

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.5.013

Алексей Михайлович Аббясов

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант, старший преподаватель кафедры электроники и микропроцессорных систем, Россия, Иваново, e-mail: alexx.bit@mail.ru

Сергей Вячеславович Тарарыкин

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры электроники и микропроцессорных систем, Россия, Иваново, e-mail: tsv@ispu.ru

Синтез робастной системы управления транспортированием длинномерного материала на основе грамианного метода¹

Авторское резюме

Состояние вопроса. Системы управления транспортированием материала входят в состав большого числа автоматизированных технологических комплексов непрерывно-поточного производства в разнообразных отраслях промышленности. Для согласованной работы агрегированных машин требуется обеспечить заданное качество управления натяжением транспортируемого материала в условиях исходной неопределенности и возможных вариаций внутренних параметров САУ, прежде всего инерции вращения измерительного ролика и изменений геометрии зоны деформации материала, т. е. обеспечить существенное повышение робастных свойств.

Материалы и методы. Предлагаемая методика синтеза робастных систем управления с динамическими (полиномиальными) регуляторами «входа–выхода» основана на итерационном подходе, на каждом шаге которого целенаправленно изменяются сингулярные числа грамианов управляемости и/или наблюдаемости, формируется предрегулятор, преобразующий структуру расчетной модели объекта в направлении повышения управляемости и/или наблюдаемости.

Результаты. Предложена методика синтеза робастной системы управления транспортированием длинномерного материала на основе грамианного метода. Использование улучшенной модели объекта позволяет сформировать основной полиномиальный регулятор «входа–выхода», способный обеспечивать и сохранять желаемые показатели качества и быстродействия в заданных пределах изменения параметров объекта и регулятора, в том числе при редуцировании корректирующего предрегулятора.

Выводы. Полученные результаты позволяют наглядно показать высокую эффективность использования грамианного метода для синтеза систем управления с низкой чувствительностью к вариациям как параметров объекта управления, так и собственных параметров регулятора.

Ключевые слова: двухканальная САУ, транспортирование материала, грамианный метод, полиномиальный регулятор, робастная система управления

¹ Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ №075-03-2023-025 (1/23).

The study is conducted within the framework of the state task of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation No. 075-03-2023-025 (1/23).

Alexey Mikhailovich Abbyasov

Ivanovo State Power Engineering University, Postgraduate Student, Senior Lecturer of Electronics and Microprocessor Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: alexx.bit@mail.ru

Sergey Vyacheslavovich Tararykin

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor of Electronics and Microprocessor Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: tsv@ispu.ru

Synthesis of robust control system for transportation of long-length material based on Gramian method

Abstract

Background. Material transportation control systems are part of many automated technological complexes for continuous production in various industries. For the coordinated operation of the aggregated machines, it is required to ensure a given quality of control of the tension of material transportation under conditions of initial uncertainty and possible variations in the internal parameters of the ACS, primarily the inertia of rotation of the measuring roller and changes in the geometry of the deformation zone of the material, i.e., it is required to provide a significant increase in robust properties.

Materials and methods. A method for the synthesis of robust control systems with dynamic (polynomial) input-output regulators is proposed. It is based on an iterative approach, at each step of which the singular numbers of gramians of controllability and/or observability are purposefully changed, a preregulator is formed. It transforms the structure of the computational model of the object in the direction of increasing controllability and/or observability.

Results. The authors have proposed a method for the synthesis of a robust control system for the transportation of long-length material based on the Gramian method. The use of an improved model of the object makes it possible to form a basic polynomial input-output controller capable of providing and maintaining the desired quality and performance indicators within the specified limits of changing the parameters of the object and the controller, including when reducing the corrective pre-regulator.

Conclusions. The results obtained allow us to demonstrate the high efficiency of a Gramian method for the synthesis of control systems with low sensitivity to variations in both the parameters of the control object and the controller own parameters.

Key words: two-channel ACS, material transportation, Gramian method, polynomial regulator, robust control system

DOI: 10.17588/2072-2672.2023.4.054-062

Введение. Системы управления транспортированием длинномерных материалов в процессах их технологической обработки находят широкое применение в составе многомашинного агрегатированного оборудования (поточных линий) в химической, бумагоделательной, текстильной, металлургической и других отраслях промышленности [1–6]. Они обеспечивают согласованную работу (синхронизацию) технологических машин в различных режимах обработки материала, а также необходимое силовое воздействие на полотно для управления физико-механическими параметрами выпускаемой продукции (толщины пленки или металлической полосы, диаметра волокна, удельного веса бумаги, плотности ткани и т.п.) [1, 3–7].

Базовыми элементами таких многомашинных систем являются двухканальные системы автоматического управления транспортированием материала (САУ ТМ) (рис. 1), объединение которых в единую поточную линию обеспечивает выполнение требуемых технологических функций, возложенных на агрегатированное оборудование [2, 6, 8].

Двухканальные САУ ТМ строятся обычно по принципу «ведущий – ведомый». При этом каждый канал содержит индивидуальный электропривод (ЭП) постоянного или переменного

тока, приводящий в движение рабочий орган (РО) машины и кинематической передачи (КП) (индексы 1 и 2 на рис. 1 означают принадлежность элементов соответственно к ведущему и ведомому каналам).

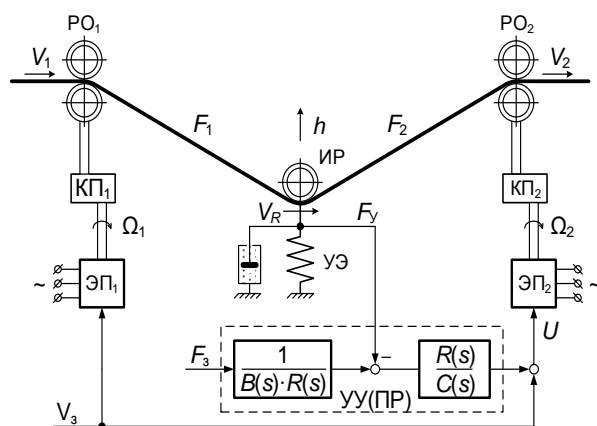


Рис. 1. Функциональная схема двухканальной САУ ТМ

Управляемая синхронизация машин осуществляется формированием и обработкой единого сигнала задания скорости V_3 на оба электропривода, а также корректирующего сигнала по натяжению F_3 транспортируемого материала (ТМ) на управляющее устройство (УУ)

ведомого ЭП. При этом контроль натяжения ТМ осуществляется по перемещению направляющего измерительного ролика (ИР), связанного с упругим элементом (УЭ), сила упругости которого F_y уравнивает результирующую сил натяжения F_1, F_2 в ветвях транспортируемого полотна с учетом геометрии зоны деформации материала. Символами V_1, V_2 и V_R обозначены соответственно линейные скорости ТМ в точках его соприкосновения с PO_1, PO_2 и ИР (при отсутствии проскальзывания), а символом h – линейное перемещение ИР.

Для согласованной работы агрегированных машин требуется обеспечить заданное качество управления натяжением ТМ в условиях исходной неопределенности и возможных вариаций внутренних параметров САУ, прежде всего инерции вращения ИР и изменений геометрии зоны деформации материала.

Математическое описание и анализ объекта управления. Структурная схема объекта управления (ОУ) в составе САУ ТМ, выполненная в соответствии с [9], представлена на рис. 2, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – деформации материала; K_{P1}, K_{P2} – коэффициенты передачи каналов ЭП; $K_{V1} = 1/V_1, K_{V2} = 1/V_2$ и $T_1 = L_1/V_1, T_2 = L_2/V_2$; L_1, L_2 – длины зон деформации; E – модуль упругости материала, приведенный к его ширине; J_R, R – момент инерции и радиус ИР; K_G – коэффициент геометрии; K_T, K_R – коэффициен-

ты трения поступательного движения и вращения ИР; K_y – коэффициент упругости УЭ.

В силу высокого быстродействия используемых ЭП они принимаются безынерционными, а высокая собственная частота хорошо демпфированных колебаний ИР дает основание представить его динамику аperiodическим звеном первого порядка.

Соответствующее векторно-матричное описание ОУ принимает следующий вид: вектор координат состояния $x = [V_R \ \varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ h]^T$, матрицы динамики, входа и выхода:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{K_R R}{J_R} & -\frac{R^2 E}{J_R} & \frac{R^2 E}{J_R} & 0 \\ \frac{K_{V1}}{T_1} & -\frac{K_{V1} K_G^2 E}{T_1 K_T} - \frac{1}{T_1} & -\frac{K_{V1} K_G^2 E}{T_1 K_T} & \frac{K_{V1} K_G K_y}{T_1 K_T} \\ -\frac{K_{V2}}{T_2} & -\frac{K_{V2} K_G^2 E}{T_2 K_T} + \frac{1}{T_2} & -\frac{K_{V2} K_G^2 E}{T_2 K_T} - \frac{1}{T_2} & \frac{K_{V2} K_G K_y}{T_2 K_T} \\ 0 & \frac{K_G E}{K_T} & \frac{K_G E}{K_T} & \frac{K_y}{K_T} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{P2} K_{V2}}{T_2} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ K_y].$$

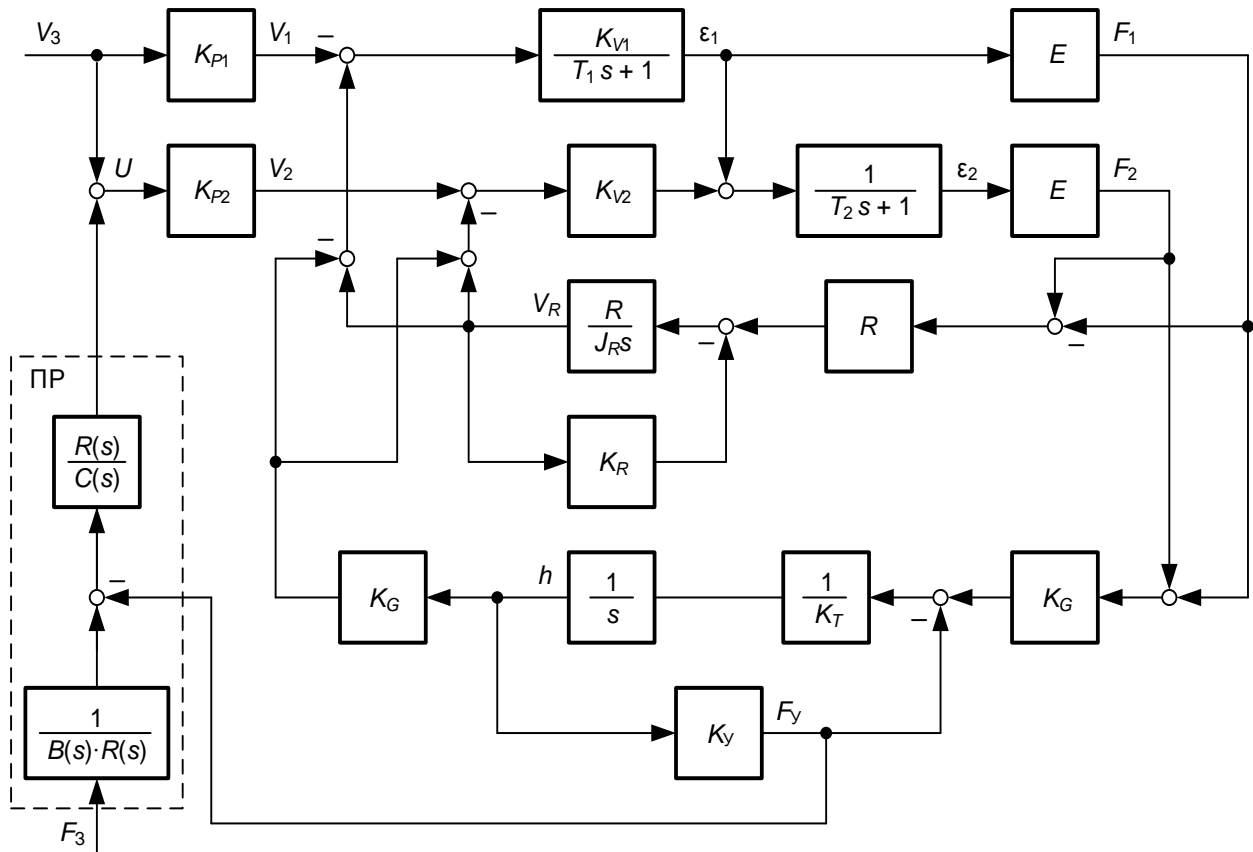


Рис. 2. Структурная схема двухканальной САУ ТМ

Примем для конкретности числовые значения параметров типового ОУ, соответствующие зонам деформации пленочных материалов поточной линии ПЭТФ-2400: $K_{P1} = K_{P2} = 16,5$; $L_1 = 1,8$ м; $L_2 = 2,2$ м; $V_1 = 2$ м/с; $E = 5000$ Н; $R = 0,065$ м; $K_T = 2000$ Н·с/м; $K_R = 60$ Н·с; $K_Y = 8000$ Н/м; $J_R = 0,5 \pm 0,15$ кг·м²; $K_G = 1,2 \pm 0,15$ (параметры J_R и K_G в силу особенностей ОУ имеют интервальный характер). В результате получаем следующие номинальные числовые значения матриц:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -7,8 & -42,25 & 42,25 & 0 \\ 0,56 & -3,11 & -2 & 2,67 \\ -0,45 & -0,73 & -2,55 & 2,18 \\ 0 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7,5 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 8000],$$

и выражение передаточной функции (ПФ) от управляющего воздействия U к выходу F_Y :

$$H_0 = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{1,8 \cdot 10^5 s^2 + 1,6 \cdot 10^6 s + 10^7}{s^4 + 17,5s^4 + 132,5s^3 + 463,2s + 116,9}.$$

Соответствующее распределение нулей и полюсов ПФ объекта, т.е. корней полиномов ее числителя $B(s)$ и знаменателя $A(s)$, приведены на рис. 3,а.

Количественные оценки степени управляемости и наблюдаемости ОУ могут быть вы-

полнены, согласно [10], с использованием норм матриц $\mathbf{P}_U = \bar{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{U}^{-1}$ и $\mathbf{P}_V = \bar{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{U}^{-1}$, где $\bar{\mathbf{U}}$ и \mathbf{U} – матрицы управляемости в канонической форме управляемости и в реальных координатах; $\bar{\mathbf{V}}$ и \mathbf{V} – матрицы наблюдаемости в канонической форме наблюдаемости и в реальных координатах. В данном случае нормы этих матриц $\|\mathbf{P}_U\|_1$ и $\|\mathbf{P}_V\|_1$, согласованных с объектом соответственно по входу и выходу, принимают значения, существенно отличающиеся от единичных: $\|\mathbf{P}_U\|_1 = 5,18$; $\|\mathbf{P}_V\|_1 = 261,91$.

Анализ приведенного математического описания ОУ показывает, что он имеет достаточно высокий порядок, характеризуется наличием сложных взаимосвязей координат состояния и неблагоприятным взаимным расположением нулей и полюсов, приводящим к существенному снижению степени наблюдаемости.

Это исключает возможность достижения высокого качества управления при использовании типовых регуляторов пониженного порядка или каскадных регуляторов с подчиненным регулированием координат и указывает на целесообразность применения управления по состоянию.

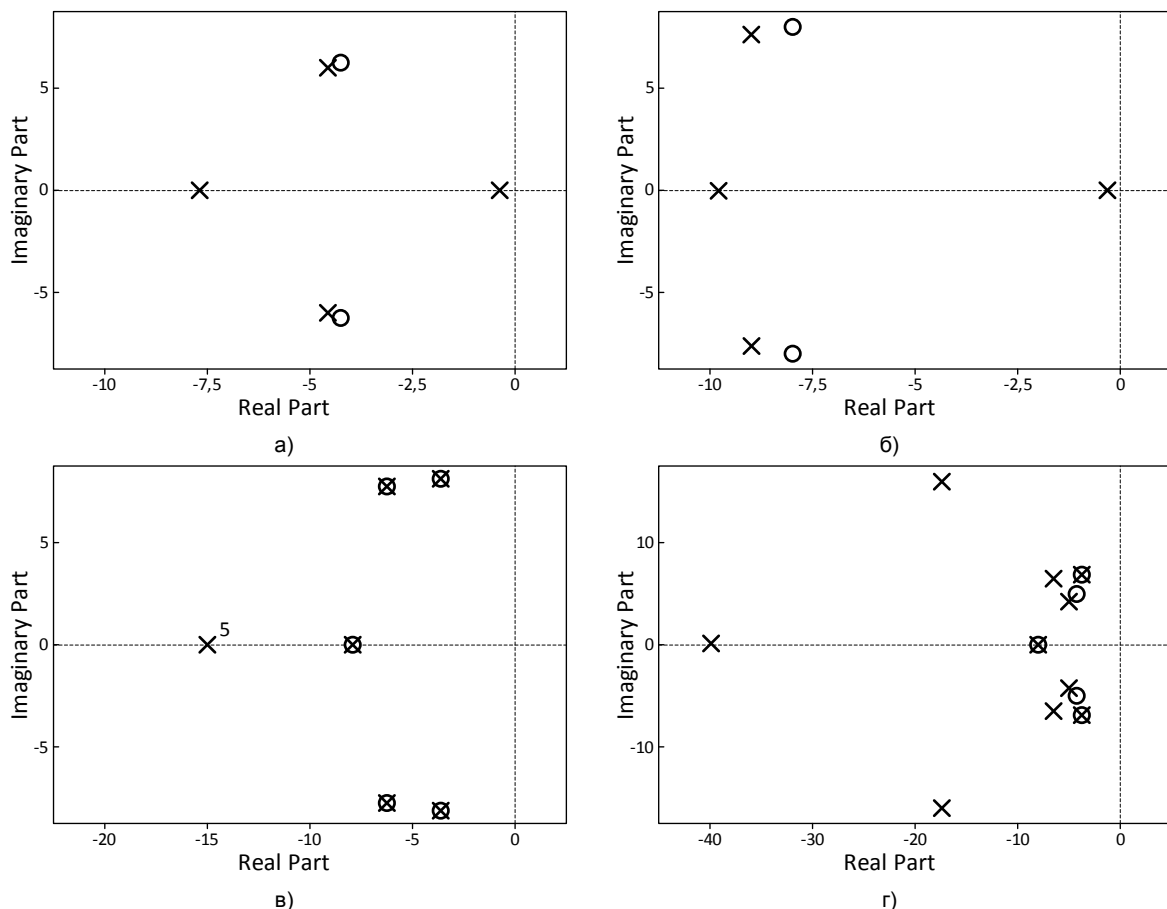


Рис. 3. Распределение нулей (o) и полюсов (x): а – исходного ОУ; б – скорректированного ОУ; в – синтезированной САУ ТМ; г – САУ ТМ после отключения предрегулятора

Однако значительные трудности измерения всех составляющих полного вектора состояния объекта приводят к необходимости замены безынерционных и интегрирующих регуляторов состояния (РС) полного порядка [11, 12] в составе САУ ТМ на динамические регуляторы «входа–выхода» с дробно-рациональным представлением их ПФ полиномами повышенного порядка, получивших название полиномиальных регуляторов (ПР) [13–15].

Возможные вариации ряда внутренних параметров заданного ОУ в широких пределах существенно усложняют управление и требуют обеспечения робастных свойств САУ ТМ с динамическими ПР «входа–выхода».

Синтез робастной САУ ТМ на основе грамианного метода. Традиционно синтез САУ с динамическими ПР проводят методом полиномиального модального управления [13–15] при номинальных значениях параметров ОУ путем решения уравнения синтеза вида

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s),$$

где $R(s)$ и $C(s)$ – полиномы числителя и знаменателя ПФ регулятора; $D(s)$ – желаемый характеристический полином (ХП) ПФ синтезируемой системы, определяющий требуемое быстродействие и качество управления.

Однако при определенных отклонениях внутренних параметров ОУ от расчетных значений в условиях низких степеней его управляемости и наблюдаемости может происходить существенное ухудшение качества управления и даже потеря устойчивости системы в реальных условиях ее эксплуатации.

Так, для принятых номинальных параметров ОУ и при заданном выражении ХП синтезируемой САУ в виде полинома Ньютона $D(s) = (s + 15)^4$ решением уравнения синтеза получаем следующие выражения полиномов ПР минимального порядка:

$$R(s) = 0,18s^3 + 3,01s^2 + 15,21s + 19,61;$$

$$C(s) = s^3 + 87,54s^2 - 2857,62s - 21707,28.$$

Такой регулятор оказывается неминимально-фазовым динамическим звеном, является трудно реализуемым и значительно снижает параметрическую грубость системы управления, сформированной на его основе. Соответствующие переходные характеристики синтезированной САУ ТМ, полученные методом цифрового моделирования при исходных параметрах ОУ и их возможных отклонениях от расчетных значений, приведены на рис. 4, а. Они свидетельствуют о высокой чувствительности системы к параметрическим возмущениям и необходимости значительного улучшения ее робастных свойств.

Для достижения этой цели наиболее эффективным является использование грамианного метода синтеза [10], разработанного

применительно к системам на базе регуляторов состояния.

Руководствуясь аналогиями с [10], предлагается использовать итерационный метод синтеза робастных САУ с динамическими ПР «входа–выхода», на каждом шаге которого целенаправленно изменяются сингулярные числа грамианов управляемости или наблюдаемости, формируется предрегулятор, преобразующий структуру расчетной модели объекта в направлении повышения управляемости и наблюдаемости, рассчитываются параметры основного регулятора и выполняется оценка робастных свойств синтезированной системы в заданных интервалах изменения внутренних параметров.

В основу метода закладывается математический аппарат грамианов управляемости G_C и наблюдаемости G_O [16–19], определяемых выражениями:

$$G_C = \int_0^{\infty} e^{At} B B^T e^{A^T t} dt; \quad G_O = \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{At} dt,$$

где t – время.

Применяются процедуры сингулярного разложения, приводящие грамианы к следующему виду:

$$G_C = U_C \Sigma_C U_C^T; \quad G_O = U_O \Sigma_O U_O^T,$$

где Σ_C , Σ_O – диагональные матрицы, состоящие из выстроенных в порядке убывания сингулярных чисел грамианов управляемости и наблюдаемости; U_C и U_O – матрицы преобразования грамианов к диагональной форме.

Относительно малые значения сингулярных чисел также являются признаками плохой управляемости или плохой наблюдаемости координат состояния объекта.

Сущность метода заключается в том, что для исходной матричной модели объекта принудительно увеличивают малые значения сингулярных чисел грамиана управляемости и грамиана наблюдаемости:

$$\hat{\Sigma}_C = \Sigma_C + \Delta \Sigma_C; \quad \hat{\Sigma}_O = \Sigma_O + \Delta \Sigma_O.$$

Затем определяют матрицы \hat{A} , \hat{U}_C и \hat{V}_O модели объекта, переведенной в новую систему координат путем преобразования подобия с использованием соотношений:

$$\hat{A} = T^{-1} A T; \quad \hat{G}_C = T^{-1} G_C T^{-T}; \quad \hat{G}_O = T^T G_O T.$$

Руководствуясь известными результатами [10], применяем следующие выражения для определения матриц преобразования T через исходные и новые значения матриц диагонального разложения грамианов управляемости и наблюдаемости:

$$T = U_C \Sigma_C^{1/2} \hat{\Sigma}_C^{-1/2} \hat{U}_C^T \quad \text{или} \quad T = V_O^T \hat{\Sigma}_O^{-1/2} \Sigma_O^{1/2} \hat{V}_O^T.$$

Затем организуется пошаговая итерационная процедура, согласно которой изменениями структуры объекта в пределах одного (малого) шага коррекции сингулярных чисел грамианов пренебрегают, полагая $\hat{\mathbf{U}}_C = \mathbf{U}_C$ и $\hat{\mathbf{V}}_O = \mathbf{V}_O$, но изменяют значения обеих матриц после завершения преобразования подобия и сингулярного разложения на следующем шаге расчета.

Процедура коррекции системных свойств объекта реализуется путем изменения его параметров или введения в его структуру дополнительных связей, формируемых предрегулятором, описываемым соответствующей матрицей $\hat{\mathbf{A}}' = \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}$.

Поскольку в расчете не накладываются ограничения на изменение передаточной функции $H_o(s)$ и матриц \mathbf{U}_C , \mathbf{V}_O исходного объекта, то для получения желаемых сингулярных чисел $\hat{\Sigma}_C$ и $\hat{\Sigma}_O$ варьируют только часть элементов матрицы \mathbf{A} , задаваемых двоичной матрицей-маской \mathbf{E} соответствующей размерности в результате поэлементного произведения (применения оператора Адамара):

$$\hat{\mathbf{A}}' = (\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}) \circ \mathbf{E}.$$

Выполнение разработанных процедур создает основу для синтеза основного ПР, позволяющего обеспечить существенное улучшение робастных свойств создаваемых САУ.

Применим разработанный метод для синтеза робастной системы управления натяжением упругого длинномерного материала в зоне транспортирования поточной линии с использованием динамического ПР «входа–выхода».

Требуется обеспечить сохранение апериодического характера переходных процессов с допустимым отклонением быстродействия в пределах 15 % при заданных вариациях параметров объекта и 10 %-ных изменениях коэффициента петлевого усиления регулятора.

Предположим, что существует возможность воздействовать с помощью предрегулятора на элементы первой строки и первого столбца матрицы \mathbf{A} . В этом случае соответствующую двоичную матричную маску следует задать в виде

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В результате расчета и сингулярного разложения грамианов управляемости и наблюдаемости с использованием программного комплекса (ПК) MatLab имеем:

$$\Sigma_C = \text{diag}\{139,61 \quad 18,64 \quad 2,11 \quad 4,28 \cdot 10^{-2}\};$$

$$\Sigma_O = \text{diag}\{6,59 \cdot 10^7 \quad 1,94 \cdot 10^6 \quad 3,49 \cdot 10^3 \quad 9,49\}.$$

Полученные результаты также свидетельствуют о низкой параметрической грубости синтезируемой системы, иллюстрируемой переходными характеристиками на рис. 4,а.

Итерационная коррекция сингулярных чисел обоих грамианов, выполненная разработанным методом, позволяет существенно улучшить системные свойства объекта

$$\hat{\Sigma}_C = \text{diag}\{24,04 \quad 3,62 \quad 0,29 \quad 3,35 \cdot 10^{-2}\},$$

$$\hat{\Sigma}_O = \text{diag}\{6,26 \cdot 10^{-2} \quad 1,9 \cdot 10^{-2} \quad 3,11 \cdot 10^{-2} \quad 2,34 \cdot 10^{-2}\},$$

$$\|\mathbf{P}_U\|_1 = 4,28, \quad \|\mathbf{P}_V\|_1 = 23,19$$

за счет использования соответствующего предрегулятора

$$\hat{\mathbf{A}}' = (\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}) \circ \mathbf{E} = \begin{bmatrix} -5,11 & 36,02 & -35,17 & -0,065 \\ 6,45 & 0 & 0 & 0 \\ -5,99 & 0 & 0 & 0 \\ -0,63 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Это позволяет изменить расчетную модель ОУ:

$$\hat{A}(s) = 1,8 \cdot 10^5 s^2 + 2,26 \cdot 10^6 s + 1,81 \cdot 10^7,$$

$$\hat{B}(s) = s^4 + 22,56s^2 + 228,37s + 917,32s + 246,03,$$

распределение ее нулей и полюсов (рис. 3,б) и сформировать новое (минимально-фазовое) управляющее устройство с полиномами ПФ:

$$\hat{R}(s) = 1,43 \cdot 10^{-2} s^3 + 0,22s + 1,97s + 9,11,$$

$$\hat{C}(s) = s^3 + 82,44s^2 + 56,79s + 25,71 \cdot 10^3,$$

обеспечивающее полное решение поставленной задачи в отношении распределения полюсов (рис. 3,в) и достижения заданных робастных свойств синтезированной САУ (рис. 4,б).

Синтез робастной САУ ТМ по улучшенной расчетной модели объекта. Следует принять во внимание, что при синтезе регуляторов робастных систем расчет обычно ведется по исходной модели ОУ с номинальными значениями параметров. Но при успешном решении задачи система оказывается способной обеспечить требуемые показатели качества при значительных параметрических вариациях реального ОУ.

В разработанном методе синтез основного регулятора ведется по модели ОУ с предрегулятором, т.е. по улучшенной расчетной модели объекта. В таком случае достижение робастных свойств полученной САУ может допускать значительные изменения расчетной модели, в том числе частичное или полное исключение из нее корректирующего предрегулятора при переходе к управлению реальным объектом.

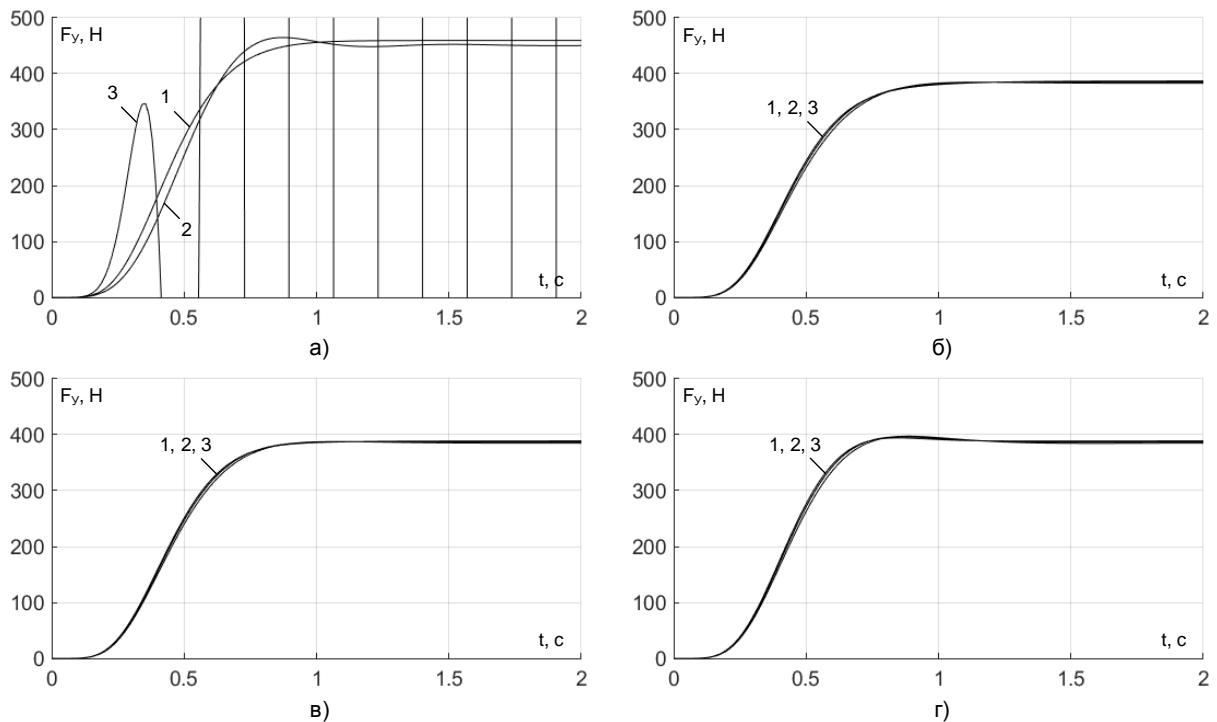


Рис. 4. Переходные характеристики 1, 2, 3 систем соответственно при номинальных параметрах ОУ и при их максимальных отклонениях в положительном и отрицательном направлениях: а – исходной САУ ТМ с ПР; б – синтезированной САУ ТМ; в – САУ ТМ после отключения предрегулятора; г – САУ ТМ после отключения предрегулятора при вариации коэффициента петлевого усиления регулятора в пределах $\pm 10\%$

Это имеет соответствующее «энергетическое» объяснение, состоящее в том, что при синтезе робастных САУ улучшение системных свойств ОУ достигается коррекцией меньших сингулярных чисел грамианов управляемости и наблюдаемости, которым соответствуют относительно малые энергетические воздействия на объект, формируемые предрегуляторами. В итоге последние вполне могут быть исключены из состава синтезированной с их помощью системы без существенного ухудшения достигнутых робастных свойств.

Таким образом, преобразованная (улучшенная) предрегулятором модель объекта становится расчетной для синтеза основного регулятора, а исходная модель ОУ с номинальными параметрами становится ее вариацией.

Синтез САУ по улучшенной модели объекта, условно названный методом СУМО, может считаться одной из версий более общего метода М.М. Лаврентьева, разработанного в [20] для решения некорректных задач путем замены исходного уравнения близким ему корректным уравнением и использованного позднее, например, в [21, 22].

Однако при этом остается открытым вопрос, как обеспечить необходимое улучшение системных свойств ОУ в наиболее типичном для САУ с динамическими ПР «входа–выхода» случае контроля только одной (выходной – регулируемой) координаты объекта и возможности управляющего воздействия только на один его вход.

Он предоставляет разработчику САУ новые творческие возможности улучшения их робастных свойств за счет использования виртуальных каналов управления и связей, т.е. таких корректировок матрицы \mathbf{A} , которые могут присутствовать только в расчетной модели объекта для улучшения ее системных свойств, но не использоваться в реальной системе.

Так, в решаемой задаче была выявлена возможность исключения из состава робастной САУ ТМ, синтезированной разработанным методом, отдельных связей, формируемых предрегулятором, или полного отключения последнего с незначительным изменением достигнутого результата, т.е. сохранением требуемых показателей качества в заданных интервалах робастности.

В качестве иллюстрации на рис. 3,г приведено новое распределение полюсов синтезированной САУ ТМ, формируемое после отключения предрегулятора, а на рис. 4,в,г представлены соответствующие переходные характеристики системы в заданных интервалах изменения параметров ОУ и коэффициента петлевого усиления ПР, иллюстрирующие решение поставленной задачи.

Применение разработанного программного обеспечения, реализующего автоматизацию расчетных процедур с использованием стандартных матричных библиотек, позволяет существенно облегчить структурно-параметрический синтез робастной САУ ТМ и ускорить его выполнение.

Выводы. Использование разработанного грамианного подхода, дополненного возможностями метода СУМО, позволяет осуществлять целенаправленное улучшение системных свойств объекта с контролем степени управляемости и наблюдаемости на каждом этапе расчета и обеспечивает оперативное решение задач робастного управления транспортированием длинномерного упругого материала в составе двухканального агрегата с заданными показателями качества на основе использования динамического (полиномиального) регулятора «входа–выхода».

Список литературы

1. Айрапетьянц Г.М., Кожевников М.М., Ульянов М.И. Моделирование динамики движения пленки на агрегате по производству полимерно-пленочных материалов // Наука и техника. – 2018. – Т. 17, № 6. – С. 528–533.
2. Дочвири Дж.Н. Оптимизация переходных процессов многодвигательных тиристорных электроприводов с упругими связями для прессовых механизмов непрерывных технологических машин // Электричество. – 2006. – № 2. – С. 34–42.
3. Стельмашук С.В., Капустенко Д.В. Согласованное управление устройством транспортировки ленты с модальными регуляторами // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. – 2019. – Т. 1, № 2(38). – С. 28–40.
4. Шерышев М.А. Производство изделий из полимерных листов и пленок. – СПб.: Научные основы и технологии, 2011.
5. Иванов Г.М., Иванов А.Г. Электропривод в химической и целлюлозно-бумажной отраслях промышленности. – М.: МГИУ, 2008.
6. Белов М.П., Новиков В.А., Рассудов Л.Н. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов. – М.: Изд. центр «Академия», 2007.
7. Тарарыкин С.В., Софронов С.В. Автоматизация процессов производства полимерного оптического волокна. – Иваново, 2002.
8. Modeling and matching design of a tension controller using pendulum dancer in roll-to-roll systems / H. Kang, C. Lee, K. Shin, S. Kim // IEEE Transactions on industry applications. – 2011. – Vol. 47, No. 4.
9. Тютиков В.В., Тарарыкин С.В. Робастное модальное управление технологическими объектами / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина». – Иваново, 2006. – 256 с.
10. Анисимов А.А., Тарарыкин С.В. Итерационный метод структурно-параметрического синтеза робастных систем с регулятором состояния // Изв. РАН. Т и СУ. – 2018. – № 4. – С. 42–55.
11. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
12. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем. – М.: Наука, 1985. – 352 с.
13. Крутько П.Д. Полиномиальные уравнения и обратные задачи динамики управляемых систем // Изв. РАН. Техн. Кибернетика. – 1986. – № 1. – С. 125–133.
14. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 360 с.
15. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Робастное модальное управление динамическими системами // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 5. – С. 41–55.
16. Мироновский Л.А., Соловьев Т.Н. Анализ и синтез модально-сбалансированных систем // А и Т. – 2013. – № 4. – С. 59–79.
17. Бирюков Д.С., Дударенко Н.А., Ушаков А.В. Контроль вырождения динамических систем: грамианный подход // Изв. вузов. Приборостроение. – 2013. – № 4. – С. 34–37.
18. Oder R., McFarlen D. Balanced Canonical Forms for Minimal System: A Normalized Coprime Factor Approach // Linear Algebra Appl. – 1989. – Vol. 122–124. – P. 23–64.
19. Moore В.С. Principal Component Analysis in Linear System: Controllability, Observability and Model Reduction // IEEE Trans. Automat. Control. – 1981. – V.AC-26. – P. 17–32.
20. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики / Акад. наук СССР, Сиб. отд-ние. Ин-т математики. – Новосибирск: Изд-во Сиб. отд-ния АН СССР, 1962. – 92 с.
21. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – 2-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 285 с.
22. Розенвассер Е.Н. Юсупов Р.М. Чувствительность системы управления. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 464 с.

References

1. Ayrapet'yants, G.M., Kozhevnikov, M.M., Ul'yanov, M.I. Modelirovanie dinamiki dvizheniya plenki na agregate po proizvodstvu polimerno-plenochnykh materialov [Modeling the dynamics of film movement along a unit to produce polymer-film materials]. *Nauka i tekhnika*, 2018, vol. 17, no. 6, pp. 528–533.
2. Dochviri, Dzh.N. Optimizatsiya perekhodnykh protsessov mnogodvigatel'nykh tiristornykh elektroprivodov s uprugimi svyaziyami dlya pressovykh mekhanizmov nepreryvnykh tekhnologicheskikh mashin [Optimization of transient processes of multi-motor thyristor electric drives with elastic links for pressing mechanisms of continuous technological machines]. *Elektrichestvo*, 2006, no. 2, pp. 34–42.
3. Stel'mashchuk, S.V., Kapustenko, D.V. Soglasovannoe upravlenie ustroystvom transportirovki lenty s modal'nymi regulyatorami [Coordinated control of tape conveyor with modal controllers]. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, vol. 1, no. 2(38), pp. 28–40.
4. Sheryshev, M.A. *Proizvodstvo izdeliy iz polimernykh listov i plenok* [Manufacture of products from polymer sheets and films]. Saint-Petersburg: Nauchnye osnovy i tekhnologii, 2011.
5. Ivanov, G.M., Ivanov, A.G. *Elektroprivod v khimicheskoy i tsellyulozno-bumazhnoy otraslyakh promyshlennosti* [Electric drive in chemical and cellulose-paper industries]. Moscow: MGIU, 2008.
6. Belov, M.P., Novikov, V.A., Rassudov, L.N. *Avtomatizirovannyy elektroprivod tipovykh proizvodstvennykh mekhanizmov i tekhnologicheskikh kompleksov* [Automated electric drive of standard produc-

tion mechanisms and technological complexes]. Moscow: Izdatel'skiy tsentr «Akademiya», 2007.

7. Tararykin, S.V., Sofronov, S.V. *Avtomatizatsiya protsessov proizvodstva polimernogo opticheskogo volokna* [Automation of polymer optical fiber production processes]. Ivanovo, 2002.

8. Kang, H., Lee, C., Shin, K., Kim, S. Modeling and matching design of a tension controller using pendulum dancer in roll-to-roll systems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2011, vol. 47, no. 4.

9. Tyutikov, V.V., Tararykin, S.V. *Robustnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob'ektami* [Robust modal control of technological objects]. Ivanovo, 2006. 256 p.

10. Anisimov, A.A., Tararykin, S.V. Iteratsionnyy metod strukturno-parametricheskogo sinteza robustnykh sistem s regulyatorom sostoyaniya [Iterative method for structural-parametric synthesis of robust systems with state controller]. *Izvestiya RAN. T i SU*, 2018, no. 4, pp. 42–55.

11. Kuzovkov, N.T. *Modal'noe upravlenie i nablyudayushchie ustroystva* [Modal control and monitoring devices]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1976. 184 p.

12. Voronov, A.A. *Vvedenie v dinamiku slozhnykh upravlyaemykh sistem* [Introduction to dynamics of complex control systems]. Moscow: Nauka, 1985. 352 p.

13. Krut'ko, P.D. Polinomial'nye uravneniya i obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh sistem [Polynomial equations and inverse problems in dynamics of controlled systems]. *Izvestiya RAN. Tekhn. Kibernetika*, 1986, no. 1, pp. 125–133.

14. Gayduk, A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nykh podkhod)* [Theory and methods of

analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow: FIZMATLIT, 2012. 360 p.

15. Tararykin, S.V., Tyutikov, V.V. Robustnoe modal'noe upravlenie dinamicheskimi sistemami [Robust modal control of dynamic systems]. *Izvestiya RAN. Avtomatika i telemekhanika*, 2002, no. 5, pp. 41–55.

16. Mironovskiy, L.A., Solov'ev, T.N. Analiz i sintez modal'no-sbalansirovannykh sistem [Analysis and synthesis of modally balanced systems]. *A i T*, 2013, no. 4, pp. 59–79.

17. Biryukov, D.S., Dudarenko, N.A., Ushakov, A.V. Kontrol' vyrozhdeniya dinamicheskikh sistem: gramiannyy podkhod [Degeneracy Control of Dynamical Systems: Gramian Approach]. *Izvestiya vuzov. Priborostroyeniye*, 2013, no. 4, pp. 34–37.

18. Oder, R., McFarlen, D. Balanced Canonical Forms for Minimal System: A Normalized Coprime Factor Approach. *Linear Algebra Appl*, 1989, vol. 122–124, pp. 23–64.

19. Moore, B.C. Principal Component Analysis in Linear System: Controllability, Observability and Model Reduction. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1981, V.AC-26, pp. 17–32.

20. Lavrent'ev, M.M. *O nekotorykh nekorrektnykh zadachakh matematicheskoy fiziki* [On some ill-posed problems of mathematical physics]. Novosibirsk: Izdatel'stvo Sibirskogo otdeleniya AN SSSR, 1962. 92 p.

21. Tikhonov, A.N., Arsenin, V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1979. 285 p.

22. Rozenvasser, E.N., Yusupov, R.M. *Chuvstvitel'nost' sistemy upravleniya* [Sensitivity of control system]. Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1981. 464 p.