах аппарата.

**Материалы и методы:** Используется метод математического моделирования, основанный на ячейных моделях процессов гидродинамики и теории цепей Маркова. Особенностью подхода является введение зависимости переходных вероятностей от текущего распределения содержания части в собственно реакторе и опускном канале.

**Результаты:** Построена нелинейная ячейная модель процесса, позволяющая рассчитывать загрузку реактора и опускного канала дисперсным материалом и распределение времени пребывания частиц в аппарате.

**Выводы:** Учет нелинейных явлений в процессе циркуляционного псевдооживления позволяет адекватно выявлять взаимное влияние параметров псевдооживления и циркуляции на распределение времени пребывания частиц в аппарате и загрузку его элементов материалом.

**Ключевые слова:** циркуляционный кипящий слой, реактор, опускной канал, дисперсный материал, ячейная модель, вектор состояния, матрица переходных вероятностей, распределение времени пребывания, параметры псевдооживления.

## A cell model of hydrodynamics in a reactor with circulating fluidized bed<sup>1</sup>

A.V. Mitrofanov<sup>1</sup>, V.E. Mizonov<sup>1</sup>, A. Camelo<sup>1</sup>, K. Tannous<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

<sup>2</sup> University of Campinas, Campinas, Brazil  
E-mail: mizonov46@mail.ru

### Abstract

**Background:** Reactors with circulating fluidized bed are widely used in energetics, chemical and other industries. They are applied for combustion of coal, wood and shale in furnaces of power-generating boilers and incineration of solid wastes, for gasification of coals and biomass, for running various chemical and heat and mass transfer processes. Circulation allows increasing the residence time of particles in such apparatuses and intensifying the processes of gas-solid interaction. However, adequate mathematical models are to be developed for reliable design of such apparatuses, which fully realize their advantages. Despite of the fact that a lot of mathematical models describing separate processes exist, the work of entire reactor taking into account the feedbacks in it is still not enough investigated. Therefore, the simple but informative models taking into account the interaction of particulate fluxes in different zones of an apparatus are needed.

**Materials and methods:** The method of mathematical modeling based on the cell models of hydrodynamics and the theory of Markov chains is used. The feature of the approach is introduction of the dependence of the transition probabilities on the current particle content distribution in the riser and downer.

**Results:** A non-linear cell model of the process is built. It allows calculating the hold-up in the riser and downer and the particle residence time distribution in the apparatus.

**Conclusions:** Taking into account the non-linear phenomena in the process circulating fluidization allows more adequate exposing the influence of fluidization and circulation parameters on the particle residence time distribution and hold-ups in the apparatus elements.

**Key words:** circulating fluidized bed, reactor, downer, particle content, cell model, state vector, matrix of transition probabilities, residence time distribution.

DOI: 10.17588/2072-2672.2016.4.019-024

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-08-01684).

Реакторы с циркуляционным кипящим слоем широко используются в различных отраслях промышленности. Их применяют для сжигания угля, древесины и сланцев в топках энергетических котлов и утилизации твердых промышленных отходов, для газификации углей и биомассы, для проведения разнообразных химических и тепломассообменных процессов [1]. Постоянно совершенствующаяся технология сжигания углей в кипящем слое становится конкурентной по сравнению со сжиганием угольной пыли. Вместе с тем совокупность процессов, протекающих в циркуляционном кипящем слое, представляет собой достаточно сложную систему с обратными связями, что затрудняет создание достоверных методов их расчета и проектирования.

Для решения этой задачи предлагаются разнообразные математические модели, основанные на различных модельных представлениях сред, участвующих в процессе [2–6]. Большинство из этих моделей представляют частицы и газ взаимодействующими сплошными средами и состоят из дифференциальных уравнений движения и энергии для этих сред, которые решаются численно с использованием различных подходов. Нельзя не отметить, что получаемые при этом решения оказываются мало информативными с технологической точки зрения и содержат явные или скрытые подгоночные параметры, что сильно затрудняет их идентификацию, тем более что экспериментальные исследования процесса по его локальным состояниям немногочисленны и относятся в основном к собственно кипящему слою, а не ко всей циркуляционной системе [7]. Кроме того, численные эксперименты с такими моделями требуют больших затрат машинного времени. Так, в [2] указывается, что расчет только одного режима в реакторе занимает до 6 часов, что вряд ли может удовлетворить инженерную практику, где поиск рациональных конструктивных и режимных параметров основывается на переборе вариантов. Следует также отметить, что, создавая сложные модели отдельных элементов системы, большинство авторов не уделяют внимания адекватному описанию связей между ними, что является весьма важным, так как при определенных неблагоприятных характеристиках этих связей циркуляция частиц может потерять устойчивость, что на практике приводит к завалу системы и ее аварийному останову [8].

На наш взгляд, адекватным математическим инструментом моделирования и расчета процессов в циркуляционном кипящем слое являются теория цепей Маркова и построенные на ее основе ячеечные модели. Они позволяют, с одной стороны, описывать процессы по их локальным состояниям и учитывать все их физико-химические особенности, а с другой – имеют незначительное по сравнению

с упомянутыми выше моделями время расчетов, измеряемое минутами. Общие принципы построения таких моделей для описания процессов в дисперсных средах приведены в [9, 10]. Настоящая статья является логическим продолжением нашей работы [11], в которой описано и экспериментально обосновано применение теории цепей Маркова к моделированию гидродинамики дисперсной фазы в прямом кипящем слое.

Установка с циркуляционным кипящим слоем и ее ячеечная модель показаны на рис. 1. Установка состоит из реактора 1, в который подается дисперсный материал и газ, приводящий материал в состояние кипящего слоя. При невысокой скорости газа кипящий слой стабилизируется на определенной высоте, но для интенсификации физико-химических процессов выгодно иметь высокую скорость газа. При высокой скорости газа частицы достигают высоты реактора и попадают в сепаратор 2, который выносит часть частиц вместе с газом из установки, а часть направляет в опускной канал 3, где они осаждаются и через регулирующий клапан 4 вновь попадают на вход кипящего слоя.

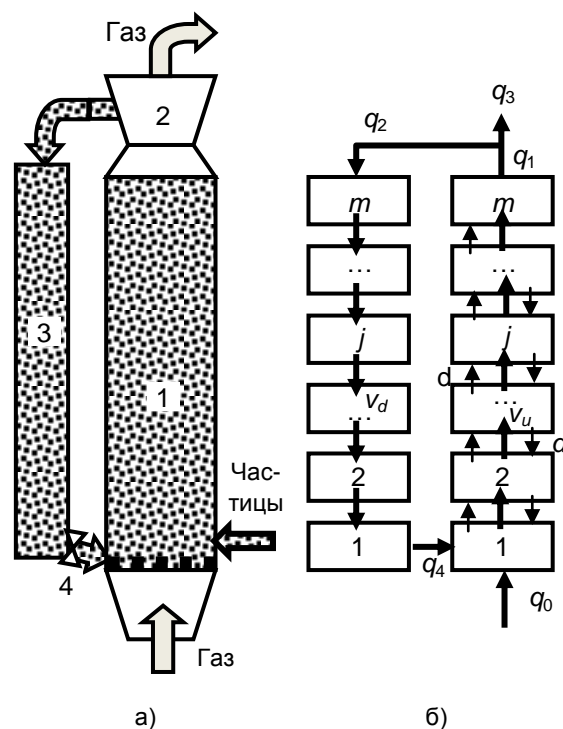


Рис. 1. Схема циркуляционного кипящего слоя (а) и его ячеечная модель (б): 1 – реактор; 2 – сепаратор; 3 – опускной канал; 4 – регулирующий клапан

В одномерной ячеечной модели высота реактора и опускного канала разбита на  $m$  ячеек идеального перемешивания, а текущее распределение содержания частиц по высоте представлено вектором столбцом  $\mathbf{S} = \{S_j\}$  размера  $m \times 1$ , где  $j$  – номер ячейки, отсчитываемый снизу. Состояние процесса фиксируется в

дискретные моменты времени  $t_k = (k - 1)\Delta t$ , где  $\Delta t$  – продолжительность временного перехода, а  $k$  – его порядковый номер (дискретный аналог текущего времени). Эволюция состояния процесса (распределения материала по ячейкам) в закрытой цепи описывается рекуррентным матричным равенством

$$\mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{S}^k, \quad (1)$$

где  $\mathbf{P}$  – матрица переходных вероятностей, в которой  $j$ -й столбец принадлежит  $j$ -й ячейке. В нем содержатся вероятности переходов в течение  $\Delta t$  из этой ячейки в соседние ячейки, а также вероятность остаться в ней самой. Вероятности переходов разделены на симметричную (диффузионную) часть  $d = D\Delta t/\Delta x^2$ , где  $D$  – коэффициент макродиффузии,  $\Delta x$  – высота ячейки, и несимметричную (конвективную) часть  $v = V\Delta t/\Delta x$ , где  $V$  – скорость движения частиц в потоке газа.

Для использования равенства (1) необходимо рассмотреть процессы в реакторе и опускном канале отдельно.

*Ячеечная модель процесса в реакторе.*

Эта модель описывает эволюцию вектора состояния  $\mathbf{S}_r$  в реакторе, а ее специфика определяется матрицей переходных вероятностей  $\mathbf{P}_r$  для реактора. Элементы этой трехдиагональной матрицы рассчитываются по следующим соотношениям:

$$P_{r,j,j+1}^k = v_j^k \left( 1 - \frac{S_{r,j+1}^k}{S_{\max}^k} \right) e + d, \quad j = 1, \dots, m-1; \quad (2)$$

$$P_{r,j+1,j}^k = \left| v_j^k \right| \left( 1 - \frac{S_{r,j}^k}{S_{\max}^k} \right) (1 - e) + d, \quad j = 1, \dots, m-1; \quad (3)$$

$$P_{r,j,j}^k = 1 - \sum_{i=1, i \neq j}^m P_{r,i,j}^k, \quad i = 1, \dots, m, \quad (4)$$

где  $e = 1$ , если  $v_j^k > 0$ , и  $e = 0$ , если  $v_j^k < 0$ .

В этих соотношениях  $v_j^k$  – доля частиц, переходящая в течение  $\Delta t$  путем конвективного переноса (взаимодействия с газом) из ячейки  $j$  в соседнюю ячейку, если бы она была свободной от частиц. Она определяется разностью скорости стесненного обтекания частиц  $W$  и скоростью ее свободного осаждения  $V_s$ , причем скорость стесненного обтекания зависит от текущей концентрации частиц в ячейке (чем больше концентрация, тем больше локальная скорость обтекания; она становится наибольшей при максимальной концентрации частиц  $S_{\max}$ ). Связь между этой скоростью и концентрацией описана в работе [11]. С учетом сказанного величина  $v_j^k$  может быть определена по формуле

$$v_j^k = w_0 \left( \frac{1}{1 - \varepsilon \frac{S_j^k}{S_{\max}^k}} - \frac{v_s^k}{w_0} \right), \quad (5)$$

где  $w_0 = W_0\Delta t/\Delta x$ ,  $W_0$  – скорость газа в сечении пустого реактора;  $v_s = V_s\Delta t/\Delta x$ .

В выражениях (2), (3) множитель в круглых скобках означает следующее.

Формула (5) дает безразмерную скорость частиц в ячейке  $j$ , но с такой скоростью частицы переходили бы в соседнюю ячейку, если бы она была полностью свободной от частиц. При ее занятости частицами с их определенной текущей концентрацией перенос возможен только в свободный от частиц объем. Если она заполнена частицами полностью, то переход в нее становится невозможным.

Именно это и учитывает множитель в круглых скобках. Таким образом, эволюция распределения содержания частиц по ячейкам описывается матричным равенством

$$\mathbf{S}_r^{k+1} = \mathbf{P}(\mathbf{S}_r^k)\mathbf{S}_r^k, \quad (6)$$

где матрица переходных вероятностей зависит от текущего вектора, то есть модель становится существенно нелинейной.

Взаимодействие цепи с внешними устройствами описывается отдельными равенствами. При подаче материала в нижнюю ячейку реактора ее текущее состояние рассчитывается по формуле

$$S_{r,1}^{k+1} := S_{r,1}^{k+1} + q_0, \quad (7)$$

где  $q_0 = G_0\Delta t$  – количество исходного материала, подаваемого в реактор внешним источником за время  $\Delta t$ ;  $G_0$  – производительность этой подачи,  $:=$  – оператор присваивания.

Выход частиц из верхней ячейки  $m$  реактора рассчитывается следующим образом:

$$q_1^{k+1} = S_{r,m}^{k+1} v_m^k, \quad (8)$$

после чего содержание частиц в ней становится

$$S_{r,m}^{k+1} := S_{r,m}^{k+1} - q_1^{k+1}. \quad (9)$$

Этот поток  $q_1^{k+1}$  идет в сепаратор, который направляет его долю  $\varphi$  за пределы аппарата, а долю  $(1 - \varphi)$  – в опускной канал, т. е.

$$q_3^{k+1} = q_1^{k+1} \varphi, \quad (10)$$

$$q_2^{k+1} = q_1^{k+1} (1 - \varphi). \quad (11)$$

*Ячеечная модель процесса в опускном канале.* Эта модель описывает эволюцию вектора состояния  $\mathbf{S}_d$  в опускном канале, а ее специфика (отсутствие восходящего потока газа) определяется матрицей переходных вероятностей  $\mathbf{P}_d$  для этого канала. Элементы этой трехдиагональной матрицы рассчитываются по следующим соотношениям:

$$P_{d,j,j+1}^k = d, \quad j = 1, \dots, m-1; \quad (12)$$

$$P_{d,j+1,j}^k = v_s^k \left( 1 - \frac{S_{d,j}^k}{S_{\max}^k} \right) + d, \quad j = 1, \dots, m-1; \quad (13)$$

$$P_{d,j,j}^k = 1 - \sum_{i=1, i \neq j}^m P_{d,i,j}^k, \quad i = 1, \dots, m. \quad (14)$$

Поскольку в верхнюю ячейку опускного канала на каждом временном переходе подается количество  $q_2^{k+1}$  материала, отклоненного сепаратором, то содержание материала в этой ячейке составит

$$S_{d,m}^{k+1} := S_{d,m}^{k+1} + q_2^{k+1}. \quad (15)$$

Нижняя ячейка цепи канала  $j = 1$  связана с нижней ячейкой реактора через регулировочный клапан, который пропускает в реактор за время  $\Delta t$  долю  $z$  содержащихся в нижней ячейке опускного канала частиц. Таким образом, получаем:

$$q_4^{k+1} = S_{d,1}^{k+1} z, \quad (16)$$

$$S_{d,1}^{k+1} := S_{d,1}^{k+1} - q_4^{k+1}, \quad (17)$$

$$S_{r,1}^{k+1} := S_{r,1}^{k+1} + q_4^{k+1}. \quad (18)$$

Равенства (16)–(18) замыкают цепь циркуляции, а вся система расчетных соотношений в целом позволяет описывать переходный процесс в циркуляционном кипящем слое с выходом на его установившееся состояние, критерием наступления которого является равенство величин  $q_0$  и  $q_3$  с некоторой наперед заданной точностью.

При анализе кинетики процесса важно знать, как формируется и чему асимптотически равна полная загрузка реактора и опускного канала материалом. Эти величины можно рассчитать по следующим формулам:

$$Q_r^k = \sum_{j=1}^m S_{r,j}^k; \quad (19)$$

$$Q_d^k = \sum_{j=1}^m S_{d,j}^k. \quad (20)$$

Другой важной характеристикой циркуляционного кипящего слоя является распределение времени пребывания частиц в реакторе. Оно рассчитывается следующим образом:

$$E(k) = (q_3^{k+1} - q_3^k)/q_0. \quad (21)$$

Ниже приведены некоторые результаты численных экспериментов с разработанной моделью, подтверждающие ее работоспособность и качественную адекватность реальной физике процесса. Во всех расчетах начальным состоянием системы считается отсутствие в ней перерабатываемого дисперсного материала.

Рис. 2 иллюстрирует эволюцию распределения содержания частиц дисперсного материала в реакторе и опускном канале с момента начала подачи материала в реактор до выхода на установившееся состояние.

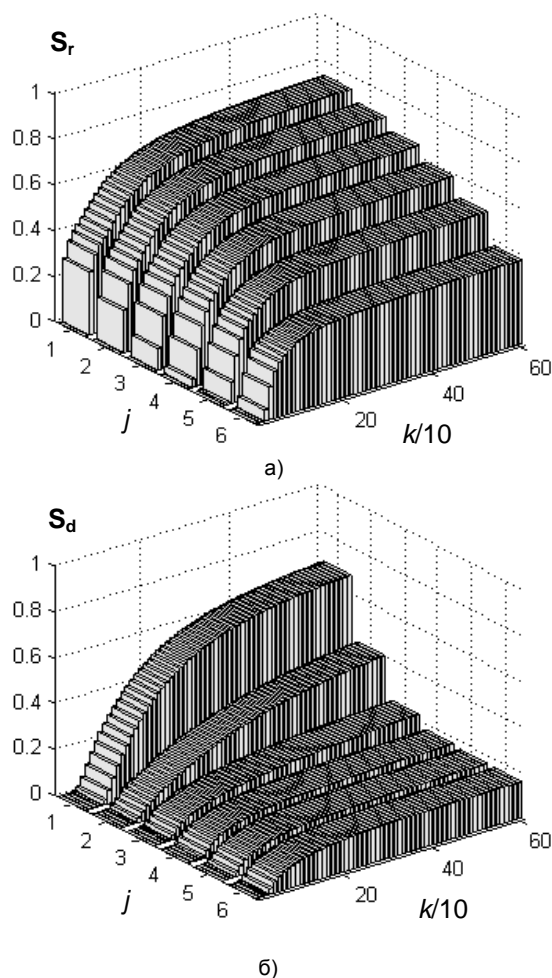


Рис. 2. Эволюция распределения содержания частиц в реакторе (а) и опускном канале (б):  $w_0 = 0,4$ ;  $v_s = 0,3$ ;  $z = 0,15$ ;  $\varphi = 0,6$ ;  $q_0 = 0,06$

На рис. 3 показан переходный процесс стабилизации потоков дисперсного материала в циркуляционной системе. Характер стабилизации полностью соответствует физическому характеру ее функционирования. Однако численные эксперименты показали, что устойчивость потоков при определенном сочетании параметров может быть нарушена, что связано с переполнением отдельных ячеек материалом, когда его содержание в ячейке становится больше предельного. Чаще всего это случается при низкой пропускной способности опускного канала, рассчитанного на естественное осаждение частиц в неподвижном потоке газа, когда блокируется его верхняя часть. При этом необходимо или изменить значения параметров, или перейти к принудительному транспорту материала.

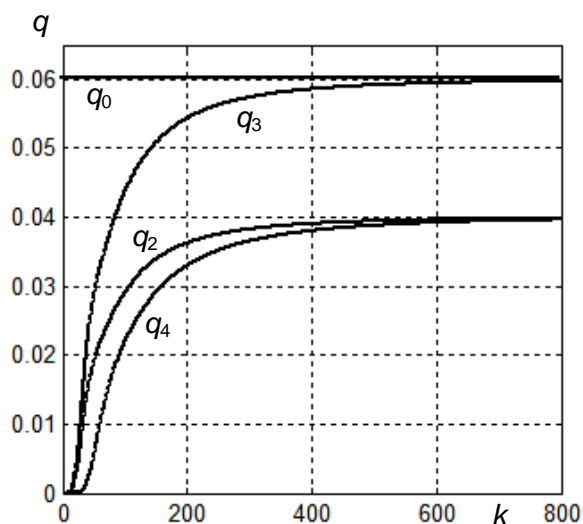


Рис. 3. Стабилизация потоков материала в циркуляционном кипящем слое:  $w_0 = 0,4$ ;  $v_s = 0,3$ ;  $z = 0,15$ ;  $\varphi = 0,6$ ;  $q_0 = 0,06$

При расчете происходящих в слое физико-химических процессов важную роль играет распределение времени пребывания частиц в аппарате. Эта функция рассчитывается по формуле (21). На рис. 4 показано распределение времени пребывания частиц при различных значениях выноса сепаратора.

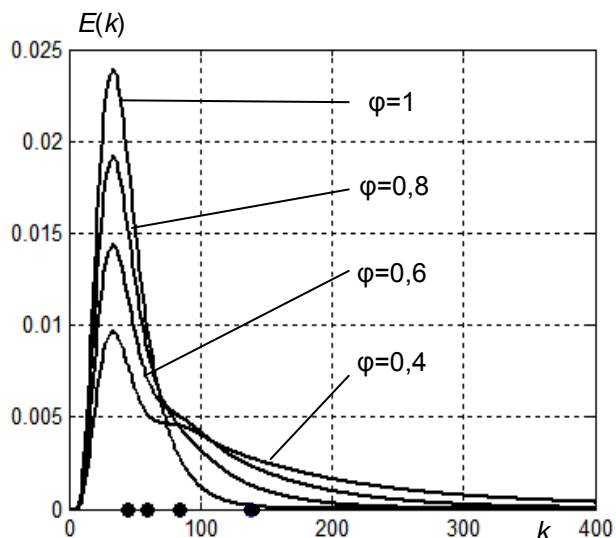


Рис. 4. Распределение времени пребывания частиц при различных значениях выноса сепаратора:  $w_0 = 0,4$ ;  $v_s = 0,3$ ;  $z = 0,15$ ;  $q_0 = 0,03$

По функции  $E(k)$  рассчитывается среднее время пребывания частиц в аппарате как математическое ожидание этой кривой распределения:

$$\langle k \rangle = \sum_{k=1}^N kE(k), \quad (22)$$

где  $N$  – число временных переходов до полной стабилизации всех потоков частиц в аппарате.

Значения среднего времени пребывания отмечены точками на оси абсцисс на графике

рис. 4, а его зависимость от выноса сепаратора представлена на рис. 5.

При  $\varphi = 1$  реактор работает в проточном режиме без циркуляции. Анализ графика (рис. 5) показывает, что переход к циркуляционному режиму позволяет увеличить среднее время пребывания частиц почти в 3,5 раза (при большей скорости обтекания частиц газом), что позволяет осуществлять более глубокие физико-химические превращения в частицах или увеличивать производительность аппарата.

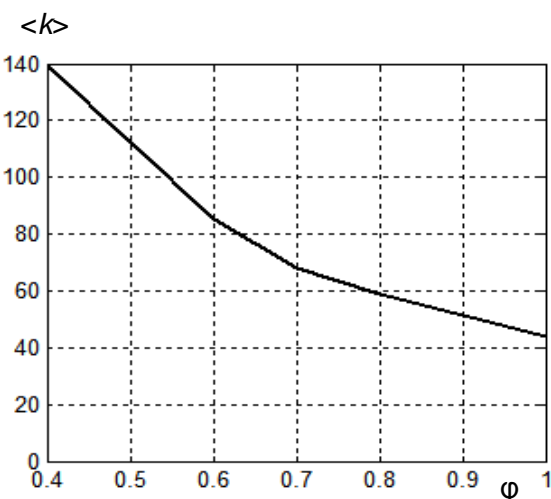


Рис. 5. Зависимость среднего времени пребывания частиц от выноса сепаратора:  $w_0 = 0,4$ ;  $v_s = 0,3$ ;  $z = 0,15$ ;  $q_0 = 0,03$

Таким образом, предложенная ячеечная модель гидродинамики циркуляционного кипящего слоя позволяет учесть все протекающие в реакторе явления первого порядка важности и имеет гораздо меньшее по сравнению с известными моделями время расчета, не превышающее одной минуты для одного расчетного режима.

#### Список литературы

1. Grace J.R., Bi H. Introduction to circulating fluidized beds: In *Circulating Fluidized Beds* / 1997 Chapman & Hall. – London, 1997. – 598 p.
2. Dehling H.G., Hoffmann A.C., Stuet H.W. Stochastic models for transport in a fluidized bed // *SIAM J. Appl. Math.* – 1999. – 60. – P. 337–358. doi: 10.1137/S0036139996306316.
3. A stochastic model for mixing and segregation in slugging fluidized beds / H.G. Dehling, C. Dechsiri, T. Gottschalk, C. Wright, A.C. Hoffmann // *Powder Technology.* – 2007. – 171. – P. 118–125. doi: 10.1016/j.powtec.2006.10.008.
4. Modeling of particle transport and combustion phenomena in large-scale circulating fluidized bed boiler using a hybrid Euler–Lagrange approach / W.P. Adamczyk, G. Wecel, M. Klajny, P. Kozolub, F. Klimanek, R.A. Bialecki // *Particuology.* – 2014. – 16. – P. 29–40. doi: 10.1016/j.partic.2013.10.007.
5. Qi X., Zhu J., Huang W. A new correlation for predicting solids concentration in the fully developed zone of circulating fluidized bed risers // *Powder Technology.* – 2008. – 188. – P. 64–72. doi: 10.1016/j.powtec.2008.03.012.
6. Balasubramaniani N., Srinivasakannan C. Drying of granular materials in circulating fluidized beds // *Advanced*

Powder Technol. – 2007. – 18(2). – P. 135–142. doi: 10.1163/156855207780208600

7. **Experimental** analysis of the gas-particle flow in a circulating fluidized bed using a phase Doppler particle analyzer / T. Van den Moortel, E. Azario, R. Santini, L. Tadrist // Chemical Engineering Science. – 1998. – 53(10). – P. 1883–1899. doi: 10.1016/S0009-2509(98)00030-X.

8. **On Possible** Instability of Throughputs in Complex Milling Circuits / V. Mizonov, V. Zhukov, A. Korovkin, H. Berthiaux // Chemical Engineering and Processing. – 2005. – 44. – P. 267–272. doi: 10.1016/j.cep.2004.02.021.

9. **Berthiaux H., Mizonov V.** Applications of Markov Chains in Particulate Process Engineering: A Review // The

Canadian Journal of Chemical Engineering. – 2004. – 85. – P. 1143–1168.

10. **Berthiaux H., Mizonov V., Zhukov V.** Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology // Powder Technology. – 2005. – 157. – P. 128–137. doi: 10.1016/j.powtec.2005.05.019.

11. **Modeling** of Particle Concentration Distribution in a Fluidized Bed by Means of the Theory of Markov Chains / V. Mizonov, A. Mitrofanov, A. Ogurtzov, K. Tannous // Particulate Science and Technology: An International Journal. – 2014. – Vol. 32 (2). – P. 171–178. doi: 10.1080/02726351.2013.839016.

*Митрофанов Андрей Васильевич,*

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,  
e-mail: and2mit@mail.ru

*Arnold Figerar Camelo Amaya,*

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
аспирант кафедры прикладной математики,  
e-mail: arnoldfigerar@mail.ru

*Мизонов Вадим Евгеньевич,*

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,  
e-mail: mizonov46@mail.ru

*Tannous Katia,*

Chemical Engineering School,  
University of Campinas, Campinas-SP, Brazil  
e-mail: katia@feq.unicamp.br