

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

УДК 66.096.5

Влияние профиля проточной части кипящего слоя на эффективность обработки частиц¹

В.Е. Мизонов¹, А.В. Митрофанов¹, И.С. Панюшкин¹, К. Tannous²
¹ ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
² University of Campinas, Campinas, Brazil
E-mail: mizonov46@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Аппараты с кипящим слоем широко используются в различных отраслях промышленности. В частности, в энергетике топки кипящего слоя играют возрастающую роль для термохимической переработки твердых видов топлива. Чаще всего кипящий слой создается в аппаратах с цилиндрической проточной частью, где расходная скорость газа постоянна по высоте слоя. Однако известны аппараты с коническим и цилиндроконическим профилем проточной части, но методы оценки влияния профиля, пусть даже самые приближенные, на эффективность переработки частиц в кипящем слое практически отсутствуют. Очевидно, что разработка такого метода в настоящее время требует специального внимания.

Материалы и методы: Для решения поставленной задачи используется метод математического моделирования. Модель построена на основе дифференциальных уравнений движения одиночной частицы в восходящем потоке газа с переменной по высоте скоростью. Во время движения свойства частицы меняются благодаря тому или иному теплофизическому или химическому процессу взаимодействия частиц с газом. Это взаимодействие описано уравнением кинетики химической реакции первого порядка с постоянной скорости, зависящей от относительной скорости движения частицы в газе. Рассмотрены два варианта изменения свойств частиц: изменение ее плотности при постоянном диаметре и изменение ее диаметра при постоянной плотности. Первый вариант соответствует, например, сушке минеральных частиц с постоянным пористым каркасом. Именно этот вариант рассматривался в численных экспериментах.

Результаты: Дан сравнительный анализ кусочно-линейных профилей проточной части для оценки степени завершения реакции. Поскольку модель ориентирована на кипящий слой непрерывного действия, ни в одном сечении скорость газа не должна быть меньше скорости витания частицы. В результате анализа биконического профиля установлено, что наиболее рациональным вариантом является сочетание сужающегося и расширяющегося конусов со сменой сужения на расширение близко к газораспределительной решетке. Отдельно проанализирован простой конический профиль. Показано, что наиболее рациональным является расширяющийся конический профиль, когда в верхней части слоя скорость газа незначительно превышает скорость витания полностью прореагировавшей частицы.

Выводы: Предложенная модель позволяет приближенно находить рациональный профиль реактора с кипящим слоем и может использоваться в качестве первого шага при его проектировании. Модель может быть легко адаптирована к другому механизму изменения свойств частиц. Найденные рациональные профили кипящего слоя находятся в хорошем согласии с физикой процесса.

Ключевые слова: реактор с кипящим слоем, профиль проточной части, переменные свойства частицы, кинетика реакции, степень завершения реакции.

Influence of fluidized bed profile on particulate solids treatment

V.E. Mizonov¹, A.V. Mitrofanov¹, I.S. Panyshkin¹, K. Tannous²
¹ Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
² University of Campinas, Campinas, Brazil
E-mail: mizonov46@mail.ru

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №18-08-00028).

Abstract

Background: Fluidized bed reactors are widely used in many industries. In particular, they play an increasing role in energetic for thermo-chemical treatment of solid fuel particles. A common profile of the fluidized bed is the cylindrical profile. However, the apparatuses with the conical and cylinder-conic profile are also known but there are no even approximate methods to estimate the influence of a profile on the efficiency of particulate solids treatment in a fluidized bed. It is obvious that, at present, development of such method deserves special attention.

Materials and methods: The method of mathematical modeling is used to solve the above problem. The model is based on the differential equations of a single particle motion in the upstream gas flow with variable velocity. The particle properties change during its motion due to this or that thermo-physical or chemical process of gas-particle interaction. This interaction is described by the equation of the first order chemical reaction where the constant of the reaction rate depends on the gas-particle relative velocity. Two variants of the particle properties variation are examined: variation of its density with the constant diameter, and variation of its diameter with the constant density. The first variant corresponds, for instance, to drying mineral particles with the constant porous skeleton. Namely this variant is examined in numerical experiments.

Results: The piecewise-linear profiles were compared to estimate the degree of reaction completion. As far as the model is oriented to a continuous fluidized bed, the gas velocity must be higher than the particle settling velocity at any cross section of the bed. Analysis of the bi-conical profiles showed that the most rational profile was a combination of convergent and divergent cones with the change of convergence to divergence close to a gas distributor. The simple conical profile was examined separately. It was shown that the most rational was the conical profile where at the top of the bed the gas velocity slightly exceeded the settling velocity of the completely reacted particle.

Conclusions: The proposed model allows approximate estimating of the rational profile of continuous fluidized bed reactor, and can be used as the first step of the reactor design. It can be easily adapted to other mechanisms of the particle properties variation. The found rational profiles of fluidized bed are in the good accordance with the physics of the process.

Key words: fluidized bed reactor, reactor profile, variable properties of particle, reaction kinetics, degree of reaction completion, optimization.

DOI: 10.17588/2072-2672.2018.4.054-060

Состояние вопроса. В промышленной практике нашли применение аппараты кипящего слоя с реакционными камерами различной геометрической конфигурации [1]. Выбор в пользу той или иной формы реактора часто определяется достаточно общими конструкторскими соображениями, основанными на принятой отраслевой практике и известных качественных закономерностях, в основе которых лежит эмпирический опыт [1, 2]. Наибольшее распространение получили аппараты с увеличивающимся снизу вверх поперечным сечением [1], чаще всего это аппараты конической или цилиндроконической формы [1–3].

Выбор в пользу подобных конструкций обусловлен, во-первых, возможностью поддержания качества псевдооживления и ограничения уноса материала при работе с ансамблями частиц, обладающими значительной полидисперсностью (высокая скорость оживляющего агента в нижней части конуса поддерживает оживление аэродинамически крупных фракций, а уменьшение скорости оживляющей среды по высоте аппарата обеспечивает безуносный режим оживления легких компонентов сыпучего материала) [3, 4]; во-вторых, уменьшением риска образования температурных перекосов в слое (в частности, предотвращение перегрева материала в прирешеточной зоне из-за снижения концентрации частиц в этой части слоя в аппаратах конической формы) [5]. Достоинства конических аппаратов и их широкое использование в инженерной практике привело к формированию достаточно широкого фронта исследова-

вательских работ, в том числе, по изучению распределения концентрации и полей скоростей фаз в таких аппаратах [4, 6] и влияния угла наклона стенок аппарата на гидромеханическую ситуацию в слое [5, 7].

Другим важным параметром, определяющим характер движения дисперсных частиц в потоке воздуха, является сила сопротивления, возникающая между поверхностью частицы и набегающим на нее потоком газа. Учет этой силы является достаточно сложной задачей, так как коэффициент сопротивления c_f существенно зависит от скорости скольжения частицы относительно потока, определяющей режим ее обтекания оживляющей средой. Построение точных решений уравнений Навье-Стокса для случая обтекания тел конечных размеров возможно только для очень упрощенных случаев, не имеющих практической ценности [8, 9]. В ориентированных на инженерные расчеты моделях коэффициенты сопротивления рассчитываются по эмпирическим зависимостям, достаточно подробные обзоры которых даны в [9, 10]. Необходимо отметить, что в большинстве исследовательских работ такого плана в рассмотрение вводится одиночная частица с постоянными свойствами, осаждающаяся в потоке среды, скорость которой регулируется.

Однако в большинстве промышленных аппаратов гидродинамическая крупность частицы изменяется в результате реализации того или иного технологического передела, кинетика которого только отчасти зависит от условий об-

текания частицы. Учет этого явления в моделях безуносного движения частиц в аппаратах цилиндрической [10], конической [11] формы, а также в системах с циркулирующим кипящим слоем [12] встречается в некоторых исследовательских проектах. Однако даже расчетное исследование, позволяющее, с одной стороны, комплексно описать влияние профиля аппарата на характер движения частицы с учетом протекания в ней химико-технологического процесса, а с другой стороны, учесть влияние характеристик движения на скорость реализации этого процесса в системах с циркуляционным кипящим слоем, является актуальным.

Теория. Для решения поставленной задачи используется метод математического моделирования. Имитационная математическая модель процесса построена на уравнениях движения одиночной частицы в восходящем потоке газа с переменной по высоте расходной скоростью. Взаимодействие частицы с газом сопровождается той или иной теплофизической или химической реакцией, в результате чего свойства частицы меняются. Поиск рационального профиля проточной части кипящего слоя ищется на классе кусочно-линейных функций. Варианты расчетной схемы процесса показаны на рис. 1.

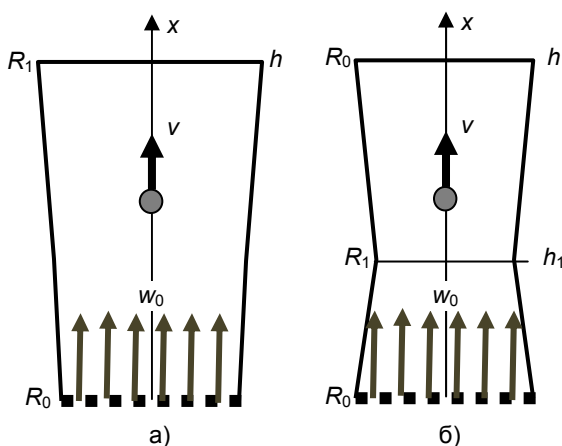


Рис. 1. Расчетная схема процесса и варианты исследуемого профиля проточной части: а – конический профиль; б – биконический профиль

Ожидающий газ подается через газораспределительную решетку одинакового для сравниваемых вариантов радиуса R_0 . Для биконического профиля (рис. 1,б) выход газа и частиц происходит через верхнее сечение на высоте h такого же радиуса. На высоте h_1 конусы стыкуются на радиусе R_1 . Если $R_1 < R_0$, то сужение проточной части меняется на расширение, если $R_1 > R_0$, то наоборот. Для конического слоя (рис. 1,а) пережатия сечения не происходит, но оно также может сужаться и расширяться.

В общем случае динамика частицы описывается следующими уравнениями:

$$\dot{v} = -g + \frac{1}{m} c_f \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho_g (w(x) - v)^2}{2} + \frac{1}{m} F_r(t); \quad (1)$$

$$\dot{x} = v, \quad (2)$$

где v – абсолютная скорость частицы; g – ускорение свободного падения; m – масса частицы; c_f – коэффициент ее аэродинамического сопротивления; d – ее диаметр; ρ_g – плотность газа; w – скорость газа, меняющаяся вдоль продольной координаты x ; F_r – случайная сила, зависящая от времени, вызванная столкновениями с другими частицами.

Уравнения (1), (2) должны быть дополнены законом изменения массы частицы, который использовался в виде уравнения кинетики реакции первого порядка, независимо от физической сущности протекающего процесса взаимодействия частицы с газом:

$$\dot{m} = -\gamma(m - m_2), \quad (3)$$

где γ – постоянная скорости реакции; m_2 – масса компонента частицы, не вступающего в реакцию с газом.

Начальными (при $t = 0$) условиями для системы уравнений (1)–(3) являются следующие равенства:

$$v(0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad m(0) = m_1, \quad (4)$$

где m_1 – начальная масса частицы.

Частица начинает движение с газораспределительной решетки, но если ее начальная скорость витания v_{s0} больше скорости газа w_0 , то она будет оставаться на решетке до тех пор, пока в результате взаимодействия с газом v_s не станет меньше w_0 .

Будем считать, что постоянная скорости реакции в уравнении (3) зависит от поверхности частицы S и скорости скольжения частицы относительно газа

$$\gamma = \beta S |w(x) - v|^z, \quad (5)$$

где β и z – постоянные параметры.

Уравнение (3) может быть переписано следующим образом:

$$\frac{d(\rho_p V_p)}{dt} = -\gamma(\rho_p V_p - \rho_{p2} V_{p2}), \quad (6)$$

где ρ_p и V_p – текущие плотность и объем частицы.

Здесь могут быть рассмотрены два предельных случая. В первом из них при взаимодействии частиц с газом их объем остается постоянным ($V_p = \text{const}$), а меняется только плотность. Например, это может относиться к сушке минеральных частиц с жестким пористым каркасом. В этом случае уравнение (6) имеет вид

$$\frac{d(\rho_p)}{dt} = -\gamma(\rho_p - \rho_{p2}). \quad (7)$$

Во втором случае плотность частицы считается постоянной, а меняется только ее объем. Этот случай более подходит к процессу выгорания частицы в топке с кипящим слоем. Тогда

$$\frac{d(V_p)}{dt} = -\gamma(V_p - V_{p2}). \quad (8)$$

Для расчета коэффициента аэродинамического сопротивления частицы воспользуемся его одночленной аппроксимацией

$$c_f = \frac{a}{Re^n}, \quad (9)$$

где Re – число Рейнольдса по диаметру частицы и относительной скорости ее обтекания.

При $a = 24$ и $n = 1$ получается закон сопротивления Стокса, при $a = 13$ и $n = 0,5$ – закон сопротивления Аллена, при $a = .48$ и $n = 0$ – закон сопротивления Ньютона. Подстановка равенства (9) в уравнение (1) дает

$$\frac{dv}{dt} = -g + \frac{3}{4} a \frac{\rho_g}{\rho_p} \frac{v^n}{d^{1+n}} |w - v|^{2-n} \text{sign}(w - v) + \frac{6}{\rho_p \pi d^3} F_r(t). \quad (10)$$

Аналогично может быть рассчитана скорость витания частицы, которая изменяется в процессе ее взаимодействия с газом:

$$v_s = \left(\frac{4 g \rho_p d^{1+n}}{3 a \rho_g v^n} \right)^{\frac{1}{2-n}}. \quad (11)$$

Степень завершения реакции к моменту времени t может быть оценена величиной k_r – отношением прореагировавшей массы к массе, способной вступить в реакцию:

$$k_r(t) = \frac{m_1 - m(t)}{m_1 - m_2}. \quad (12)$$

Разработанная модель позволяет оценивать влияние всех введенных в нее параметров на степень завершения реакции в аппарате, т.е. эффективность процесса.

Результаты и обсуждение. Численные эксперименты с моделью были выполнены для первого предельного случая изменения свойств частиц $V_p = \text{const}$. Расчеты выполнены для $d = 2$ мм, $\rho_{p1} = 1000$ кг/м³, $\rho_{p2} = 500$ кг/м³, $a = 13$, $n = 0,5$, $z = 0,8$, $R_0 = 1$ м, $h = 5$ м.

Предварительно рассмотрим влияние случайной силы на параметры движения в цилиндрической проточной части. Предположим, что F_r – случайная сила с нулевым математическим ожиданием, распределенная по нормальному закону. На рис. 2 тонкими линиями показаны характеристики пяти реализаций движения частицы при такой случайной силе.

На рис. 2 жирной линией нанесены графики $v(t)$ и $x(t)$ при $F_r = 0$, т. е. при детерминированном описании движения. Эти линии занимают промежуточное положение между линиями случайной реализации процесса и могут в первом приближении рассматриваться как математические ожидания соответствующих траекторий. Для уточнения этого положения на рис. 3 показано распределение времени пребывания частиц на отрезке $0 \leq x \leq h$ и нанесено

математическое ожидание $\langle t \rangle$ этого распределения, составившее 5,42 с.

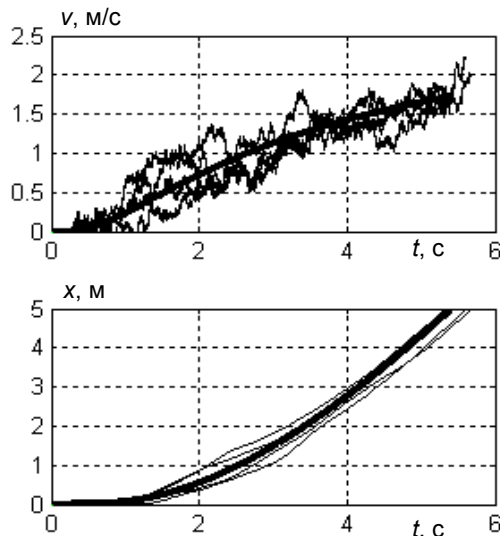


Рис. 2. Изменение скорости и координаты частицы при пяти последовательных реализациях случайной силы (тонкие линии) и то же при ее отсутствии (жирная линия)

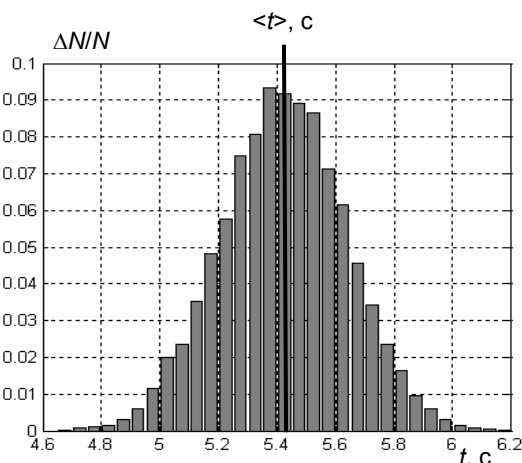


Рис. 3. Распределение времени пребывания частиц на отрезке $0 \leq x \leq h$ и математическое ожидание $\langle t \rangle$ этого распределения при действии случайной силы

Это математическое ожидание полностью совпадает с временем достижения верхней границы при $F_r = 0$ (рис. 2), т. е. детерминированная модель позволяет в первом приближении оценивать процессы, проходящие в кипящем слое, что и будет использовано ниже.

При коническом профиле (рис. 1,а) изменение радиуса сечения по высоте описывается следующей формулой:

$$r = R_0 + \frac{x}{h} (R_1 - R_0). \quad (13)$$

Соответственно, изменение по высоте скорости газового потока определяется следующим образом:

$$w(x) = w_0 \left(\frac{R_0}{r(x)} \right)^2. \quad (14)$$

На рис. 4 показана динамика движения частицы при расширяющемся коническом профиле ($R_1 = 1,2$ м) для различной расходной скорости w_0 . При $w_0 = 7$ м/с частица начинает движение непосредственно с момента подачи газа и достаточно быстро достигает вершины слоя. При $w_0 = 6$ м/с движение начинается с задержкой, поскольку скорость витания исходной частицы больше скорости газа и она остается на решетке, пока они не сравняются. Частица также достигает вершины слоя, но пребывает в нем большее время. Ситуация принципиально меняется при $w_0 = 5$ м/с. Здесь задержка на решетке еще больше, но, главное, на некоторой высоте ее скорость витания сравнивается со скоростью газа и она остается в слое неограниченно долго. Естественно, что в этом случае реакция полностью завершается. Однако этот случай противоречит рассматриваемой модели непрерывного псевдооживления, так как на уровне зависания частицы они будут непрерывно накапливаться, что может привести к блокировке слоя.

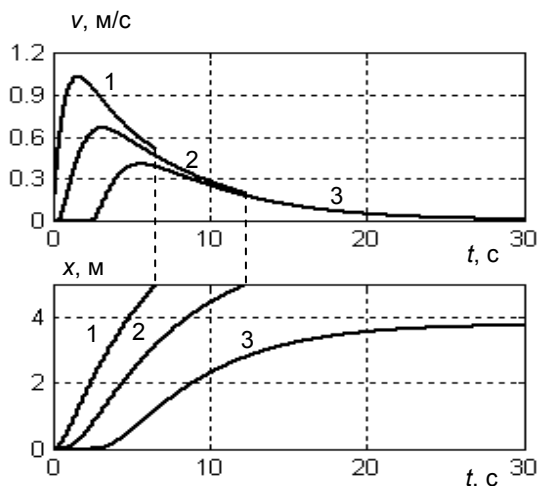


Рис. 4. Динамика движения частицы при расширяющемся коническом профиле ($R_1 = 1,2$ м) для различной расходной скорости газа при $x = 0$: 1 – $w_0 = 7$ м/с; 2 – $w_0 = 6$ м/с; 3 – $w_0 = 5$ м/с

С ростом скорости газа время пребывания частиц в слое снижается и можно ожидать снижения степени завершения реакции. Влияние степени расширения/сужения конического сечения на степень завершения реакции при различных скоростях газа показано на рис. 5. Согласно полученным результатам, степень расширения/сужения конического сечения и скорость газа оказывают сильное влияние на степень завершения реакции. Рациональной оказывается малая скорость газа и значительная степень расширения сечения. Однако обе эти величины должны быть ограничены условием отсутствия зависания частиц в аппарате (граница отмечена кружком на линии 3).

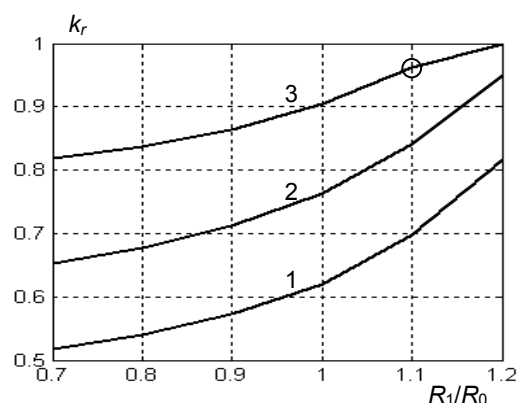


Рис. 5. Влияние степени расширения/сужения конического сечения на степень завершения реакции при различных скоростях газа: 1 – $w_0 = 7$ м/с; 2 – $w_0 = 6$ м/с; 3 – $w_0 = 5$ м/с

Биконический профиль (рис. 1,б) является обобщением рассмотренной выше модели. В этом случае радиус сечения распределен по высоте следующим образом:

$$r = R_0 - \frac{x}{h_1}(R_0 - R_1), \text{ при } x \leq h_1; \quad (15)$$

$$r = R_1 + (x - h_1) \frac{R_0 - R_1}{h - h_1}, \text{ при } x > h_1. \quad (16)$$

На рис. 6 показана зависимость степени завершения реакции от параметров биконического профиля.

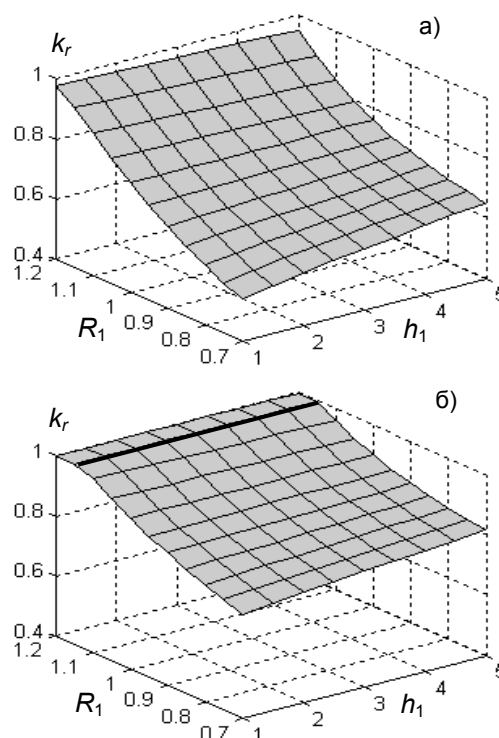


Рис. 6. Влияние параметров биконического профиля на степень завершения реакции: а – $w_0 = 7$ м/с; б – $w_0 = 6$ м/с

Анализ полученных результатов (рис. 6,а) показывает, что для профиля с переходом сужения на расширение ($R_1 < R_0$) переход выгод-

нее фиксировать на большей высоте h_1 . Однако сами значения степени завершения реакции оказываются здесь технологически неприемлемо малыми и этот интервал изменения R_1 теряет практический интерес. Более высокие значения степени завершения реакции достигаются при профиле с переходом расширения на сужение ($R_1 > R_0$). Однако в этом диапазоне R_1 величина h_1 практически перестает влиять на степень завершения реакции, что возвращает рациональный профиль к обычному расширяющемуся конусу. Заметим, что условие выноса частиц из слоя достигается при любом параметре профиля из исследованного диапазона.

Рис. 6,б представляет те же результаты, но при скорости газа $w_0 = 6$ м/с. Здесь достигаются гораздо более высокие степени завершения реакции, влияние высоты h_1 практически отсутствует, но за приведенной на графике жирной линией нарушается условие выноса частиц из слоя.

Таким образом, из численных экспериментов с разработанной моделью вытекает, что рациональным является расширяющийся профиль аппарата с условиями, близкими к запуску частиц на его верхнем сечении. Однако этот вывод требует дополнительных комментариев. Зависание частиц внутри аппарата является неизменным условием периодического псевдооживления. Для аппарата непрерывного действия это условие неприемлемо, так как частицы должны выноситься из аппарата, уступая место вновь непрерывно подаваемым частицам. Очевидно, что чем меньше скорость движения частиц, тем больше их локальная концентрация при массовой подаче. Модель слоя на основе динамики движения одиночной частицы с самого начала является приближенной, так как не учитывает взаимодействия частиц друг с другом. Это более или менее допустимо при низкой концентрации частиц, но при их высокой концентрации (т. е. при малых скоростях движения) модель становится неприемлемой. Но именно в области зависания частиц и формируется их высокая концентрация. Поэтому условие зависания частиц в сечении аппарата следует использовать «с запасом».

Выводы. Предложенная модель позволяет приближенно находить рациональный профиль реактора с кипящим слоем и может использоваться в качестве первого шага при его проектировании. Модель может быть легко адаптирована к другому механизму изменения свойств частиц. Найденные рациональные профили кипящего слоя находятся в хорошем согласии с физикой процесса.

Список литературы

1. **Расчеты** аппаратов кипящего слоя: справочник / под ред. И.П. Мухленова, Б.С. Сажина, В.Ф. Фролова. – Л.: Химия, 1986. – 352 с.

2. **Smith P.G.** Applications of fluidization to food processing. – UK; L.: Blackwellscience, 2007. – 243 p.
3. **Kwauk M.** Fluidization: Idealized and Bubbleless with Applications. – NY: Science Press, 1992. – 277 p.
4. **Bahramian A.R., Kalbasi M.** CFD modeling of TiO_2 nano-agglomerates hydrodynamics in a conical fluidized bed unit with experimental validation // Iran. J. Chem. Chem. Eng. – 2010. – Vol. 29, no. 2. – P. 105–120.
5. **Anitha D., Narsaiah T., Bala Basava Rao V.V.** RTD studies in Liquid – Solid Tapered Fluidized bed // International Journal of Engineering Technology Science and Research. – 2017. – Vol. 4, no. 9. – P. 221–229.
6. **Расчетно-экспериментальное** исследование распределения твердых частиц в аппарате с двухмерным псевдооживленным слоем / А.В. Огурцов, А.В. Митрофанов, В.Е. Мизонов и др. // Изв. вузов. Химия и химическая технология. – 2009. – Т. 52, № 11. – С. 131–134.
7. **Effects** of angle on the transport velocity in an inclined fluidized-bed / M.S. Khurram, J-H. Choi, Y.S. Won et. all. // Korean J. Chem. Eng. – 2015. – Vol. 32, no. 12. – P. 2542–2549.
8. **Liao S.-J.** An analytic approximation of the drag coefficient for the viscous flow past a sphere, International // Journal of Non-Linear Mechanics. – 2002. – Vol. 37. – P. 1–18.
9. **Mikhailov M.D., Silva Freire A.P.** The drag coefficient of a sphere: An approximation using Shanks transform // Powder Technology. – 2013. – 237. – P. 432–435.
10. **A Markov** chain model to describe fluidization of particles with time-varying properties / A. Mitrofanov, V. Mizonov, K. Tannous, L. Ovchinnikov // Particulate Science and Technology. – 2018. – Vol. 36, no. 2. – P. 244–253.
11. **Mitrofanov A.V., Mizonov V.E., Tannous K.** Markov chain model of particulate solids batch drying in a conical fluidized bed // Изв. вузов. Химия и химическая технология. – 2016. – Т. 59, № 12. – С. 93–99.
12. **Balasubramanian N., Srinivasakannan C.** Drying of granular materials in circulating fluidized beds // Advanced Powder Technol. – 2007. – Vol. 18, no. 2. – P. 135–142.

References

1. Mukhlenova, I.P., Sazhina, B.S., Frolova, V.F. *Raschetnyy apparatov kipiyashchego sloya* [Calculation of fluidized bed reactors]. Leningrad: Khimiya, 1986. 352 p.
2. Smith, P.G. Applications of fluidization to food processing. UK., Leningrad: Blackwellscience, 2007. 243 p.
3. Kwauk, M. Fluidization: Idealized and Bubbleless with Applications. NY.: Science Press, 1992. 277 p.
4. Bahramian, A.R., Kalbasi, M. CFD modeling of TiO_2 nano-agglomerates hydrodynamics in a conical fluidized bed unit with experimental validation. Iran. J. Chem. Chem. Eng, 2010, vol. 29, no. 2, pp. 105–120.
5. Anitha, D., Narsaiah, T., Bala Basava Rao, V.V. RTD studies in Liquid – Solid Tapered Fluidized Bed. International Journal of Engineering Technology Science and Research, 2017, vol. 4, no. 9, pp. 221–229.
6. Oгурцов, А.В., Митрофанов, А.В., Мизонов, В.Е., Огурцов, В.А., Таннус, К. *Raschetno-eksperimental'noe issledovanie raspredeleniya tverdykh chastits v apparate s dvukhmernym psevdoozhivlennym sloem* [An experimental and computational study of solid particles distribution in a two-dimensional

fluidized bed]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2009, vol. 52, no. 11, pp.131–134.

7. Khurram, M.S., Choi, J-H., Won, Y.S. Effects of angle on the transport velocity in an inclined fluidized-bed. *Korean J. Chem. Eng.*, 2015, vol. 32, no. 12, pp. 2542–2549.

8. Liao, S.-J. An analytic approximation of the drag coefficient for the viscous flow past a sphere, *International. Journal of Non-Linear Mechanics*, 2002, vol. 37, pp. 1–18.

9. Mikhailov, M.D., Silva Freire, A.P. The drag coefficient of a sphere: An approximation using Shanks transform. *Powder Technology*, 2013, 237, pp. 432–435.

10. Mitrofanov, A., Mizonov, V., Tannous, K., Ovchinnikov, L. A Markov chain model to describe fluidization of particles with time-varying properties. *Particulate Science and Technology*, 2018, vol. 36, no. 2, pp. 244–253.

11. Mitrofanov, A.V., Mizonov, V.E., Tannous, K. Markov chain model of particulate solids batch drying in a conical fluidized bed. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2016, vol. 59, no. 12, pp. 93–99.

12. Balasubramanian, N., Srinivasakannan, C. Drying of granular materials in circulating fluidized beds. *Advanced Powder Technol*, 2007, vol. 18, no. 2, pp. 135–142.

Мизонов Вадим Евгеньевич,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,

e-mail: mizonov46@mail.ru

Mizonov Vadim Evgenyevich,

Ivanovo State Power Engineering University,

Dr.-Eng., Professor of Applied Mathematics Department,

e-mail: mizonov46@mail.ru

Митрофанов Андрей Васильевич,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,

e-mail: and2mit@mail.ru

Mitrofanov Andrei Vasilyevich,

Ivanovo State Power Engineering University,

Candidate of Engineering Sciences (PhD), Associate Professor of the Applied Mathematics Department,

e-mail: and2mit@mail.ru

Панюшкин Илья Сергеевич,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

студент, кафедра прикладной математики,

e-mail: ilya921233@gmail.com

Panyushkin Ilya Sergeevich,

Ivanovo State Power Engineering University,

Student, Applied Mathematics Department,

e-mail: ilya921233@gmail.com

Tannous Katia,

Chemical Engineering School,

University of Campinas, Dr.-Eng., Professor, Brazil

e-mail: katia@feq.unicamp.br