Фрактальная модель слоя твердых бытовых отходов при его переработке в термическом реакторе

О.Б. Колибаба, Р.Н. Габитов, И.А. Скворцов, Т.В. Муратова ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», г. Иваново, Российская Федерация E-mail: tevp@tvp.ispu.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: При моделировании процесса тепло- и массообмена в термическом реакторе слой твердых бытовых отходов представляют в виде упорядоченной структуры – шаров, цилиндров. В реальности слой является неупорядоченной полидисперсной структурой с различной порозностью и теплофизическими свойствами. Существующие модели недостаточно точно учитывают реальную структуру слоя, что приводит к погрешности 10–15 % и необходимости организации и осуществления большого количества опытов и получения большого количества зависимостей для различных вариантов пористых тел. В связи с этим возникает необходимость разработки модели, позволяющей корректно учесть реальную структуру слоя твердых бытовых отходов.

Материалы и методы: В качестве модели слоя твердых бытовых отходов для исследования тепломассообменных процессов использована структура, представляющая собой фрактальный элемент – пространственный аналог квадратного ковра Серпинского, известный как губка Менгера. При моделировании использованы численные методы с применением программного комплекса Ansys и экспериментальные методы с использованием лабораторных стендов.

Результаты: Предложена геометрическая модель слоя твердых бытовых отходов в виде губки Менгера, реализованная для расчета процесса конвективной сушки слоя твердых бытовых отходов с погрешностью 3,5 % в зоне подсушки термического реактора шахтного типа, позволяющая исследовать процессы тепло- и массообмена в слое твердых бытовых отходов в программном комплексе ANSYS.

Выводы: Предложенная модель может применяться в расчетах при проектировании термических реакторов для переработки многокомпонентных органических отходов, в том числе и твердых бытовых отходов.

Ключевые слова: твердые бытовые отходы, модель слоя, конвективная сушка, фрактал, тепло- и массообмен, губка Менгера.

Fractal model of solid waste layer under recycling in a thermal reactor

O.B. Kolibaba, R.N. Gabitov, I.A. Skvortsov, T.V. Muratova Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation E-mail: tevp@tvp.ispu.ru

Abstract

Background: Models of heat and mass transfer in a thermal reactor represent household solid waste bed as an ordered structure consisting of balls or cylinders. In fact, the bed is a disordered polydisperse structure with different porosity values and thermal properties. The models in use cannot properly account for the real bed structure, which leads to a 10–15 % error and the need to conduct numerous experiments and to find dependences for a variety of porous bodies. This fact makes it urgent to develop a model that would take a proper account of the real household solid waste bed structure. **Materials and methods:** A fractal element structure – a three-dimensional analogue of the Sierpinski square carpet known as the Menger sponge – was used as a solid waste bed model to study heat and mass transfer processes. The modeling was conducted by numerical methods in the Ansys software package and by experimental methods on laboratory stands. **Results:** A geometric model of solid waste bed has been suggested. It represents the bed as a Menger sponge realized for calculating convective drying of the solid waste bed with an accuracy of 3,5 % in the thermal shaft reactor drying area. The model allows investigating the processes of heat and mass transfer in a solid waste bed in the ANSYS software package. **Conclusions:** The proposed model can be used in calculations in thermal reactor design to process multicomponent organic waste, including household solid waste.

Key words: household solid waste, bed layer, convective drying, fractal, heat and mass transfer, Menger sponge.

DOI: 10.17588/2072-2672.2015.5.032-037

Твердые бытовые отходы (ТБО), подвергаемые переработке в термическом реакторе, представляют собой двухфазную систему «газ – твердое тело» и являются, по существу, пористой структурой с порозностью, лежащей в диапазоне 0,4–0,7. Осуществление термических процессов характеризуется переносом теплоты и массы вещества как в пределах каждой из фаз, так и превращениями (фазовыми и химическими) на границе раздела. Моделирование процессов нагрева и термического разложения невозможно без постановки и решения краевых задач нестационарного переноса теплоты и массы вещества.

Существуют два подхода к описанию закономерностей теплообмена и массообмена в пористых телах.

Первый подход предполагает замену реальной пористой структуры ее моделью – условным квазиоднородным изотропным пористым телом с усредненными величинами порозности, температуры, давления и т. д. Такому условному пористому телу приписывают непрерывное температурное поле и условные эффективные теплофизические коэффициенты: эффективный коэффициент удельной теплоемкости c_3 и эффективный коэффициент теплопроводности λ_3 . Полагают, что температуры газа в порах и материала мало отличаются друг от друга и в расчетах принимаются одинаковыми. Для описания температурного поля пористого тела используют уравнение

$$c_{9}\frac{\partial t}{\partial \tau} = -wf\rho c\frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_{9}\frac{\partial^{2} t}{\partial x^{2}},$$
(1)

где *w* – скорость фильтрации теплоносителя, м/с; *с* – средняя удельная теплоемкость теплоносителя, кДж/кг°С; *р* – плотность теплоносителя, кг/м³; *f* – порозность тела.

Во втором случае тепломассообмен описывают системой дифференциальных уравнений для твердого элемента пористого тела (внутренняя задача) и теплоносителя (внешняя задача).

В общем случае решение внешней задачи тепломассообмена основано на совместном рассмотрении уравнений:

• движения Навье – Стокса

$$\frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial \tau} + \vec{\upsilon} \cdot grad\vec{\upsilon} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}gradP + v\nabla^2\vec{\upsilon};$$
 (2)

• неразрывности вязкого несжимаемого потока

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + div \rho \vec{v} = 0; \qquad (3)$$

• конвективно-диффузионного переноса

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \vec{\upsilon} \cdot gradC = D\nabla^2 C; \qquad (4)$$

и уравнения энергии

. .

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \vec{\upsilon} \cdot gradt = a\nabla^2 t \pm \frac{q_V}{c\rho},$$
(5)

где *g* – ускорение свободного падения, м/с²; ρ – плотность сушильного агента, кг/м³; *P* – давление, Па; ν – коэффициент кинематической вязкости, м²/с; *C* – концентрация, м³/м³; *D* – коэффициент молекулярной диффузии, м²/с; *t* – температура, °C; *a* – коэффициент температуропроводности теплоносителя, м/с²; *q*_V – мощность внутреннего источника (стока) теплоты.

Решение внутренней задачи тепломассообмена основано на рассмотрении уравнения теплопроводности Фурье (уравнение энергии)

$$\frac{\partial t_{M}}{\partial \tau} + (\overline{\omega}, gradt_{M}) = a\nabla^{2}t \pm \frac{q_{V}}{c_{M}\rho_{M}}$$
(6)

и уравнения диффузии

$$\frac{\partial \mathbf{C}_{_{M}}}{\partial \tau} + (\overline{\omega}, grad\mathbf{C}_{_{M}}) = \mathbf{D} \nabla^{2} \mathbf{C}_{_{M}}.$$
⁽⁷⁾

Система (2)–(7) дополняется уравнениями граничных условий с учетом известных начальных полей температур, давлений и концентраций.

Использование при расчете температурных полей пористых тел как первого, так и второго подходов вызывает ряд затруднений. Прежде всего, это моделирование самой структуры пористого тела. Обычно при моделировании исходят из того, что твердый «скелет» состоит из тел простейшей формы (шаров, цилиндров и т.п.). Отклонения от известных форм учитывают введением всевозможных поправок, которые бывает трудно оценить [1, 2].

Сложности также вызывает определение эффективного коэффициента теплопроводности в уравнении (1), который, как известно, не является аддитивной величиной, и он должен учесть, кроме кондуктивной составляющей, радиационный и конвективный теплоперенос в порах. Известные расчетные зависимости [3] не только сложны и громоздки, но в своей основе базируются на той же модели пористой структуры из тел простейшей формы.

Широко применяемые на практике экспериментальные и расчетно-экспериментальные методы обратных задач теплопроводности приводят к необходимости организации и осуществления большого количества опытов и получения большого количества зависимостей для различных вариантов пористых структур.

Дополнительные трудности возникают также при определении коэффициента теплоотдачи α , для расчета которого обычно используют критериальные уравнения, полученные с учетом того, что элементами слоя являются тела правильной формы (чаще всего это шары одинакового размера) [4,5].

За последнее время для исследования процессов гидродинамики и тепломассопереноса активно используется 3D-моделирование, которое позволяет более точно учесть неоднородность структуры тела, его теплофизические характеристики и т.д. Основной трудностью при 3D-моделировании пористых тел является построение в CAD-пакете его структуры.

Задача настоящего исследования заключается в формировании подхода к моделированию хаотической полидисперсной многокомпонентной пористой структуры, позволяющего, с одной стороны, унифицировать структуру, а с другой – учесть ее характерные особенности с последующим распространением подхода на аналогичные пористые тела. Модель должна адекватно отражать структуру реального тела (устойчивость, изотропность, сохранение формы) и корректность математического описания. Предлагается на базе современных пакетов прикладных программ, с точки зрения удобства математического моделирования пористого тела и протекающих в нем теплообменных процессов, использовать фрактальный подход, который позволяет унифицировать внутреннюю структуру геометрии пористого тела.

Примем в качестве модели реального пористого тела (слоя ТБО) фрактальную структуру – пространственный аналог квадратного ковра Серпинского (triadic Sierpinski carpet), известную как губка Менгера (Menger sponge) [6] (рис. 1).



Рис. 1. Фрактальная модель пористого тела – губка Менгера

Механизм ее построения состоит в следующем. Каждая грань куба, имеющая единичную длину, делится на 9 равных квадратиков так же, как и при построении квадратного ковра Серпинского. В результате исходный куб разбивается на 27 одинаковых кубиков с длиной ребра, равной 1/3. Затем, удаляя 7 кубиков (один центральный и 6 из центра каждой из граней), противоположные грани исходного куба соединяются сквозным центральным отверстием квадратной формы. В результате из 27 остается 20 маленьких кубиков. Такая итерационная процедура с вырезанием сквозных отверстий и последующего превращения каждого оставшегося кубика в 20 еще более мелких (размера в три раза меньше исходного) продолжается до бесконечности. В результате этих операций образуется идеально самоподобный объект, называемый губкой Менгера. Фрактальная размерность губки Менгера равна D = In 20 / In 3 = 2,7268. Поскольку 2 < D < 3, то это говорит о том, что губка имеет нулевой объем, но обладает бесконечной площадью поверхности своих пор.

Предлагаемая модель отвечает необходимым требованиям. Наличие непрерывной последовательности контактирующих элементов в любом рассматриваемом направлении обеспечивает устойчивость «скелета». Требование изотропности обеспечивает кубическая симметрия пространственной решетки.

Твердый «скелет», пронизанный сеткой пустот, образует структуру второго порядка. Сквозные поры заполнены газовым телом. В общем случае твердый «скелет» может являться многокомпонентной смесью (структура третьего порядка). В качестве модели твердого «скелета», состоящего из нескольких компонентов, можно использовать одну из известных моделей Г.Н. Дульнева [1].

Предлагаемая фрактальная модель позволяет, с одной стороны, систематизировать внутреннюю геометрию пористого тела, а с другой стороны, внести определенный элемент неупорядоченности, что максимально приближает ее к структуре реального пористого тела (слоя ТБО).

Появляется возможность заменить реальную пористую структуру с определенным диапазоном порозности эквивалентной фрактальной моделью при условии соответствия температурных полей модели и образца, что позволит сократить количество расчетов при моделировании.

Для замены реальной пористой структуры эквивалентной фрактальной моделью необходимо определить требуемый порядок итерации модели. Очевидно, что порядок итерации *m* будет зависеть от порозности структуры *f*. Для построения зависимости была рассчитана порозность модели при нескольких порядках итерации. Искомая зависимость представлена на рис. 2.



Рис. 2. Зависимость порядка итерации модели от порозности структуры

Анализ полученной зависимости (рис. 2) показывает, что, например, при порозности тела, равной 0,5, не получаем целого значения порядка итерации (*m* = 3,4). Это говорит о том, что при замене реальной пористой структуры фрактальной моделью можно принять модель как 3-го, так и 4-го итерационного порядка. Иными словами, одной этой зависимости недостаточно при выборе эквивалентной модели реальной структуры. Необходимо ввести параметр, который учитывал бы степень развития поверхности пор, приближая, таким образом, модель к реальной структуре. В качестве такого параметра примем эффективный размер R_v, который представляет собой отношение объема тела к общей поверхности пор, заключенной в этот объем:

$$R_{v} = \frac{V}{F_{\text{nop}}}.$$
(8)

В тепловом отношении параметр *R*_v будет определять эффективность пористой структуры

(максимальная поверхность теплообмена заключена в минимальном объеме).

Графическая связь между эффективным размером R_v и числом разбиений исходного элемента модели, т е. коэффициентом модификации k_m , приведена на рис. 3. Зависимости представлены для трех порядков итерации.



Рис. 3. Зависимость эффективного размера $R_{\rm v}$ от коэффициента модификации k_m при различных порядках итерации m

Совместное использование графиков рис. 2 и рис. 3 дает возможность корректно подобрать фрактальную модель реальной пористой структуры. А именно, зная порозность реального пористого тела, по графику рис. 2 находим порядок итерации фрактальной модели. Затем по графику рис. 3, предварительно рассчитав величину для реального тела и зная порядок итерации, определяем коэффициент модификации, т.е. число разбиений (слоев) в модели.

Предлагаемая модель обладает рядом достоинств:

1. Наличие пор различных размеров, распределенных в теле в соответствии с описанной выше итерационной процедурой, позволяет учесть полидисперсность структуры.

2. Геометрия структуры пористого тела (наличие каналов квадратного сечения в губке Менгера) облегчает процедуру нахождения эквивалентного размера пор.

3. Наличие развитой поверхности теплообмена, заключенной в малый объем, характеризует эффективность структуры.

4. Построение геометрии тела с порами прямоугольного сечения (уход от классической губки Менгера) [6] позволяет учесть изменение геометрии структуры пористого тела в результате его термической обработки (например, усадка слоя в процессе сушки в зоне сушки термического реактора).

Фрактальная модель пористого тела на основе губки Менгера использовалась для расчета полей температур и скоростей в слое твердых бытовых отходов, расположенных в зоне сушки термического реактора шахтного типа [7].

Процесс прогрева и сушки слоя ТБО осуществляется газом, поступающим противотоком из нижерасположенной зоны пиролиза. В результате фильтрации газовый поток полностью заполняет пространство между элементами слоя. Содержащаяся в материале влага отводится из зоны сушки вместе с сушильным агентом.

Постановка задачи формулируется системой (2), (5), (6) в совокупности с уравнениями начальных и граничных условий.

Поскольку перед началом процесса слой ТБО находится в состоянии термодинамического равновесия с окружающей средой, то принимаем начальную температуру слоя равной температуре окружающей среды (20°С). Скорость движения газа в начальный момент времени равна нулю.

Задание граничных условий в данной постановке задачи в явном виде затруднительно, в связи с тем что процесс сушки слоя ТБО является нестационарным. Теплофизические коэффициенты и коэффициенты теплооотдачи зависят от порозности тела и температуры, которая является искомой величиной. По сути, мы имеем дело с нелинейной сопряженной задачей теплообмена и гидродинамики, решение которой практически невозможно ввиду сложности геометрии пористой структуры и трудности нахождения коэффициентов теплообмена.

Выйти из положения позволяют возможности современного математического моделирования. В ПК ANSYS можно корректно решить поставленную задачу, не задавая граничных условий, а задавая лишь входные параметры потоков. Программа, используя внутренний математический аппарат, который заключается в совместном численном решении вышеописанных уравнений, сама определяет необходимые параметры. При этом возникает дополнительная сложность в выборе модели течения флюида (модели турбулентности), поскольку в настоящее время до сих пор не получено аналитическое решение уравнения Навье-Стокса, а каждая отдельно взятая модель имеет определенный диапазон применения.

При моделировании приняты следующие допущения:

1. Исходя из процентной составляющей морфологического состава ТБО, в качестве модели твердого «скелета» пористого тела принята модель трехкомпонентной смеси «с вкраплениями» [1].

2. Теплофизические свойства сушильного агента и материала приняты постоянными, усредненными в интервале рабочих температур.

3. Влияние массообмена на теплообмен учитывалось введением функции внутреннего источника теплоты в уравнении энергии – теплоты, затраченной на испарение влаги в материале. Функция внутреннего источника (стока) теплоты получена на основе экспериментальных данных и имеет вид $q_v = 101383 - 5,43 \tau$.

4. Турбулентность движения греющей среды учтена с помощью *k*-є модели турбулентности.

Реализация модели осуществлена в конечно-элементном пакете ANSYS [8, 9]. Выбор данного продукта обусловлен тем, что он позволяет совместно решать задачи теплообмена, гидравлики и массоперноса при их взаимном влиянии друг на друга.

Построение геометрии модели производилось в среде SolidWorks с последующим импортированием в ПК ANSYS-Fluent. В соответствии с расчетным кодом ANSYS-Workbench создана расчетная сетка конечных элементов с количеством узлов 109524. Как показывает практика расчетов, данной точности достаточно.

В результате решения задачи получены температурные поля газового тела, твердого «скелета» и поле скоростей газа внутри пор, графическая интерпретация которых представлена на рис. 4.



Рис. 4. Температурное поле скелета в конце всего процесса (а) и газового тела в конце процесса (б) и поле скоростей движения газа (в)

Для проверки адекватности модели использовались результаты лабораторного эксперимента.

На рис. 5 приведена установка ЭЛБ-С-1 для исследования процессов тепломассообмена между слоем ТБО и сушильным агентом. Установка состояла из участка трубы (1) с металлической сеткой для удержания слоя ТБО (рабочая зона) и электрического калорифера (2) для нагрева сушильного агента. Подача сушильного агента осуществлялась вентилятором (4), расположенным перед калорифером. Скорость потока и его температура регулировались при помощи блока управления (3) с экраном для вывода информации. Температура и влажность сушильного агента фиксировалась при помощи датчиков RHP-2S11 (5) с выводом показаний на экран блока управления. В процессе эксперимента температура образца измерялась пятью термопарами типа TXA, установленными в слое TБО. Преобразователь аналого-цифрового сигнала OBEH MBA8 передавал сигнал на персональный компьютер. Сушку образца выполняли до установления постоянства его массы.



Рис. 5. Сушильная установка ЭЛБ-С-1

Результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных приведены на рис. 6. Относительная погрешность расчета не превышает 3,5 %.



Рис. 6. Графики зависимости: а – средней по объему температуры скелета от времени; б – средней по площади температуры газа на выходе из канала от времени; 1 – эксперимент; 2 – расчет на модели

Заключение

Математическая реализация модели осуществлена в программном пакете Ansys Fluent.

Адекватность предложенной модели структуры слоя ТБО на основе губки Менгера подтверждена экспериментальными данными. Относительная погрешность расчета не превышает 3,5 %.

Список литературы

1. **Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П.** Теплопроводность смесей и композиционных материалов. – Л.: Энергия, 1974. – 264 с.

2. Попов И.А. Гидродинамика и теплообмен в пористых теплообменных элементах и аппаратах. Интенсификация теплообмена. – Казань: Центр инновационных технологий, 2007. – 240 с.

3. Васильев Л.Л., Танаева С.А. Теплофизические свойства пористых материалов. – Минск: Наука и техника, 1971. – 268 с.

4. Кирсанов Ю.А., Назипов Р.А., Данилов В.А. Геометрические и теплофизические характеристики высокопористой структуры // Известия вузов. Авиационная техника. – 2010. – № 2.

5. Кирсанов Ю.А., Назипов Р.А., Данилов В.А., Башкирцев Г.В. Математическая модель тепловых процессов и методика исследования теплоотдачи в пористом цилиндре // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2010. – Т. 12. № 4. – С. 90–96.

6. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. – М.: Наука, 1991.

 Пат. №2433344 Российская Федерация МПК F23G.
 Установка для термического разложения несортированных твердых бытовых отходов / Д.А. Долинин, Р.Н. Габитов, Е.С. Семин, О.В. Самышина, О.Б. Колибаба, О.И. Горинов, В.А. Горбунов. Опубл. 10.11.2011.

8. **Бруяка В.А., Фокин В.Г., Кураева Я.В.** Инженерный анализ в ANSYS Workbench: учеб. пособие. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2013. – 149 с.

9. Басов К.А. Графический интерфейс комплекса ANSYS. – М.: ДМК Пресс, 2006. – 248 с.

References

1. Dul'nev, G.N., Zarichnyak, Yu.P. *Teploprovodnost' smesey i kompozitsionnykh materialov* [Thermal conductivity of composite materials and mixtures]. Leningrad, Energiya, 1974. 264 p.

2. Popov, I.A. Gidrodinamika i teploobmen v poristykh teploobmennykh elementakh i apparatakh. Intensifikatsiya teploobmena [Hydrodynamics and heat transfer in porous heat exchange elements and devices]. Kazan', Tsentr innovatsionnykh tekhnologiy, 2007. 240 p.

3. Vasil'ev, L.L., Tanaeva, S.A. *Teplofizicheskie svoystva poristykh materialov* [Thermal properties of porous materials]. Minsk, Nauka i tekhnika, 1971. 268 p.

4. Kirsanov, Yu.A., Nazipov, R.A., Danilov, V.A. Geometricheskie i teplofizicheskie kharakteristiki vysokoporistoy struktury [Geometric and thermal characteristics of a highly porous structure]. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika*, 2010, no. 2.

5. Kirsanov, Yu.A., Nazipov, R.A., Danilov, V.A., Bashkirtsev, G.V. Matematicheskaya model' teplovykh protsessov i metodika issledovaniya teplootdachi v poristom tsilindre [A mathematical model of thermal processes and a technique of heat exchange research in porous cylinders]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk*, 2010, vol. 12, no. 4, pp. 90–96.

6. Smirnov, B.M. *Fizika fraktal'nykh klasterov* [Fractal cluster physics]. Moscow, Nauka, 1991.

7. Dolinin, D.A., Gabitov, R.N., Semin, E.S., Samyshina, O.V., Kolibaba, O.B., Gorinov, O.I., Gorbunov, V.A. *Ustanovka dlya termicheskogo razlozheniya nesortirovannykh tverdykh bytovykh otkhodov* [Unsorted domestic solid waste thermal decomposition unit]. Patent RF, no. 2433344, 2011.

8. Bruyaka, V.A., Fokin, V.G., Kuraeva, Ya.V. *Inzhenernyy analiz v ANSYS Workbench* [Engineering analysis in ANSYS Workbench]. Samara, 2013. 149 p.

9. Basov, K.A. *Graficheskiy interfeys kompleksa ANSYS* [Graphical interface of the ANSYS complex]. Moscow, DMK Press, 2006. 248 p.

Колибаба Ольга Борисовна,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры энергетики теплотехнологий и газоснабжения, e-mail: tevp@tvp.ispu.ru

Габитов Рамиль Наилевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», инженер кафедры энергетики теплотехнологий и газоснабжения, e-mail: tevp@tvp.ispu.ru

Скеорцов Илья Александрович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», магистрант 1-го курса, e-mail: tevp@tvp.ispu.ru

Муратова Татьяна Викторовна,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», магистрант 1-го курса,

e-mail: tevp@tvp.ispu.ru