

УДК 621.341.572

Александр Васильевич Саушев

Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, доктор технических наук, заведующий кафедрой электропривода и электрооборудования береговых установок, Россия, Санкт-Петербург, телефон (812) 748-96-85, e-mail: saushev@bk.ru

Игорь Владимирович Белоусов

Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, доцент кафедры электропривода и электрооборудования береговых установок, Россия, Санкт-Петербург, телефон (812) 748-96-85, e-mail: igor5.spb@bk.yandex.ru

Вениамин Францевич Самосейко

Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, доктор технических наук, профессор кафедры электропривода и электрооборудования береговых установок, Россия, Санкт-Петербург, телефон (812) 748-96-85, e-mail: samoseyko@mail.ru

Перемодуляция в трехфазных электронно-ключевых мостах системы преобразователь–электродвигатель

Авторское резюме

Состояние вопроса. Для обеспечения работоспособности схемы с трехфазной широтно-импульсной модуляцией необходимо выполнение условий работоспособности. Одним из важнейших условий является исключение явления перемодуляции. Для получения граничных значений переменных, определяющих качество модуляции, необходимо исследование явления перемодуляции в различных режимах работы трехфазного преобразователя.

Материалы и методы. Анализ явлений, связанных с перемодуляцией, осуществлен за счет введения новых модулирующих функций с ограничениями с использованием методов анализа электрических цепей.

Результаты. Исследованы процессы трехфазной широтно-импульсной модуляции в режиме перемодуляции. Получена оценка влияния перемодуляции на переменные, определяющие качество процесса модуляции. Найден граничный коэффициент амплитуды трехфазного моста, при котором возникает режим трехфазной перемодуляции.

Выводы. Результаты могут быть использованы при разработке алгоритмов управления преобразователями частоты в системах частотного управления электроприводов.

Ключевые слова: трехфазная широтно-импульсная модуляция, система преобразователь–электродвигатель, дисперсия тока, перемодуляция, показатели качества модуляции

Aleksander Vasilyevich Saushev

Admiral Makarov State University of Marine and Inland Shipping, Doctor of Technical Sciences, (Post-doctoral degree), Head of Electric Drive and Electrical Equipment of Shore Installations Department, Russia, St. Petersburg, telephone (812) 748-96-85, e-mail: saushev@bk.ru

Igor Vladimirovich Belousov

Admiral Makarov State University of Marine and Inland Shipping, Associate Professor of Electric Drive and Electrical Equipment of Shore Installations Department, Russia, St. Petersburg, telephone (812) 748-96-85, e-mail: igor5.spb@bk.yandex.ru

Veniamin Frantsevich Samoseiko

Admiral Makarov State University of Marine and Inland Shipping, Doctor of Technical Sciences, (Post-doctoral degree), Professor of Electric Drive and Electrical Equipment of Shore Installations Department, Russia, St. Petersburg, telephone (812) 748-96-85, e-mail: samoseyko@mail.ru

Overmodulation in three-phase electronic key bridges of the converter-electric motor system

Abstract

Background. To ensure the operability of a circuit with three-phase pulse width modulation, it is necessary to meet the conditions of operability. One of the most important conditions is to exclude the phenomenon of overmodulation. To obtain the boundary values of the variables that determine the quality of modulation, it is necessary to study the phenomenon of overmodulation in various modes of operation of a three-phase converter.

Materials and methods. New modulating functions with constraints have been introduced to analyze the phenomena associated with overmodulation. Methods of analysis of electrical circuits have been used.

Results. The processes of three-phase pulse width modulation in the overmodulation mode have been studied. An assessment of the effect of overmodulation on the variables that determine the quality of the modulation process has been made. The boundary amplitude coefficient of a three-phase bridge has been determined, at which a three-phase overmodulation mode occurs.

Conclusions. The results can be used to develop algorithms for controlling frequency converters in frequency control systems of electric drives.

Key words: three-phase pulse width modulation, converter-electric motor system, current dispersion, overmodulation, modulation quality indicators

DOI: 10.17588/2072-2672.2024.4.087-094

Введение. Широтно-импульсная модуляция (ШИМ) находит самое широкое использование при синтезе разнообразных систем управления электроприводами. В качестве объекта управления при технической реализации ШИМ выступают силовые ключевые элементы преобразователя электрической энергии. В первые годы развития частотных методов управления электроприводами такими элементами являлись тиристоры. В последние годы самое широкое применение находят IGBT-транзисторы, которые характеризуются более высокими регулировочными свойствами.

Качество работы ШИМ во многом определяет свойства преобразователя электрической энергии. Важнейшим показателем качества ШИМ является степень приближения между идеальным графиком напряжения на выходе преобразователя и его импульсной аппроксимацией. Таким образом, при синтезе ШИМ важно стремиться к уменьшению пульсаций тока на нагрузке [1–5]. Важным параметром ШИМ является частота модуляции, которая имеет как нижний, так и верхний пределы. При увеличении частоты следования импульсов выходное напряжение будет стремиться к синусоиде, но при этом потери в ключевых элементах будут возрастать. Возможная частота следования импульсов зависит также от мощности приводного электродвигателя. Следовательно, задача повышения качества ШИМ является многокритериальной и

не может быть сведена только к выбору частоты коммутации ключевых элементов.

Исследования [6–8] показывают, что критерием, характеризующим качество модуляции, по которому целесообразно осуществлять выбор способа технической реализации ШИМ, является минимальное значение дисперсии тока приводного электродвигателя. При этом на остальные показатели качества вводятся ограничения. Одним из таких показателей является количество включений-отключений ключевых элементов за период модуляции. Чем меньше число коммутаций, тем ниже динамические потери энергии в этих элементах.

В [3–5, 9–16] показано, что для минимизации числа коммутаций ключей преобразователя частоты целесообразно применение неполнофазных алгоритмов ШИМ (Н-ШИМ).

Рассмотрим наиболее широко применяемый на практике случай трехфазной ШИМ. Известно, что ШИМ трехфазного напряжения реализуется на трех электронно-ключевых полумостах преобразователя частоты (рис. 1), которые далее обозначаются A , B , C . При работе преобразователя коммутируется как верхний, так и нижний ключевой элемент. Поэтому для математического описания работы полумостов $X = A, B, C$ можно сформировать коммутационные импульсные функции верхних ключей моста.

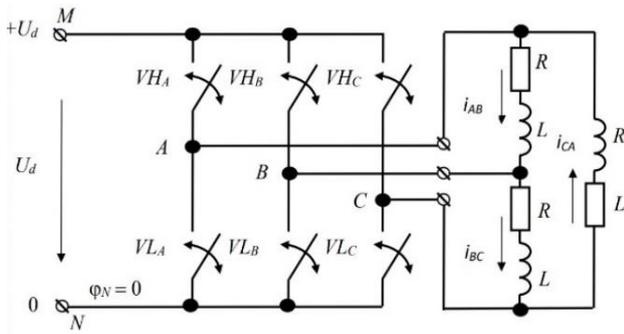


Рис. 1. Иллюстрация широтно-импульсной модуляции напряжения

Процесс управления и алгоритмы оптимального управления по сформулированным критериям рассмотрены в [6–8].

Целью настоящего исследования является изучение влияния перемодуляции на энергетические процессы трехфазной ШИМ в системе преобразователь–электродвигатель. Для решения этой задачи необходимо получить аналитические зависимости и количественные оценки влияния перемодуляции на процессы трехфазной ШИМ.

Материалы и методы. Под перемодуляцией будем понимать такой режим модуляции, при котором значение модулирующей функции потенциала полумоста больше 1 или меньше 0.

Модулирующие функции полумостов y_x должны удовлетворять неравенствам $0 \leq y_x \leq 1$ ($X = A, B, C$), нарушение которых приводит к нарушению установленного алгоритма модуляции и называется перемодуляцией. Если алгоритм управления не накладывает ограничений на модулирующие функции фазных напряжений g_x , то неравенства $0 \leq y_x \leq 1$ могут нарушаться. Перемодуляция ведет к изменению вида модулирующих функций полумостов и появлению в составе напряжений гармоник низкой частоты. Исследованию режима перемодуляции посвящены работы [17–20].

Для анализа явлений, связанных с перемодуляцией, введем в рассмотрение модулирующие функции с ограничениями

$$\gamma_x = \max\{0, \min\{1, y_x\}\}$$

такие, что выполняются неравенства $0 \leq \gamma_x \leq 1$. Тогда модулирующие функции линейных напряжений имеют следующий вид

$$Y_{AB} = \gamma_A - \gamma_B; \quad Y_{BC} = \gamma_B - \gamma_C; \quad Y_{CA} = \gamma_C - \gamma_A.$$

Модулирующие функции фазных напряжений в этом случае будут определяться выражениями

$$Y_x = \gamma_x - \frac{1}{3} \sum_{X=A,B,C} \gamma_X.$$

Модулирующие функции линейных напряжений могут быть представлены рядом Фурье:

$$Y_{AB} = \left(\sum_{v=1}^{\infty} a_{S(v)} \sin\left(\frac{v \cdot 2\pi\tau}{f^*}\right) + a_{C(v)} \cos\left(\frac{v \cdot 2\pi\tau}{f^*}\right) \right),$$

где $a_{S(v)}$ и $a_{C(v)}$ – амплитуды соответствующих гармоник линейных напряжений; v – номер соответствующей гармоники; f^* – относительная частота модуляции; $\tau = t/T_0$ – относительное время. За базовое значение времени принимается период модуляции T_0 ;

$$a_{S(v)} = \frac{4}{f^*} \int_0^{f^*/2} Y_{AB} \cdot \sin\left(\frac{v \cdot 2\pi\tau}{f^*}\right);$$

$$a_{C(v)} = \frac{4}{f^*} \int_0^{f^*/2} Y_{AB} \cdot \cos\left(\frac{v \cdot 2\pi\tau}{f^*}\right).$$

Амплитуда основной гармоники модулирующей функции линейного напряжения определяется выражением

$$a_{(1)} = \sqrt{a_{S(1)}^2 + a_{C(1)}^2}.$$

Дисперсию функции тока, порождаемую искажениями модулирующего напряжения в режиме перемодуляции, можно найти по формуле

$$EDI_x \approx \frac{1}{2} \sum_{v=2}^{\infty} \left(\frac{a_{(v)}^2}{1 + v^2 \tan^2(\varphi)} \right),$$

где $\tan(\varphi)$ – тангенс угла L – R нагрузки.

Результаты исследования. Рассмотрим на конкретном примере вид модулирующих функций напряжений с перемодуляцией. Для фазных напряжений получим следующие выражения: $g_A = u_A/U_d$; $g_B = u_B/U_d$; $g_C = u_C/U_d$, где u_A, u_B, u_C – фазные напряжения на нагрузке; U_d – напряжение источника питания. Будем полагать, что они удовлетворяют следующему соотношению:

$$g_A + g_B + g_C = 0.$$

Для линейных напряжений выражения функций будут иметь вид: $g_{AB} = u_{AB}/U_d$; $g_{BC} = u_{BC}/U_d$; $g_{CA} = u_{CA}/U_d$. Связь между модулирующими функциями линейных и фазных напряжений, а также с модулирующими функциями потенциалов верхнего и нижнего полумостов определяется на основании законов электрических цепей для преобразователя (рис. 1):

$$g_{AB} = g_A - g_B = \gamma_A - \gamma_B;$$

$$g_{BC} = g_B - g_C = \gamma_B - \gamma_C;$$

$$g_{CA} = g_C - g_A = \gamma_C - \gamma_A.$$

Выделив из этих уравнений потенциалы полумостов $X = A, B, C$ получим следующее выражение:

$$\gamma_X = g_X + \gamma_0 = 1/2 + g_X - g_0,$$

где γ_0 – нулевая потенциальная функция; переменная $g_0 = 1/2 - \gamma_0$ является функцией предмодуляции.

Рассмотрим случай, когда модулирующие функции фазных напряжений изменяются строго по синусоидальному закону

$$g_X = \frac{a}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{2\pi\tau}{f^*} - (X-1)\frac{2\pi}{3}\right),$$

где $X = 1, 2, 3$; f^* – относительная частота модуляции; a – коэффициент амплитуды напряжения.

При этом функция предмодуляции g_0 будет иметь следующий вид [8]:

$$g_0 = \frac{a}{4\sqrt{3}} \cos\left(\frac{6\pi\tau}{f^*}\right).$$

Анализ функции предмодуляции показывает, что если амплитуда модулирующей функции линейного напряжения превышает значение $a > 0,972$, то возникает режим перемодуляции. Следовательно, граничный коэффициент амплитуды трехфазного моста составляет $z_{(1)} = 0,972$.

Зависимости периодических модулирующих функций полумостов на отрезке времени, составляющем $1/6$ периода модуляции, представлены на рис. 2.

Коэффициенту амплитуды $a = 1$ соответствует коэффициент перемодуляции $z_{(1)} = 1,005$. Коэффициенту амплитуды $a = 1,008$ соответствует коэффициент перемодуляции $z_{(1)} = 1,008$. Зависимость коэффициента перемодуляции от коэффициента амплитуды приведена на рис. 3.

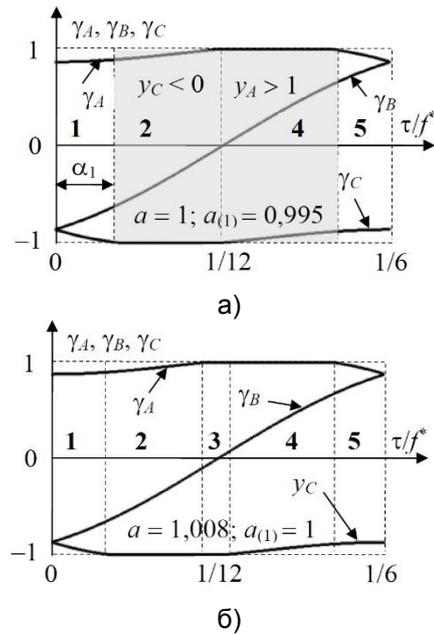


Рис. 2. Зависимости модулирующих функций полумостов в режиме перемодуляции

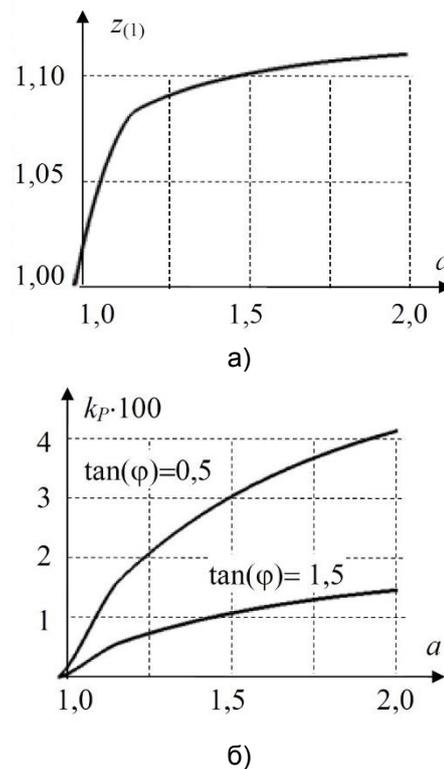


Рис. 3. Графики зависимостей коэффициента перемодуляции от коэффициента амплитуды в алгоритме модуляции с предмодуляцией (а) и коэффициента гармоник модулирующего напряжения (б)

При коэффициенте амплитуды $0,092 < a < 1,154$ зависимость коэффициента перемодуляции $a_{(1)}$ от коэффициента амплитуды может быть представлена приближенной формулой:

$$a_{(1)} \approx a - \frac{2}{\sqrt{3}} (a - 0,972)^{3/2},$$

погрешность которой не превышает 0,3 %.

При коэффициенте амплитуды $0,972 < a < 1$ и $\tan(\varphi) > 0,1$ дисперсия тока EDI_x , порождаемая искажениями модулирующей функции напряжения, в режиме перемодуляции может быть с погрешностью, не превышающей 4 %, аппроксимирована выражением

$$EDI_{AB} \approx \frac{(a - 0,972)^{5/2}}{5 + \left(120 + \frac{1}{a - 0,972}\right) \tan^2(\varphi)}.$$

Вид модулирующей функции линейного напряжения с перемодуляцией при коэффициенте амплитуды $a = 1,008$ приведен на рис. 4,а. На рис. 4,б показаны искажения линейного напряжения, вносимые перемодуляцией.

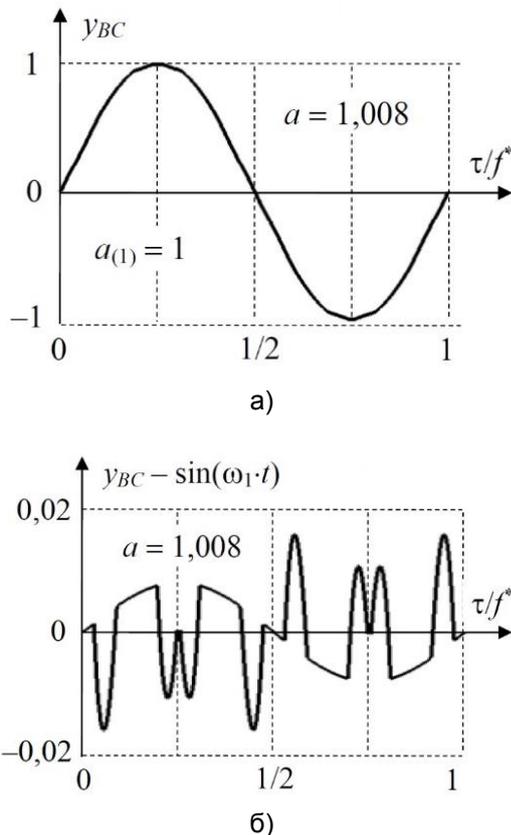


Рис. 4. Графики модулирующих линейных напряжений с перемодуляцией (а) и искажений линейных напряжений, обусловленных перемодуляцией (б)

Рассмотрим режимы модуляции. Для определения качества модуляции достаточно рассмотреть процессы изменения пе-

ременных в функции от отношения τ/f^* на интервале $\tau/f^* \in [0, 1/12]$. Далее процессы повторяются.

При коэффициенте амплитуды $0,972 < a < 1$ можно выделить два режима модуляции (см. рис. 2,а). В режиме 1 происходит обычная трехфазная модуляция линейных напряжений U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} . В режиме 2 потенциал узла С равен 0. Следовательно, происходит однофазная модуляция линейных напряжений U_{BC}, U_{CA} . Модуляция напряжений U_{AB} двухфазная.

При $1 < a < 2/3^{1/2} = 1,155$ можно выделить три режима модуляции (рис. 2,б). В режиме 1 происходит обычная трехфазная модуляция линейных напряжений U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} . В режиме 2 потенциал узла С равен 0. Следовательно, происходит однофазная модуляция линейных напряжений U_{BC}, U_{CA} . Модуляция напряжений U_{AB} двухфазная. В режиме 3 потенциал узла С равен 0, а потенциал узла А равен 1. Следовательно, происходит однофазная модуляция линейных напряжений U_{AB}, U_{BC} . Модуляция напряжений U_{AB} отсутствует.

При $a > 2/3^{1/2} = 1,155$ можно выделить один режим модуляции – режим 3. Потенциал узла С равен 0, а потенциал узла А равен 1. Имеет место однофазная модуляция линейных напряжений U_{AB}, U_{BC} , а модуляция напряжений U_{AB} отсутствует.

Исследования, выполненные в [7], показали, что наличие режима однофазной модуляции увеличивает модуляционную составляющую дисперсии. При коэффициенте амплитуды $a = 1$ модуляционная составляющая дисперсии увеличивается с 7 до 10 % по отношению к дисперсии тока при $a = 0,972$. При возникновении режима модуляции 3 ($a > 1$) происходит уменьшение модуляционной составляющей дисперсии тока. Однако в этом случае растет вклад в дисперсию тока, обусловленный искажением модулирующей функции напряжения. С ростом частоты модуляции этот вклад становится больше.

Анализ показывает, что при коэффициенте амплитуды $a = 1$ составляющая с дисперсии модулирующей функции напряжения в общей дисперсии тока в функции от относительной частоты модуляции имеет вид, показанный на рис. 5.

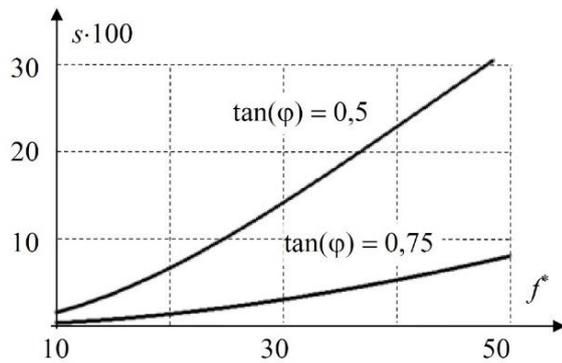


Рис. 5. Доля дисперсии модулирующей функции напряжения в суммарной дисперсии тока при $a = 1$

В случае увеличения коэффициента амплитуды дисперсия тока также увеличивается. Она достигает наибольшего значения при $a \rightarrow \infty$. При этом условии вид модулирующих функций линейных и фазных напряжений показан на рис. 6. Амплитудное значение первой гармоники модулирующей функции линейного напряжения на нагрузке принимает наибольшее значение, равное $a_{(1)} = \sqrt{12}/\pi \approx 1,103$.

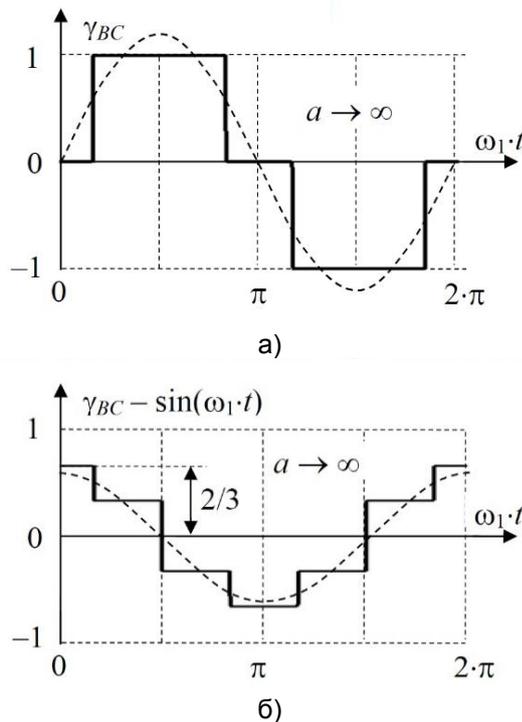


Рис. 6. Форма напряжений преобразователя при наибольшей перемодуляции: а – линейное напряжение; б – фазное напряжение

Выводы. Полученные результаты в виде установленных аналитических зависимостей и количественных оценок влияния

перемодуляции на энергетические процессы трехфазной ШИМ позволили достичь поставленную цель исследования. Анализ возможных режимов ШИМ в зависимости от коэффициентов амплитуды выходного напряжения преобразователя показал, что перемодуляция приводит к снижению дисперсии тока, которая является основным критерием качества процесса модуляции, а также позволяет повысить относительную частоту модуляции.

Введенные в рассмотрение модулирующие функции впервые позволили получить формулу, определяющую дисперсию тока в режиме перемодуляции, найти граничный коэффициент амплитуды трехфазного моста $z_{(1)} = 0,972$, при котором в трехфазном преобразователе наступает режим перемодуляции, определить значение амплитуды первой гармоники для моделирующей функции линейного напряжения преобразователя, при котором имеет место максимальная дисперсия тока нагрузки.

К новым научным результатам следует также отнести полученные аналитические зависимости, которые в режиме предмодуляции определяют связь между коэффициентом перемодуляции и коэффициентом гармоник модулирующего напряжения, количественные оценки изменения формы линейных напряжений преобразователя из-за явления перемодуляции.

Практическим результатом работы является возможность использования полученных аналитических моделей и выводов для повышения качества проектирования систем частотного управления электродвигателями.

Направлением дальнейших исследований является изучение влияния перемодуляции в многофазных электронно-ключевых мостах системы преобразователь–электродвигатель.

Список литературы

1. Madhavi R., Harinath C. Investigation of various space vector pwm techniques for inverter // International Journal of Engineering Research and Management (IJERM). – 2014. – Vol. 1, No. 7. – P. 162–165.
2. Климов В. Частотно-энергетические параметры шим-инверторов систем бесперебойного питания // Силовая электроника. – 2009. – № 22. – С. 66–71.
3. Hava A.M., Çetin N.O. A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source

Inverters // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2010. – Vol. 26, No. 5. – P. 1385–1395. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2081689

4. **Трехфазная** синусоидальная модифицированная широтно-импульсная модуляция первого рода в автономных инверторах / Б.Ф. Дмитриев, С.Я. Галушин, А.М. Лихоманов, А.Ю. Розов // Морской вестник. – 2017. – Т. 61, № 1. – С. 69–72.

5. **Мао Х., Аyyanar Р., Krishnamurthy Н.К.** Optimal variable switching frequency scheme for reducing switching loss in single-phase inverters based on time-domain ripple analysis // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2009. – Vol. 24, No. 4. – P. 991–1001. DOI: 10.1109/TPEL.2008.2009635.

6. **Белоусов И.В., Самосейко В.Ф., Саушев А.В.** Оптимальная широтно-импульсная модуляция в системе управления электроприводом // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. – 2022. – № 3(14). – С. 463–471. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-463-471.

7. **Samoseiko V.F., Belousov I.V., Saushev A.V.** Optimized single-phase pulse-width modulation // International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2018, статья № 8501699. DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501699.

8. **Samoseiko V.F., Belousov I.V., Saushev A.V.** Optimal double-halfbridge pulse width modulation by current-dispersion criterion // 2019 26th International Workshop on Electric Drives: Improvement in Efficiency of Electric Drives, IWED 2019. Proceedings. – 2019. – С. 8664344.

9. **Гуськов В.О., Лавин А.В.** Сравнительный анализ математических описаний и методов широтно-импульсной модуляции // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер.: Морская техника и технология. – 2023. – № 3. – С. 74–81. DOI: 10.24143/2073-1574-2023-3-74-81.

10. **Hava A.M., Çetin N.O.** A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source Inverters // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2010. – Vol. 26, No. 5. – P. 1385–1395. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2081689.

11. **Tan G., Deng Q., Liu Z.** An optimized SVPWM strategy for five-level active NPC (5L-ANPC) converter // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2013. – Vol. 29, No. 1. – P. 386–395. DOI: 10.1109/TPEL.2013.2248172.

12. **Белоусов И.В., Самосейко В.Ф., Саушев А.В.** Оценка фильтрующих свойств асинхронного электропривода с широтно-импульсной модуляцией // XV International Scientific Conference on Precision Agriculture and Agricultural Machinery Industry “State and Prospects for the Development of Agribusiness INTERAGROMASH

2022”. – Rostov-on-Don, 2022. – Vol. 363. – P. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/202236301025

13. **Баховцев И.А., Зиновьев Г.С.** Обобщенный анализ выходной энергии многофазных многоуровневых инверторов напряжения с широтно-импульсной модуляцией // Электричество. – 2016. – № 4. – С. 26–33.

14. **Чаплыгин Е.Е., Хухтиков С.В.** Широтно-импульсная модуляция с пассивной фазой в трехфазных инверторах напряжения // Электричество. – 2011. – № 5. – С. 53–61.

15. **Nayeemuddin M., Rao C.** Space Vector Based High Performance Discontinuous Pulse Width Modulation Algorithms for VSI Fed AC Drive // Innovative Systems Design and Engineering (IJSR). – 2016. – Vol. 5, No. 7. – P. 203–208.

16. **Samoseiko V.F., Belousov I.V., Saushev A.V.** Optimal Pulse-Width Modulation with Three Bridges on Criterion of Power Losses at Load // International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2019. Sochi, 25–29 марта 2019. – Sochi, 2019. – С. 8743011. DOI: 10.1109/ICIEAM.2019.8743011.

17. **Васильев Б.Ю.** Обеспечение режима перемодуляции и повышение эффективности преобразования энергии в силовых автономных инверторах электроприводов // Электричество. – 2015. – № 6. – С. 47–55.

18. **Graditi G., Griva G., Oleschuk V.** Overmodulation control of five-phase inverters with full DC-bus voltage utilization // SPEEDAM. – 2010. – P. 1150–1155.

19. **Holtz J., Lotzkat W., Khambadkone A.M.** On Continuous Control of PWM Inverters in the Overmodulation Range Including the Six-Step Mode // IEEE Transactions on Power Electronics. – 1993. – Vol. 8, No. 4. – P. 546–553.

20. **Operation** of PWM voltage source inverters in the overmodulation region / R.J. Kerkman, D. Leggate, B.J. Seibel, T.M. Rowan // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 1996. – Vol. 43, No. 1. – P. 132–141.

References

1. Madhavi, R., Harinath, C. Investigation of various space vector pwm techniques for inverter. *International Journal of Engineering Research and Management (IJERM)*, 2014, vol. 1, no. 7, pp. 162–165.

2. Klimov, V. Chastotno-energeticheskie parametry shim-invertorov sistem bescpereboynogo pitaniya [Frequency-energy parameters of PWM inverters of uninterruptible power supply systems]. *Silovaya elektronika*, 2009, no. 22, pp. 66–71.

3. Hava, A.M., Çetin, N.O. A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source Inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2010, vol. 26, no. 5, pp. 1385–1395. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2081689.

4. Dmitriev, B.F., Galushin, S.Ya., Likhomanov, A.M., Rozov, A.Yu. Trekhfaznaya sinusoidal'naya modifitsirovannaya shirotno-impul'snaya modulyatsiya pervogo roda v avtonomnykh invertorakh [Three-phase sinusoidal modified pulse width modulation of the first kind in autonomous inverters]. *Morskoy vestnik*, 2017, vol. 61, no. 1, pp. 69–72.
5. Mao, X., Ayyanar, R., Krishnamurthy, H.K. Optimal variable switching frequency scheme for reducing switching loss in single-phase inverters based on time-domain ripple analysis. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2009, vol. 24, no. 4, pp. 991–1001. DOI: 10.1109/TPEL.2008.2009635.
6. Belousov, I.V., Samoseiko, V.F., Saushev, A.V. Optimal'naya shirotno-impul'snaya modulyatsiya v sisteme upravleniya elektroprivodom [Optimal pulse width modulation in an electric drive control system]. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova*, 2022, no. 3(14), pp. 463–471. DOI: 10.21821/2309-5180-2022-14-3-463-471.
7. Samoseiko, V.F., Belousov, I.V., Saushev, A.V. Optimized single-phase pulse-width modulation. International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2018, article No. 8501699. DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501699.
8. Samoseiko, V.F., Belousov, I.V., Saushev, A.V. Optimal double-halfbridge pulse width modulation by current-dispersion criterion. 2019 26th International Workshop on Electric Drives: Improvement in Efficiency of Electric Drives, IWED 2019. Proceedings, 2019, pp. 8664344.
9. Gus'kov, V.O., Lavin, A.V. Sravnitel'nyy analiz matematicheskikh opisaniy i metodov shirotno-impul'snoy modulyatsii [Comparative analysis of mathematical descriptions and methods of pulse-width modulation]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser.: Morskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2023, no. 3, pp. 74–81. DOI: 10.24143/2073-1574-2023-3-74-81.
10. Hava, A.M., Çetin, N.O. A Generalized Scalar PWM Approach with Easy Implementation Features for Three-Phase, Three-Wire Voltage-Source Inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2011, vol. 26, no. 5, pp. 1385–1395. DOI: 10.1109/TPEL.2010.2081689.
11. Tan, G., Deng, Q., Liu, Z. An optimized SVPWM strategy for five-level active NPC (5L-ANPC) converter. *IEEE Transactions on power electronics*, 2013, vol. 29, no. 1, pp. 386–395. DOI: 10.1109/TPEL.2013.2248172.
12. Belousov, I.V., Samoseiko, V.F., Saushev, A.V. Otsenka fil'tryushchikh svoystv asinkhronnogo elektroprivoda s shirotno-impul'snoy modulyatsiy [Assessment of filtering properties of asynchronous electric drive with pulse width modulation]. XV International Scientific Conference on Precision Agriculture and Agricultural Machinery Industry “State and Prospects for the Development of Agribusiness – INTERAGROMASH 2022”. Rostov-on-Don, 2022, vol. 363, pp. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/202236301025.
13. Bakhovtsev, I.A., Zinov'ev, G.S. Obobshchennyy analiz vykhodnoy energii mnogofaznykh mnogourovnevnykh invertorov napryazheniya s shirotno-impul'snoy modulyatsiy [Generalized analysis of the output energy of multiphase multilevel voltage inverters with pulse width modulation]. *Elektrichestvo*, 2016, no. 4, pp. 26–33.
14. Chaplygin, E.E., Khukhtikov, S.V. Shirotno-impul'snaya modulyatsiya s passivnoy fazoy v trekhfaznykh invertorakh napryazheniya [Pulse width modulation with passive phase in three-phase voltage inverters]. *Elektrichestvo*, 2011, no. 5, pp. 53–61.
15. Nayeemuddin, M., Rao, C. Space Vector Based High Performance Discontinuous Pulse Width Modulation Algorithms for VSI Fed AC Drive. Innovative Systems Design and Engineering (IJSR), 2016, vol. 5, no. 7, pp. 203–208.
16. Samoseiko, V.F., Belousov, I.V., Saushev, A.V. Optimal Pulse-Width Modulation with Three Bridges on Criterion of Power Losses at Load. International Russian Industrial Engineering, ICIE, 2019. International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2019. Sochi, March 25–29, 2019. Sochi, 2019, pp. 8743011. DOI: 10.1109/ICIEAM.2019.8743011.
17. Vasil'ev, B.Yu. Obespechenie rezhima premodulyatsii i povyshenie effektivnosti preobrazovaniya energii v silovykh avtonomnykh invertorakh elektroprivodov [Ensuring the modulation mode and increasing the efficiency of energy conversion in power autonomous inverters of electric drives]. *Elektrichestvo*, 2015, no. 6, pp. 47–55.
18. Graditi, G., Griva, G., Oleschuk, V. Overmodulation control of five-phase inverters with full DC-bus voltage utilization. *SPEEDAM*, 2010, pp. 1150–1155.
19. Holtz, J., Lotzkat, W., Khambadkone, A.M. On Continuous Control of PWM Inverters in the Overmodulation Range Including the Six-Step Mode. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1993, vol. 8, no. 4, pp. 546–553.
20. Kerkman, R.J., Leggate, D., Seibel, B.J., Rowan, T.M. Operation of PWM voltage source inverters in the overmodulation region. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1996, vol. 43, no. 1, pp. 132–141.