

УДК 621.321

**Ирина Сергеевна Снитко**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», старший преподаватель, Россия, Иваново, e-mail: irant-kin@yandex.ru

**Андрей Ильич Тихонов**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, Россия, Иваново, e-mail: aitispu@mail.ru

**Алексей Вадимович Стулов**

ООО «НПК «АВТОПРИБОР»», кандидат технических наук, заместитель генерального директора по научной работе, Россия, Владимир, e-mail: alxstl@mail.ru

**Вадим Евгеньевич Мизонов**

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, e-mail: mizonov46@mail.ru

## **Разработка модели переходных режимов с учетом взаимной индуктивности полей рассеяния для реализации цифрового двойника трансформатора<sup>1</sup>**

### **Авторское резюме**

**Состояние вопроса.** Актуальной является задача создания уточненных математических моделей силовых трансформаторов (цифровых двойников), позволяющих рассчитывать произвольные режимы работы этих устройств с большой точностью и повышенным быстродействием. В настоящее время подобные задачи решаются с использованием таких имитационных пакетов, как MatLab Simulink. Одним из недостатков существующих имитационных моделей трансформатора можно назвать допущение, выраженное в использовании собственных индуктивностей рассеяния обмоток. Такое допущение не всегда приемлемо. В связи с этим актуальной является разработка моделей трансформаторов с использованием матриц взаимных индуктивностей поля рассеяния.

**Материалы и методы.** Использован метод конечных элементов для расчета магнитного поля в 2D-постановке, реализованный средствами библиотеки EMLib, а также методы имитационного моделирования с использованием пакета MatLab Simulink.

**Результаты.** Оценены особенности и основные допущения при построении уточненных математических моделей силовых трансформаторов различной конструкции (двух- и трехобмоточных), позволяющие обеспечить требуемую точность при имитации переходных и аварийных режимов их работы. Разработаны полевые модели для определения собственных и взаимных индуктивностей рассеяния. Разработаны имитационные модели трансформаторов различной конструкции с использованием матриц индуктивностей рассеяния обмоток. Приведены результаты моделирования динамических процессов в трансформаторе в различных режимах. Проведено сравнение результатов работы моделей с использованием матриц взаимных индуктивностей рассеяния и без.

**Выводы.** Результаты работы могут быть использованы при проектировании силовых трансформаторов в проектных организациях и в условиях производства. Также возможно использование разработанных моделей при эксплуатации силовых трансформаторов для анализа статических и динамических режимов работы участков электрических сетей.

**Ключевые слова:** цифровые двойники, имитационное моделирование трансформаторов, поля рассеяния, взаимные индуктивности

**Irina Sergeevna Snit'ko**

Ivanovo State Power Engineering University, Senior Lecturer, Russia, Ivanovo, e-mail: irant-kin@yandex.ru

<sup>1</sup> Работа была выполнена при финансовой поддержке РФФИ, региональный конкурс Ивановской области, проект № 20-48-370001 от 19.01.2021.

The research is carried out with financial support of RFFR, regional contest of Ivanovo region, project № 20-48-370001 dated 19.01.2021.

**Andrey Ilyich Tikhonov**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of Physics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: aitispu@mail.ru

**Aleksey Vadimovich Stulov**

LTD "NPK AVTOPRIBOR", Candidate of Engineering Sciences, Deputy Chief Executive Officer for Research, Russia, Vladimir, e-mail: alxstl@mail.ru

**Vadim Evgenievich Mizonov**

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: mizonov46@mail.ru

## Development of model of transient modes taking into account mutual inductance of scattering fields for implementation of digital twin of transformer

**Abstract**

**Background.** Development of the refined mathematical models of power transformers (digital twins), which make it possible to calculate arbitrary modes of operation of these devices with high accuracy and increased speed is an urgent task. Currently, such problems are solved using simulation packages such as MatLab Simulink. One of the disadvantages of the existing simulation models of the transformer is the assumption that own leakage inductance of the windings is used. This assumption is not always acceptable. Thus, the purpose of this article is to develop models of transformers using matrices of mutual inductance of the scattering field.

**Materials and methods.** The finite element method is used to calculate the magnetic field in a 2D formulation, implemented by means of the EMLib library, as well as simulation methods with the MatLab Simulink package are applied.

**Results.** The authors have estimated the features and basic assumptions while developing refined mathematical models of power transformers of various designs (two- and three-winding). It makes possible to ensure the required accuracy when simulating transient and emergency modes of transformer operation. Field models have been developed to determine the own and mutual scattering inductance matrices. Simulation models of transformers of various designs with the use of winding leakage inductance matrices have been developed. The results of simulation of dynamic processes in a transformer in various modes are presented. Comparison of the results of the operation of models with matrices of mutual inductances and without them is carried out.

**Conclusions.** The results of the research can be used during the design of power transformers in design companies and in production environment. It is also possible to use the developed models during operation of power transformers for the analysis of static and dynamic modes of operation of sections of electrical networks.

**Key words:** digital twins, simulation of transformers, scattering fields, mutual inductances

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2021.4.047-056

**Введение.** В настоящее время одним из приоритетов развития энергетической и машиностроительной областей является цифровизация данных отраслей экономики. В рамках мероприятий по цифровизации активно развиваются и внедряются уточненные математические модели энергетического оборудования (в частности, силовых трансформаторов), отвечающие требованиям высокой точности (95 % и выше) и быстрого действия при имитации режимов работы устройства. В настоящее время подобные модели получили название цифровых двойников [1]. Использование цифровых двойников при проектировании позволяет сократить затраты на опытные образцы ввиду возможности оценки ре-

зультата проектных решений без проведения дорогостоящих испытаний. Как правило, для создания имитационных моделей используются CAE-технологии, работающие с 3D- и 2D-моделями, такие как ANSYS, COMSOL, ELCUT [2, 3, 4]. Например, в [5, 6] приведены результаты имитационного моделирования в ANSYS электротехнических устройств с использованием 3D- и 2D-моделей электромагнитного поля. В [7] задача моделирования электромагнитных процессов при работе силовых трансформаторов под нагрузкой и в режиме холостого хода решалась с использованием 3D-модели с помощью пакета COMSOL Multiphysics.

Основным недостатком таких моделей является значительное время расчета, оцениваемое часами. Кроме того, существует также проблема стоимости вышеназванных платформ, что зачастую оказывается непосильным для небольших производств. Более дешевый вариант аналогичной технологии разработан в ИГЭУ на основе библиотеки моделирования полей EMLib [8].

Как показывает опыт, достаточная для цифровых двойников точность моделирования произвольных режимов работы трансформаторов может быть получена с использованием цепных моделей, параметры которых предварительно рассчитываются с использованием полевых моделей. Несколько вариантов подобных моделей трансформатора представляет пакет MatLab Simulink SimPowerSystem [9]. Их главный недостаток состоит в относительной закрытости математического аппарата.

В [10] рассмотрена математическая модель силового трансформатора, реализованная в среде MatLab Simulink SimPowerSystem, которая может быть использована в качестве основы для цифрового двойника. Достоинством данной модели является простота, быстрое действие и высокая точность имитации произвольных режимов работы трансформаторов. Например, данная модель гораздо проще моделей, приведенных в [11, 12], однако после ее калибровки по осциллограмме реального трансформатора было получено практически полное совпадение результатов моделирования с результатами эксперимента, причем с учетом магнитного гистерезиса. Основные допущения, принимаемые при определении параметров модели, описаны в [13].

Анализ модели показывает, что главный ее недостаток состоит в отсутствии учета матриц индуктивностей полей рассеяния обмоток, что сказывается, главным образом, на точности расчета переходных и аварийных режимов, особенно коротких замыканий (КЗ). Наибольшая погрешность возникает при определении ударного тока КЗ и (в некоторых случаях) броска тока при включении трансформатора на холостой ход (ХХ) и нагрузку. Недопустимо большие погрешности возникают при моделировании многообмоточных трансформаторов.

Таким образом, актуальной является задача построения имитационной модели силовых трансформаторов с использованием матриц индуктивностей полей рассеяния обмоток, учитывающих взаимное влияние полей рассеяния в различных режимах работы трансформатора. Задача осложняется малой величиной этих полей по сравнению с основным полем трансформатора.

Ниже приводятся методики определения параметров поля рассеяния трансформаторов, а также имитационные модели, позволяющие учесть взаимное влияние этих полей в переходных режимах.

**Методы исследования.** В [14] описан подход к моделированию трансформатора на основе так называемого «идеального трансформатора». В [15] данный подход распространен на случай математической модели нелинейного однофазного трансформатора с потерями. В [10] приводятся основные принципы построения модели трехфазного трансформатора.

С учетом обоснованных в [13] допущений построена конечно-элементная модель однофазного трансформатора, приведенная на рис. 1.

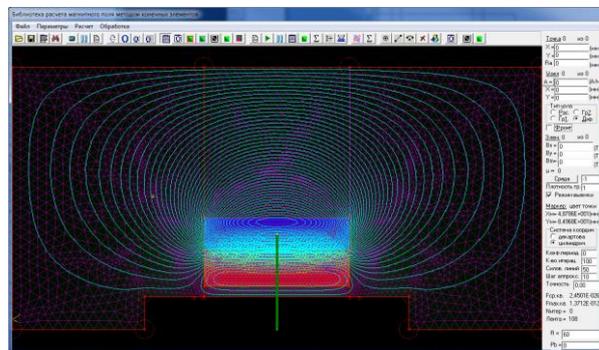


Рис. 1. Конечно-элементная модель магнитного поля для расчета индуктивностей рассеяния однофазного трансформатора

Для определения индуктивности рассеяния трансформатора моделируется опыт идеального КЗ (намагничивающие силы обмоток задаются равными и противоположно направленными). В этом случае потокосцепление каждой катушки обмоток будет пропорционально ее индуктивности рассеяния.

Для учета взаимного влияния полей рассеяния на переходные режимы трансформатора была использована библиотека Matlab Simulink SimPowerSystem. Для

моделирования цепей с индуктивностью здесь используется линейный элемент RLC Branch (рис. 2,а). В то же время для моделирования индуктивности можно использовать электрическую схему замещения на основе управляемого источника тока Controlled Current Source (рис. 2,б), на управляющий вход которого подается сигнал, рассчитываемый на каждом шаге интегрирования по времени по формуле

$$I = \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt, \quad (1)$$

где  $L$  – величина индуктивности;  $u(t)$  – падение напряжения на индуктивности.

Шунтирующее сопротивление  $R_b$  с произвольно выбираемым большим номиналом на рис. 2,б используется для устранения возможных численных конфликтов, возникающих при включении источника тока последовательно с другим источником тока или с индуктивностью.

Достоинством данной схемы замещения является возможность вычисления нелинейных номиналов индуктивного элемента, которые могут изменяться на каждом шаге интегрирования. Например, таким образом можно смоделировать нелинейную индуктивность, заданную кривой намагничивания в форме  $I(\Psi)$ , где  $\Psi$  – потокосцепление обмотки (рис. 2,в).

В нашем случае данный метод использован для имитации процессов в обмотках трансформаторов, вызванных полями рассеяния с учетом взаимных индуктивностей. В частности, в двухобмоточном трансформаторе индуктивная связь по полям рассеяния каждой пары фазных обмоток может быть смоделирована схемой, представленной на рис. 3. Аналогичная схема для трехобмоточного трансформатора представлена на рис. 4.

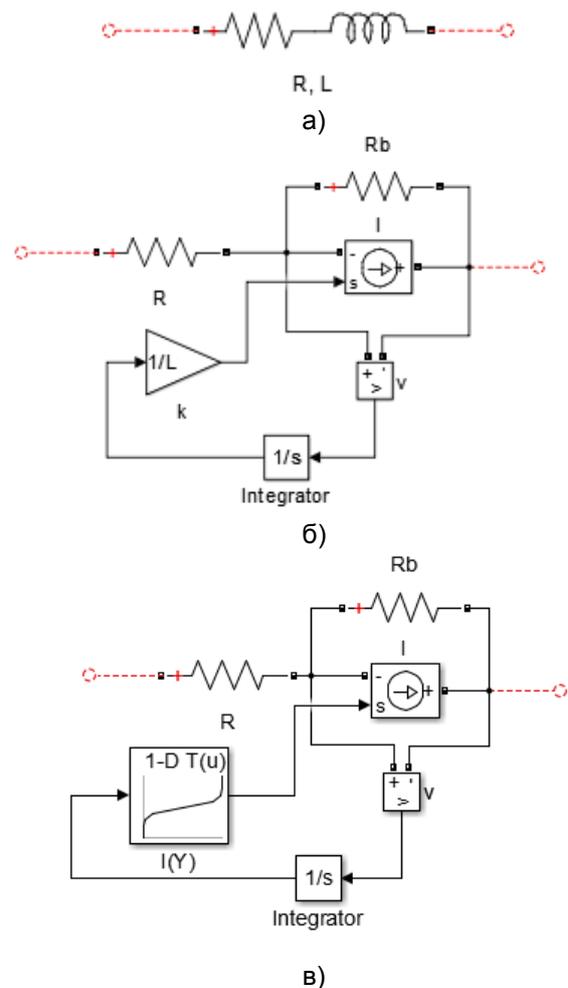


Рис. 2. Элемент RLC Branch библиотеки MatLab Simulink SimPowerSystem (а) и его схема замещения в линейном (б) и нелинейном (в) вариантах

Расчет управляющих сигналов источников тока в этих моделях осуществляется с использованием обращенных матриц индуктивностей

$$[M] = [L]^{-1}, \quad (2)$$

имеющих размер  $2 \times 2$  в случае двухобмоточного трансформатора (рис. 3) и  $3 \times 3$  в случае трехобмоточного трансформатора (рис. 4).

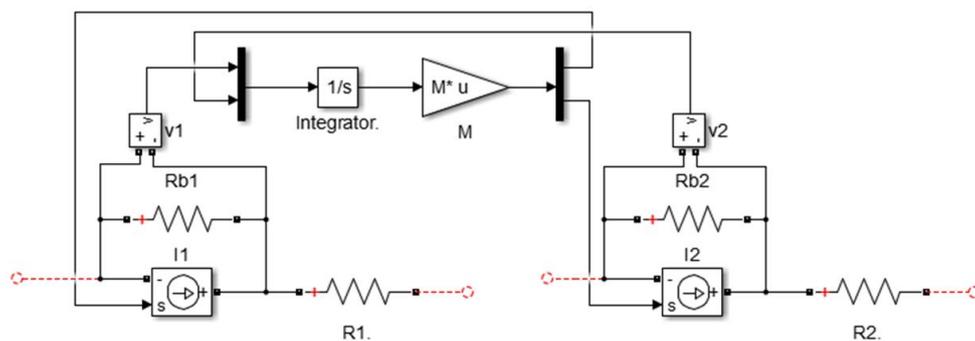


Рис. 3. Модель индуктивной связи по полям рассеяния первичной и вторичной обмоток одной фазы двухобмоточного трансформатора с использованием матрицы индуктивностей

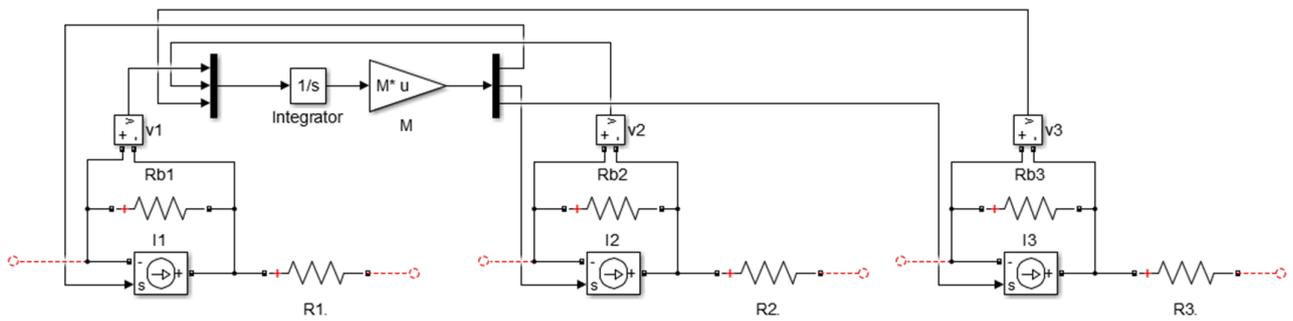


Рис. 4. Модель индуктивной связи по полям рассеяния обмоток одной фазы трехобмоточного трансформатора с использованием матрицы индуктивностей

Определение взаимных индуктивностей рассеяния и построение матрицы индуктивностей производится на основе решения полевой задачи по расчету собственного поля каждой катушки (рис. 5). В этом случае взаимная индуктивность двух обмоток определяется как

$$L_{ij} = \frac{\Psi_i}{I_j}, \quad (3)$$

где  $\Psi_i$  – потокосцепление  $i$ -й катушки с магнитным полем, создаваемом током  $j$ -й катушки  $I_j$ .

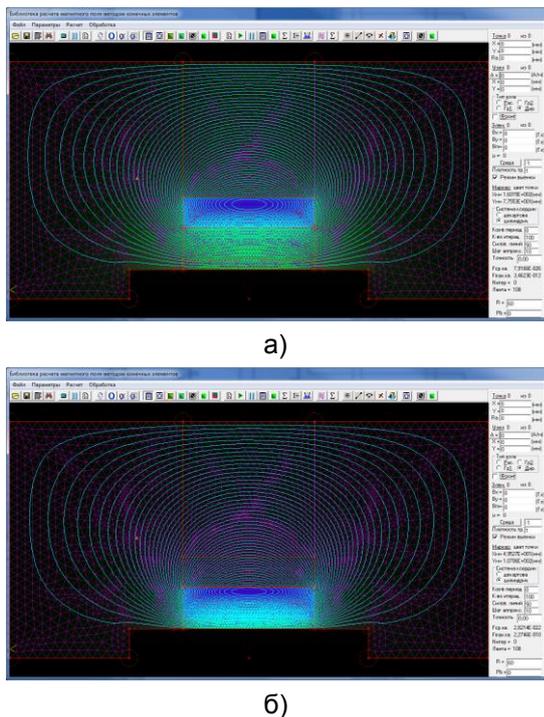


Рис. 5. Картины магнитного поля внешней (а) и внутренней (б) обмоток однофазного трансформатора при расчете матрицы индуктивностей рассеяния

Используя данную методику, можно определить взаимные индуктивности обмоток однофазного или трехфазного двухоб-

моточного трансформатора, расположенных на одном стержне.

При моделировании опыта КЗ пар обмоток трехобмоточного трансформатора (рис. 6) были получены индуктивности рассеяния:

- 1) ВН–СН:  $L_{\sigma\text{ВН}} = 0,364$  Гн,  $L_{\sigma\text{СН}} = 0,0264$  Гн;
- 2) ВН–НН:  $L_{\sigma\text{ВН}} = 0,534$  Гн,  $L_{\sigma\text{НН}} = 3,9 \cdot 10^{-6}$  Гн;
- 3) СН–НН:  $L_{\sigma\text{СН}} = 0,0522$  Гн,  $L_{\sigma\text{НН}} = -3,4 \cdot 10^{-6}$  Гн.

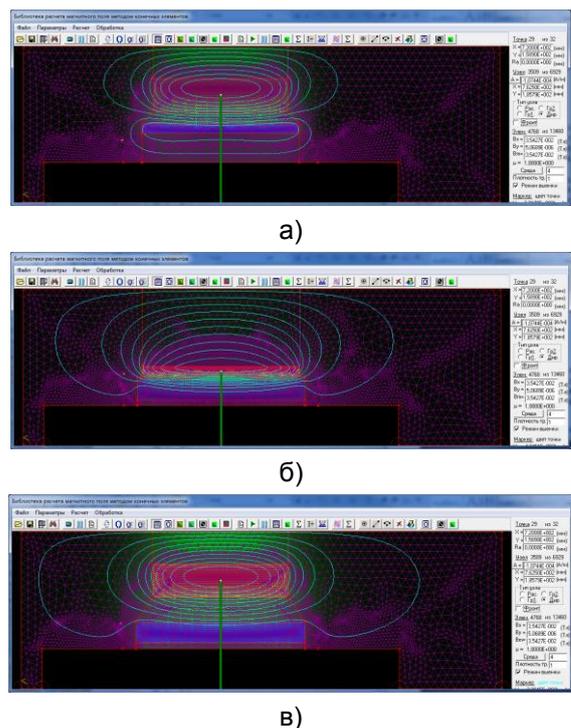


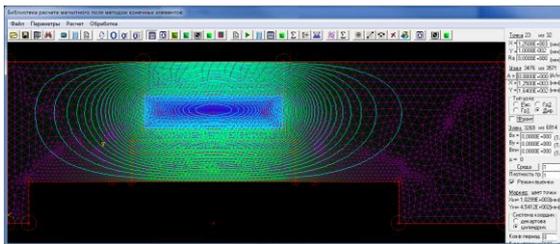
Рис. 6. Поле рассеяния в имитации опыта КЗ пар обмоток ВН–СН (а), СН–НН (б), ВН–НН (в)

Анализ полученных результатов показывает, что для одних и тех же обмоток в разных опытах были получены разные величины индуктивностей рассеяния, причем не только по величине, но и по знаку, что противоречит физическим представлениям.

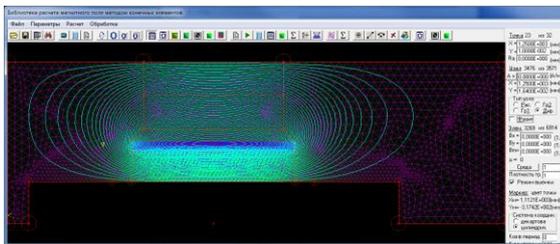
Следовательно, описанная выше методика неприменима к трехобмоточному

трансформатору. Следует ожидать, что и при моделировании двухобмоточного трансформатора будут возникать искажения при использовании допущения об использовании индуктивности рассеяния без учета взаимных индуктивностей.

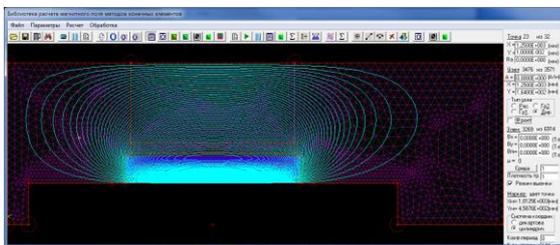
Собственные и взаимные индуктивности рассеяния трехобмоточного трансформатора целесообразно определять по результатам расчета собственного поля рассеяния каждой из катушек (рис. 7).



а)



б)



в)

Рис. 7. Поля рассеяния обмоток ВН(а), СН(б), НН (в)

В этом случае собственные и взаимные индуктивности определяются по формуле (3).

По величинам этих индуктивностей можно определить собственные индуктивности рассеяния трансформатора, как это принято в традиционном моделировании:

$$L_{\sigma i} = L_i - L_{ij} \frac{w_j}{w_i}, \quad (4)$$

где  $w_i$ ,  $w_j$  – количества витков обмоток.

Однако, как уже было сказано, более целесообразно перестроить имитационную модель таким образом, чтобы вместо собственных индуктивностей рассеяния в них использовались матрицы индуктивностей,

как это показано на рис. 3–4. Это позволит осуществить более точный расчет различных режимов работы (в том числе, аварийных) трансформатора с любой нагрузкой.

**Результаты исследований.** На рис. 8 представлены три варианта модели переходных режимов в однофазном трансформаторе:

1) индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток заданы с использованием стандартного блока RLC Branch;

2) индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток заданы схемой замещения с использованием управляемого источника тока;

3) в первичной и вторичной обмотках заданы матрицы индуктивностей рассеяния с учетом взаимных индуктивностей.

На рис. 9 приведены результаты моделирования.

Анализ полученных результатов (рис. 9) показывает, что кривые 1 и 2, полученные на первой и второй моделях, полностью совпали, что говорит о возможности использования схемы замещения рис. 2,б для моделирования индуктивности. Кривая 3, полученная с использованием матрицы индуктивностей рассеяния, отличается от кривых 1 и 2 в первые моменты времени. В установившемся режиме эти кривые совпадают. Это говорит о том, что даже в однофазном трансформаторе допущения, принимаемые традиционно в отношении индуктивностей рассеяния обмоток, справедливы только для установившихся режимов. В переходных режимах эти допущения перестают работать. Поэтому создание цифровых двойников трансформаторов, способных адекватно имитировать процессы как в установившихся, так и в переходных режимах, должно опираться на использование матриц индуктивностей рассеяния.

На рис. 10 приведена имитационная модель трехфазного трансформатора, в которой учтено взаимное влияние потоков рассеяния обмоток, расположенных на одном стержне. Матрицы индуктивностей рассеяния рассчитывались с использованием конечно-элементной модели магнитного поля рассеяния. На рис. 11 приведены кривые изменения во времени фазных токов первичных обмоток при включении трансформатора на нагрузку (под номером 1). Данные кривые сравниваются с кривыми, полученными для того же трансформатора, но с использованием модели, приведенной в [10], которая

не учитывает взаимного влияния полей рассеяния (под номером 2). Эти кривые практически совпали друг с другом, поэтому на рис. 12 приведен увеличенный фрагмент данных

кривых, соответствующий броску тока при включении трансформатора. Здесь уже просматривается различие в 3,5 %.

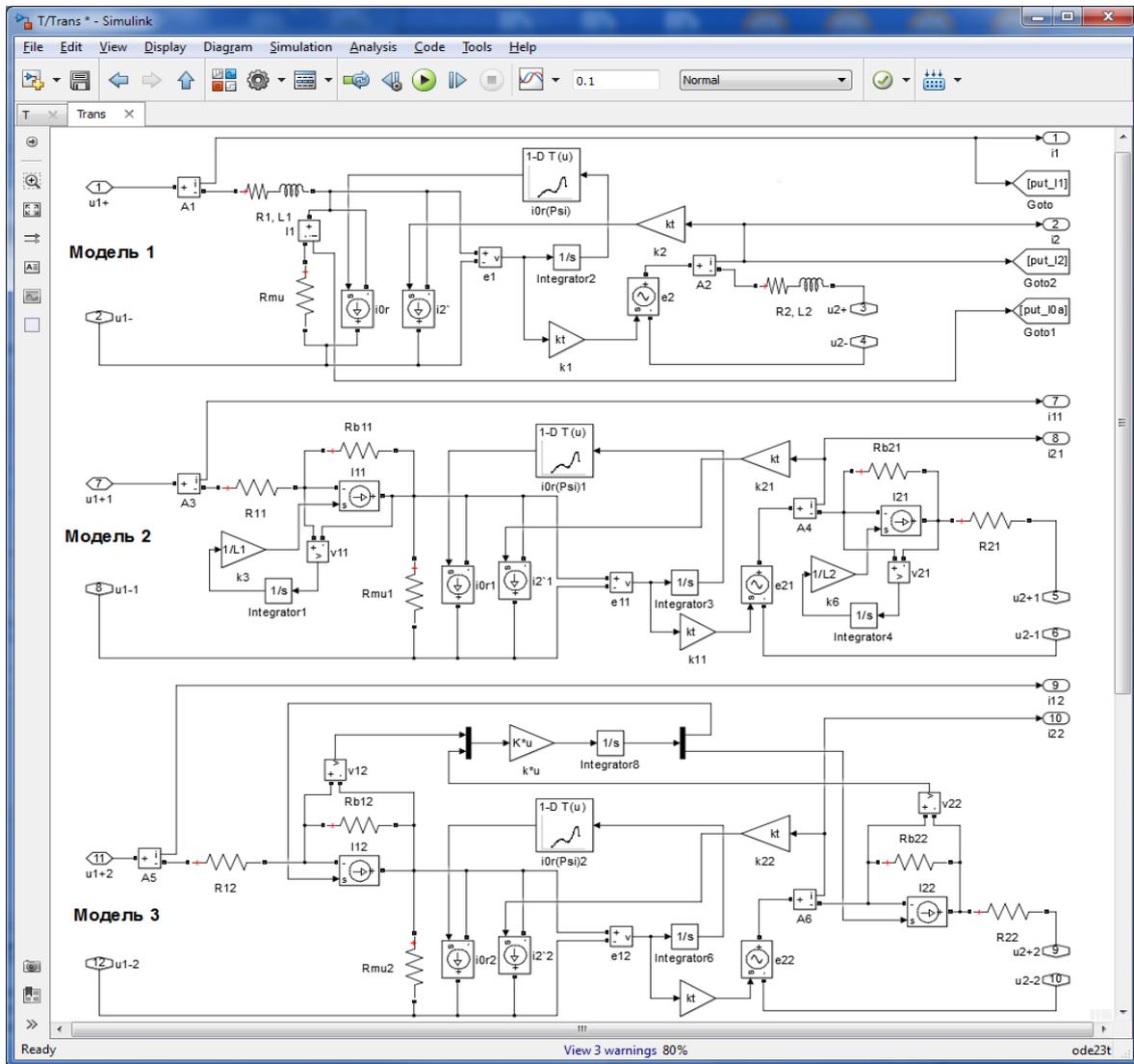


Рис. 8. Три варианта моделей двухобмоточного трансформатора

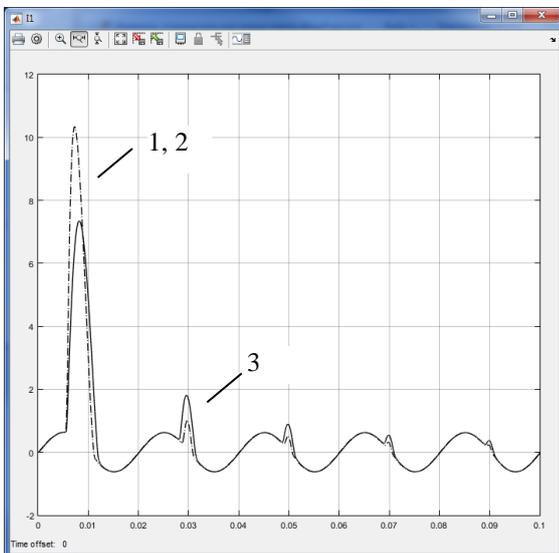


Рис. 9. Результаты расчета процесса включения однофазного трансформатора на нагрузку с использованием трех моделей переходных режимов

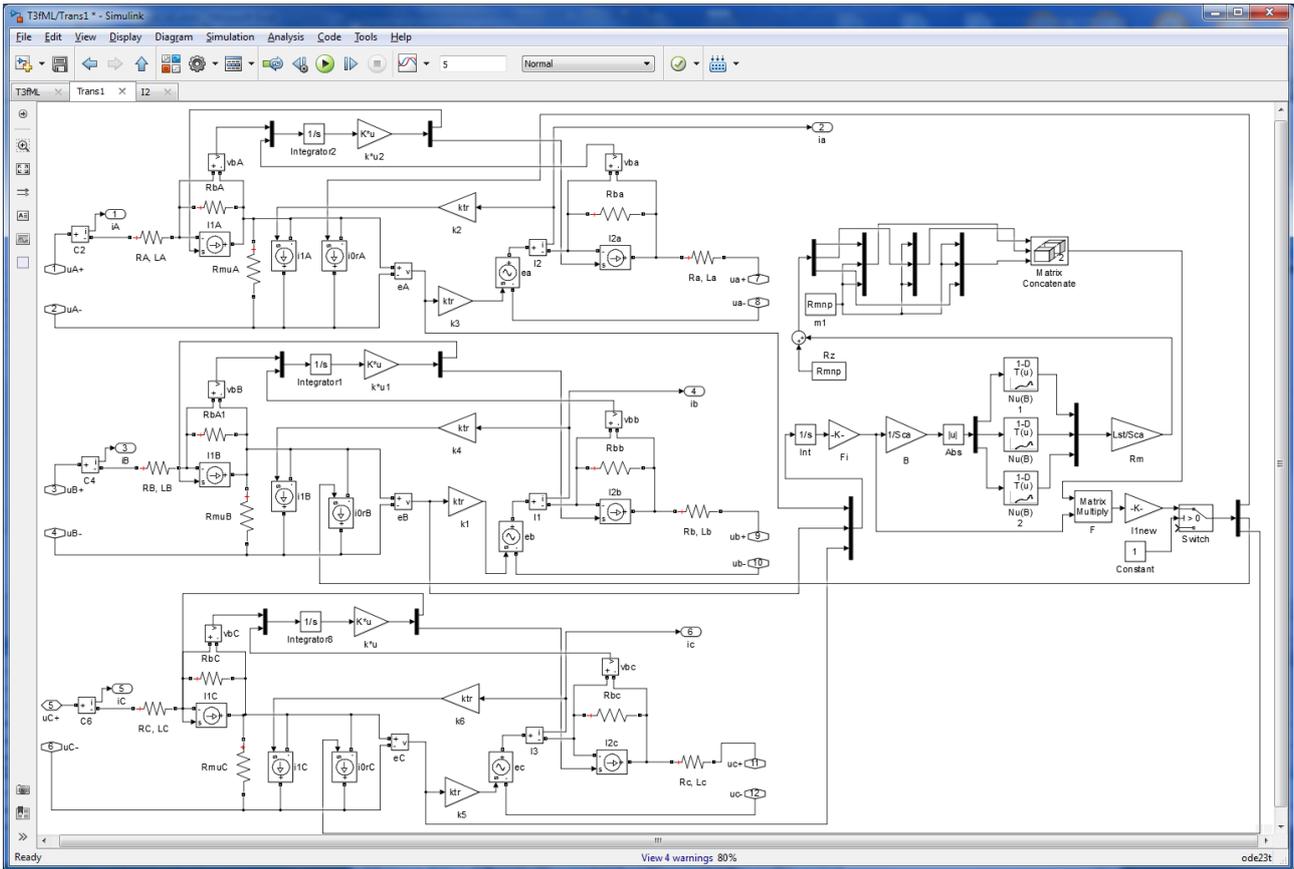


Рис. 10. Имитационная модель трехфазного трансформатора с учетом взаимного влияния потоков рассеяния обмоток, расположенных на одном стержне

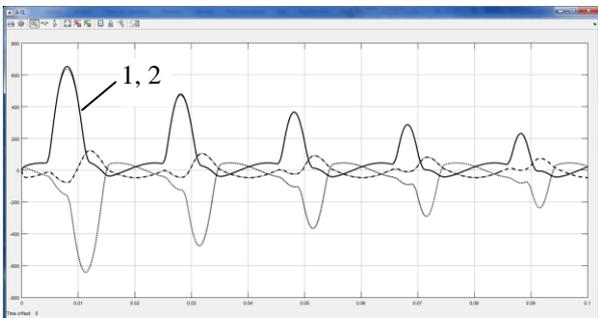


Рис. 11. Результаты расчета процесса включения трехфазного трансформатора на нагрузку с учетом взаимных индуктивностей рассеяния и без

Данное расхождение можно считать несущественным и не стоящим особого внимания. Однако анализ кривых фазных токов в первичных обмотках при моделировании процесса включения трансформатора на короткое замыкание (рис. 13) показывает, что в некоторых режимах (особенно аварийных) данное расхождение становится критичным.

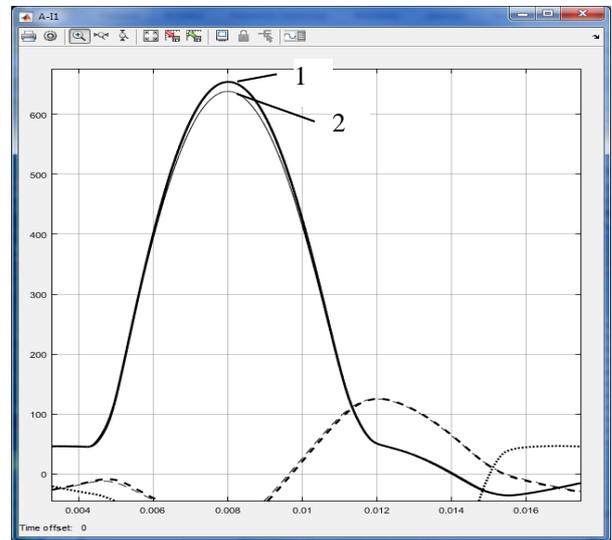


Рис. 12. Расхождение в определении броска тока в фазе А, полученное на двух моделях

**Выводы.** Существующие модели трансформаторов, как правило, учитывают рассеяние обмоток путем использования элемента, называемого индуктивностью рассеяния. В то же время физика трансформатора требует учета взаимного влия-

ния потоков рассеяния обмоток друг на друга с использованием матриц индуктивности.

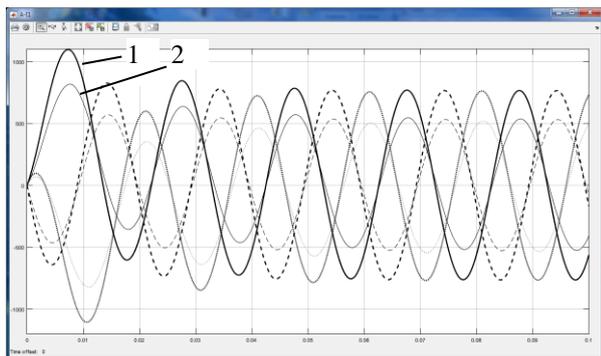


Рис. 13. Расхождение в определении тока в первичных обмотках, полученное на двух моделях в опыте включения трансформатора на трехфазное КЗ

В приведенном исследовании показано, что при создании цифровых двойников трансформаторов, в которых гарантируется повышенная точность моделирования произвольных режимов их работы, в том числе переходных и аварийных, взаимное влияние магнитных полей рассеяния обмоток должно учитываться с помощью матриц индуктивностей. Тем более существенным это требование становится при моделировании многообмоточных трансформаторов.

Результаты работы могут быть использованы при проектировании силовых трансформаторов в проектных организациях и в условиях производства. Также возможно использование разработанных моделей при эксплуатации силовых трансформаторов для анализа статических и динамических режимов работы участков электрических сетей.

#### Список литературы

1. **Национальная** технологическая инициатива [Электронный ресурс] // Агентство стратегических инициатив. – Режим доступа: <https://asi.ru/nti>.
2. **Digital Twin** [Электронный ресурс] // ANSYS. – Режим доступа: <https://www.ansys.com/products/systems/digital-twin/>
3. **Цифровой** двойник (Digital Twin) [Электронный ресурс] // CADFEM. – Режим доступа: <https://www.cadfem-cis.ru/service/digital-twin/>
4. **Digital Twin Modeling with COMSOL® in 18 Minutes** [Электронный ресурс] // COMSOL. – Режим доступа: <https://www.comsol.com/events/webinar/Digital-Twin-Modeling-with-COMSOL-in-18-Minutes-74531>

5. **Калявин А.** Новые возможности ANSYS 15.0 для решения задач электромеханики // САПР и графика. – 2014. – № 1. – С. 70–73.

6. **Калявин А.** Моделируем электромагнитное поле в обновленном ANSYS 16.0 // САПР и графика. – 2015. – № 3. – С. 62–67.

7. **Моделирование** электромагнитных процессов при работе силовых трансформаторов под нагрузкой и в режиме холостого хода / Д.С. Ярымбаш, М.И. Коцур, Т.С. Ярымбаш, И.М. Килимник // Problemele energetich regionale. – 2020. – 1(45). – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-elektromagnitnyh-protsesov-pri-rabote-silovyh-transformatorov-pod-nagruzkoy-i-v-rezhime-holostogo-hoda/viewer>

8. **Шмелев А.С., Пайков И.А., Булатов Л.Н.** Методика организации численного исследования электротехнических устройств с использованием библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля // Вестник ИГЭУ. – 2014. – Вып. 1. – С. 55–61.

9. **Черных И.В.** Моделирование электротехнических устройств в МА TLAB, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.

10. **Разработка** нелинейной модели трехфазного трансформатора для исследования влияния несимметрии магнитной системы на работу устройства в произвольных режимах / А.И. Тихонов, А.В. Стулов, А.А. Каржевин, А.В. Подобный // Вестник ИГЭУ. – 2020. – Вып. 1. – С. 22–31.

11. **Принципы** моделирования переходных процессов в трансформаторе с учетом топологии свойств магнитопровода / С.Е. Зирка, Ю.И. Мороз, Е.Ю. Мороз и др. // Электротехника. – 2013. – № 1. – С. 16–24.

12. **Зирка С.Е., Мороз Ю.И.** Моделирование трехфазного трансформатора как системы с сосредоточенно-распределенными параметрами // Техн. электродинамика. – 2014. – № 3. – С. 28–32.

13. **Разработка** 2D-моделей магнитного поля для реализации технологии цифровых двойников и порождающего проектирования силовых трансформаторов / А.И. Тихонов, А.В. Стулов, И.С. Снитыко, А.В. Подобный // Вестник ИГЭУ. – 2020. – Вып. 3. – С. 32–41.

14. **Попов В.П.** Теория электрических цепей. Ч. 1. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2020. – 378 с.

15. **Разработка** и исследование динамической модели однофазного трансформатора с сердечником из аморфной стали / А.И. Тихонов, А.А. Каржевин, А.В. Подобный, Д.Е. Дрязгов // Вестник ИГЭУ. – 2019. – Вып. 2. – С. 43–51.

#### References

1. Natsional'naya tekhnologicheskaya initsiativa [National Technological Initiative].

*Agentstvo strategicheskikh initsiativ* [Agency for Strategic Initiatives]. Available at: <https://asi.ru/nti>.

2. Digital Twin. ANSYS. Available at: <https://www.ansys.com/products/systems/digital-twin/>

3. Tsifrovoy dvoynik [Digital twin]. CAD-FEM. Available at: <https://www.cadfecis.ru/service/digital-twin/>

4. Digital Twin Modeling with COMSOL® in 18 Minutes. COMSOL. Available at: <https://www.comsol.com/events/webinar/Digital-Twin-Modeling-with-COMSOL-in-18-Minutes-74531>

5. Kalyavin, A. Novye vozmozhnosti ANSYS 15.0 dlya resheniya zadach elektromekhaniki [New features of ANSYS 15.0 for solving problems of electromechanics]. *SAPR i grafika*, 2014, no. 1, pp. 70–73.

6. Kalyavin, A. Modeliruem elektromagnitnoe pole v obnovlennom ANSYS 16.0 [Modeling the electromagnetic field in the updated ANSYS 16.0]. *SAPR i grafika*, 2015, no. 3, pp. 62–67.

7. Yarymbash, D.S., Kotsur, M.I., Yarymbash, T.S., Kilimnik, I.M. Modelirovanie elektromagnitnykh protsessov pri rabote silovykh transformatorov pod nagruzkoy i v rezhime kholostogo khoda [Modeling of electromagnetic processes during the operation of power transformers under load and in idle mode]. *Problemele energetich regional*, 2020, 1(45). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-elektromagnitnykh-protsessov-pri-rabote-silovykh-transformatorov-pod-nagruzkoy-iv-rezhime-holostogo-hoda/viewer>

8. Shmelev, A.S., Paykov, I.A., Bulatov, L.N. Metodika organizatsii chislennogo issledovaniya elektrotekhnicheskikh ustroystv s ispol'zovaniem biblioteki konechno-elementnogo modelirovaniya magnitnogo polya [The methodology of organizing a numerical study of electrical devices using a library of finite element modeling of a magnetic field]. *Vestnik IGEU*, 2014, issue 1, pp. 55–61.

9. Chernykh, I.V. Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroystv v MA TLAB, SimPowerSystems i Simulink [Simulation of electrical devices in MA TLAB, SimPowerSystems and Sim-

ulink]. Moscow: DMK Press; Saint-Petersburg: Piter, 2008. 288 p.

10. Tikhonov, A.I., Stulov, A.V., Karzhevin, A.A., Podobnyy, A.V. Razrabotka nelineynoy modeli trekhfaznogo transformatora dlya issledovaniya vliyaniya nesimmetrii magnitnoy sistemy na rabotu ustroystva v proizvodnykh rezhimakh [Development of a non-linear model of a three-phase transformer to study the effect of asymmetry of the magnetic system on the operation of the device in arbitrary modes]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 1, pp. 22–31.

11. Zirka, S.E., Moroz, Yu.I., Moroz, E.Yu., Evdokunin, G.A., Dmitriev, M.V., Arturi, Ts.M. Printsipy modelirovaniya perekhodnykh protsessov v transformatore s uchetom topologii svoystv magnitoprovoda [Principles of modeling transient processes in a transformer taking into account the topology of the properties of the magnetic circuit]. *Elektrotehnika*, 2013, no. 1, pp. 16–24.

12. Zirka, S.E., Moroz, Yu.I. Modelirovanie trekhfaznogo transformatora kak sistemy s sosredotochenno-raspredelelennymi parametrami [Modeling a three-stage transformer as a system with lumped-distributed parameters]. *Tech. electrodynamics*, 2014, no. 3, pp. 28–32.

13. Tikhonov, A. I., Stulov, A.V., Snit'ko, I.S., Podobnyy, A.V. Razrabotka 2D-modeley magnitnogo polya dlya realizatsii tekhnologii tsifrovyykh dvoynikov i porozhdayushchego proektirovaniya silovykh transformatorov [Development of 2D models of the magnetic field for the implementation of digital twin technology and generation design of power transformers]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 3, pp. 32–41.

14. Popov, V.P. *Teoriya elektricheskikh tsepey. Ch. 1* [Theory of electrical circuits. Part 1]. Moscow: Yurayt, 2020. 378 p.

15. Tikhonov, A.I., Karzhevin, A.A., Podobnyy, A.V., Dryazgov, D.E. Razrabotka i issledovanie dinamicheskoy modeli odnofaznogo transformatora s serdechnikom iz amorfnoy stali [Development and research of a dynamic model of a single-phase transformer with an amorphous steel core]. *Vestnik IGEU*, 2019, issue 2, pp. 43–51.