Расчетно-экспериментальное исследование влияния усадки материала на процесс его тепловой обработки в кипящем слое¹

А.В. Митрофанов¹, Н.К. Касаткина², Я.С. Рыжакова¹

¹ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

г. Иваново, Российская Федерация

²ФГБОУВО «Ивановский государственный политехнический университет», г. Иваново, Российская Федерация E-mail: and2mit@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Использование биотоплива является одним из перспективных направлений развития теплоэнергетики. В качестве биотоплива могут эффективно использоваться отходы переработки сельскохозяйственных продуктов и лесотехнической промышленности. Однако в большинстве случаев эти материалы обладают высокой влажностью и перед сжиганием требуют глубокой сушки, сопряженной с дополнительными затратами энергии. Эффективная сушка таких дисперсных материалов может быть реализована в аппаратах с псевдоожиженным слоем. Вместе с тем выбор и надежное обоснование режимных параметров этого процесса невозможны без его адекватного математического моделирования. Существенной особенностью реализации процесса является глубокое изменение свойств частиц в процессе их тепловой обработки, в частности изменение их массы и значительная усадка их размеров, что практически не учитывается в известных моделях псевдоожижения и требует их модернизации.

Материалы и методы: Моделирование эволюции распределения теплоты и влагосодержания в псевдоожиженном слое выполнено на основе теории цепей Маркова. Модель состоит из двух параллельных цепей ячеек для частиц и для воздуха с взаимным влиянием переходных вероятностей друг на друга в сходственных ячейках. Кроме того, сходственные ячейки могут обмениваться теплотой и влагой на каждом временном переходе. Масса и размеры частиц в ячейках дополнительно корректируются в соответствии с их текущим влагосодержанием. Экспериментальная проверка предложенной модели выполнена на лабораторном реакторе псевдоожиженного слоя с удобным модельным материалом в виде частиц картофеля.

Результаты: Предложена и верифицирована модель кинетики процесса сушки во взвесенесущих системах, позволяющая описывать эволюцию расширения слоя и изменения влагосодержания в процессе сушки в псевдоожиженном слое. Расчетные результаты приводятся для случаев с усадкой частиц и без усадки. Представлены результаты экспериментальной проверки модели на лабораторном реакторе псевдоожиженного слоя с удобным модельным материалом в виде частиц картофеля.

Выводы: Полученные результаты показали необходимость учета явления усадки и изменения массы частиц при моделировании тепломассообмена в псевдоожиженном слое.

Ключевые слова: псевдоожиженный слой, вектор состояния, матрица переходных вероятностей, скорость витания частицы, теплоотдача, массоотдача, содержание влаги, твердое топливо.

Theoretical and experimental study of the influence of particle shrinkage on the thermal treatment of particulate solids in fluidized bed

A.V. Mitrofanov¹, N.S. Kasatkina², Y.S. Ryzhakova¹ ¹Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation ²Ivanovo State Politechnical University, Ivanovo, Russian Federation E-mail: and2mit@mail.ru

Abstract

Background: Biofuel is one of promising directions of thermal power engineering development. Biofuel from agricultural and forest industry wastes can be quite efficient. However, in many cases these materials have high humidity and require deep drying before combustion, which leads to additional energy costs. Effective drying of such materials can be realized in the apparatuses with fluidized bed. But the choice and reliable justification of the process regime parameters are impossible without adequate mathematical modeling of the process. The essential feature of the process is significant variation of particle properties under thermal treatment, in particular of their mass and shrinkage, which is practically not taken into account in the known models and urges us to modernize them.

Materials and methods: The modeling of moisture content and heat distribution evolution in fluidized bed was based on the Markov chains approach. The model includes two parallel chains of cells for particles and air with the intermutual influence of transition probabilities in homologic cells. Besides, the homologic cells can exchange heat and moisture with each other at each time transition. The sizes of particles in the cells are additionally adjusted according to the current moisture content. The experimental validation of the proposed model was done on a lab fluidized bed reactor with potato cubes as a convenient test material.

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №15-08-01684.

[©]ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

Results: A model of drying kinetics in gas-solid systems has been suggested and verified. The model allows describing the evolution of the solid bed expansion and moisture content during drying. The calculation results are presented for the cases of particle shrinkage and those with constant size of particles.

Conclusions: The obtained results have shown the necessity of taking into account shrinkage phenomenon for adequate modeling of heat and mass transfer in fluidized bed.

Key words: fluidized bed, state vector, matrix of transition probabilities, particle settling velocity, heat transfer, mass transfer, moisture content, solid fuel.

DOI: 10.17588/2072-2672.2016.5.049-054

Состояние вопроса. В топливной энергетике, а также химической, строительной и пищевой индустрии широко распространены процессы тепловой обработки сыпучего материала, которые сопровождаются межфазным взаимодействием движущегося газового потока и псевдоожиженного слоя обрабатываемых частиц. В виду того, что техника псевдоожижения длительное время используется в различных отраслях промышленности, сформировались многочисленные математические модели процессов в псевдоожиженном слое, базирующиеся на широком спектре подходов к моделированию [1–3].

Вместе с тем указанные модели часто не учитывают изменение размера и поверхности частиц во время обработки при расчете кинетики протекания проводимых процессов, если они не имеют целью изменение гранулометрического состава частиц (например, при грануляции или измельчении). Такое допущение, особенно для материалов с высокими значениями влагосодержания, может оказаться недопустимым или требующим, по крайней мере, специального изучения.

Ниже предлагается развитие предложенной ранее [4, 5] модели формирования псевдоожиженного слоя и протекания тепломассообменных процессов в нем. Предлагаемая модель построена на основе теории цепей Маркова, хорошо зарекомендовавшей себя при моделировании смежных процессов [5–8].

Материалы и методы. В основу модели положена ячеечная схема: пространство реактора разбито по высоте на п ячеек идеального смешения. Основные наблюдаемые характеристики (массы ожижаемого материала и ожижающего агента в аппарате) организованы в векторы состояния. Эволюция векторов состояний рассматривается в дискретные моменты времени $t_k = (k-1)\Delta t$, где Δt – продолжительность временного перехода; k – номер временного перехода (целочисленный аналог времени), и представлена рекуррентными матричными равенствами:

$$S_{p}^{k+1}=P_{p}^{k}S_{p}^{k};$$
 (1)

$$\mathbf{S}_{g}^{k+1} = \mathbf{P}_{g}^{k} \mathbf{S}_{g}^{k} + \mathbf{S}_{gf}, \qquad (2)$$

где \bm{S}_{p} и \bm{S}_{g} – векторы-столбцы объемного содержания частиц и газа в ячейках; $\bm{P}_{p}^{\ k}$ и $\bm{P}_{g}^{\ k}$ – матрицы переходных вероятностей для частиц и газа, зависящие от векторов состояния и меняющиеся на каждом переходе; **S**_{gf} – вектор подачи газа (при подаче через решетку он имеет единственный ненулевой элемент в первой ячейке, равный объему газа, подаваемому в нее за один переход).

Важной особенностью предлагаемой модели является то, что, в отличие от подобных линейных моделей [8, 9], локальные скорости обтекания частиц воздухом в ячейках и пропорциональные этим скоростям коэффициенты межфазного взаимодействия определяются с учетом локальных значений порозности и ее влияния на уменьшение живого сечения потока.

Для оценки силы межфазного трения используется расчетная зависимость для коэффициента сопротивления частиц *C*_d, полученная в результате обобщения экспериментальных данных по расширению псевдоожиженного слоя [4].

В каждой ячейке скорость витания индивидуальной частицы V_s связана с ее весом через соотношение

$$P = C_d f_p \rho_g \frac{V_s^2}{2}, \qquad (3)$$

где *f*_{*ρ*} – площадь сечения частицы; *ρ*_{*g*} – плотность воздуха.

При известной скорости витания частиц, находящихся в *i*-й ячейке, вычисляются переходные вероятности *p*_{si}, *p*_{ui} и *p*_{di} для твердой фазы, составляющие переходную матрицу **P**_p, по следующим соотношениям [4, 5]:

$$p_{si} = 1 - p_{ui} - p_{di}; \qquad (4)$$

 $p_{di} = 0$ при ($w_i - V_{si}$) > 0; (5)

$$p_{di} = v_i$$
 при $(w_i - V_{si}) < 0;$ (6)

$$p_{ui} = v_i$$
 при $(w_i - V_{si}) > 0;$ (7)

$$p_{ui} = 0$$
 при $(w_i - V_{si}) < 0;$ (8)

где *w_i* – локальная скорость обтекания частиц ожижающим газом в *i*-й ячейке.

Расчет скоростей обтекания *w_i* частиц воздухом для *i*-й ячейки в зависимости от порозности в ней, а также порядок формирования матрицы **P**_g, контролирующей продвижение ожижающего агента вдоль аппарата, подробно описаны в [4], где показано, что модель позволяет с достаточной для инженерных расчетов точностью прогнозировать переход слоя во взвешенное состояние и его расширение в режиме псевдоожижения.

При известном распределении частиц и ожижающего воздуха, представленных векторами состояния \mathbf{S}_{p} и \mathbf{S}_{g} , становится возможным описание переноса вдоль цепей любого аддитивного свойства, связанного с частицами и газом, в частности содержания в частицах теплоты и влаги. Для этого вводится тепло- и массообмен между соответственными ячейками цепей. Расчетная схема получаемой модели показана на рис. 1.

Интенсивность межфазного тепломассообмена рассчитывается с использованием допущения о равенстве критериев Нуссельта и Шервуда (Nu = $\alpha \cdot d/\lambda$, где α – коэффициент теплоотдачи; d – средний диаметр ожижаемой фракции; λ – коэффициент теплопроводности газа; Sh = $\beta \cdot d/D \cdot \rho$, где β – коэффициент массоотдачи; D – коэффициент диффузии; ρ – плотность газа) [3,10, 11].

Для расчета числа Нуссельта использована эмпирическая зависимость, предложенная в [11]:

$$Nu = 0,017 \cdot Pr \cdot Re^{0,991},$$
 (9)

где Re – критерий Рейнольдса (Re = w·d/v; w – локальная скорость обтекания частиц ожижающим газом, разная в разных ячейках слоя; v – коэффициент кинематической вязкости газа).



Рис. 1. Расчетная схема модели псевдоожижения

Таким образом, кинетика распределенного тепло- и массообмена в слое может быть описана следующими матричными равенствами:

$$\mathbf{M}_{wp}^{k+1} = \mathbf{P}_{p}^{k} (\mathbf{M}_{wp}^{k} - \boldsymbol{\beta}.^{*} \mathbf{F}^{k} \cdot (\mathbf{p}_{ws}^{k} - \mathbf{p}_{wg}^{k}) \Delta t); \qquad (10)$$

$$\mathbf{M}_{wg}^{k+1} = \mathbf{P}_{g}^{k} (\mathbf{M}_{wg}^{k} + \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{F}^{k} \cdot \mathbf{(p}_{ws}^{k} - \mathbf{p}_{wg}^{k}) \Delta t + \mathbf{M}_{wgf}); \quad (11)$$
$$\mathbf{Q}_{p}^{k+1} = \mathbf{P}_{p}^{k} (\mathbf{Q}_{p}^{k} + \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{F}^{k} \cdot \mathbf{(T}_{q}^{k} - \mathbf{T}_{p}^{k}) \Delta t -$$

$$- \mathbf{r}\mathbf{k}_{w} \cdot \mathbf{F}^{k} \cdot \mathbf{K} (\mathbf{M}_{ws}^{k} - \mathbf{M}_{wg}^{k}) \Delta t; \qquad (12)$$

$$\mathbf{Q}_{g}^{k+1} = \mathbf{P}_{g}^{k} (\mathbf{Q}_{g}^{k} - \boldsymbol{\alpha}.*\mathbf{F}^{k}.* (\mathbf{T}_{g}^{k} - \mathbf{T}_{p}^{k}) \Delta t + \mathbf{Q}_{gf}), \quad (13)$$

где Q – вектор количеств теплоты в ячейках; T – вектор температур; M_w – вектор масс влаги; p_{ws} и p_{wg}^k – векторы парциальных давлений влаги на поверхности частиц и в газе; β и α – векторы коэффициентов массоотдачи и теплоотдачи; F^k – вектор поверхностей обмена в ячейках, зависящий от концентрации частиц в них; оператор .* означает поэлементное умножение векторов.

Векторы **Q** и **T** связаны соотношением **Q** = **T**.***c**.* ρ , где **c** – вектор теплоемкостей влажных частиц и ρ – вектор их плотностей.

Плотность частиц изменяется в результате массообмена и определяется по соотношению

$$\rho^{k} = (\mathbf{M}_{w}^{k} + \rho_{p} \mathbf{S}_{p}^{k}) . / \mathbf{S}_{p}^{k}, \qquad (14)$$

где ρ_p – плотность сухих частиц.

Распределение влагосодержания вдоль цепей рассчитывается по формулам:

$$\mathbf{m_{wp}}^{k} = \mathbf{M_{wp}}^{k} . / (\rho_{p} \mathbf{S}_{p}^{k}), \qquad (15)$$

$$\mathbf{m_{wg}}^{k} = \mathbf{M_{wg}}^{k} . / (\rho_{g} \mathbf{S}_{g}^{k}), \qquad (16)$$

где ρ_g – плотность газа, которая определяется по уравнению состояния.

Математическая модель (1)–(16), как было показано ранее [4], позволяет с хорошей для инженерных расчетов точностью прогнозировать тепломассообмен в псевдоожиженном слое с учетом его расширения, изменение которого в процессе обработки происходит из-за постепенного снижения веса частиц при их обезвоживании.

Однако модель (1)–(16) не учитывает изменения размера частиц по мере их высыхания, в то же время именно габаритные характеристики в значительной мере определяют поверхность тепло- и массоотдачи. Вместе с тем характер усадки многих материалов достаточно хорошо изучен [12, 13] и может быть легко учтен в расчетах. Например, объем частиц картофеля линейно зависит от влагосодержания и определяется по следующему соотношению [13]:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{\mathbf{c}} (\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{v}} \boldsymbol{X}), \tag{17}$$

где V – текущий объем частицы, см³; V_c – объем частицы абсолютно сухого материала, см³; β_v – коэффициент объемной усадки (для картофеля – 0,625) [13].

Расчетно-экспериментальные исследования сушки частиц картофеля в псевдоожиженном слое были проведены в целях оценки влияния изменения габаритных характеристик частиц на кинетику процесса обезвоживания материала.

Стадия сушки частиц картофеля является неотъемлемой при производстве широкой номенклатуры продуктов длительного хранения в пищевой промышленности, а также при производстве жидкого биотоплива [14]. Схема лабораторной установки, используемой для сушки дисперсной картофельной массы в псевдоожиженном состоянии, приведена на рис. 2. Обработке подвергались кубики картофеля со стороной 5 мм.

В процессе псевдоожижения через определенные промежутки времени делались серии (30 фотографий) цифровых фотоснимков слоя (с частотой 1 кадр в секунду), каждая серия снимков подвергалась обработке при помощи специально разработанной ранее программы [4] для анализа цифровых изображений в целях определения высоты свободной поверхности кипящего слоя.

Среднее влагосодержание частиц определялось по результатам взвешивания всего материала, находящегося в аппарате. Для этой цели газораспределительная решетка была выполнена в виде дна быстросъемной цилиндрической емкости, диаметр которой равен внутреннему диаметру реактора. Такое устройство позволяло периодически извлекать материал из аппарата, взвешивать и возвращать его обратно. Вся процедура осуществлялась за 15–20 секунд (подача сушильного агента на это время прекращалась).

Кроме того, при каждой выгрузке отбиралось 10 частиц для последующего измерения линейных размеров в целях отслеживания интенсивности их объемной усадки (частицы возвращались в реактор после измерения).



Рис. 2. Схема и основные размеры экспериментальной установки: 1 – воздуходувка; 2 – электрокалорифер; 3 – газораспределительное устройство; 4 – цилиндрический реактор с кипящим слоем

Результаты исследования. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения размеров стороны обрабатываемых частиц представлены на рис. 3.



Рис. 3. Изменение среднего линейного размера частиц слоя: линия – расчетные значения; точки – экспериментальные значения

Анализ полученных данных показывает, что зависимость (17) с достаточной для задач исследования точностью описывает усадку частиц в зависимости от их влагосодержания.

На рис. 4, 5 показаны результаты сравнения расчетных значений (сплошная линия) расширения кипящего слоя с экспериментальными данными (точки) (штриховой линией показаны результаты расчетов, выполненные без учета изменения размера частиц).



Рис. 4. Изменение среднего влагосодержания частиц слоя: линия – расчетные значения; точки – экспериментальные значения



Рис. 5. Изменение высоты кипящего слоя в процессе сушки (расходная скорость воздуха $W_0 = 3.75$ м/с)

На рис. 4 показана кинетика процесса обезвоживания частиц, а рис. 5 отражает соответствующее изменение высоты псевдоожиженного слоя.

Выводы. Анализ данных (рис. 4, 5) показывает, что в обоих случаях высота слоя изменяется постепенно вплоть до достижения материалом равновесной с ожижающим агентом влажности, однако учет усадки материала в количественном отношении значительно влияет на точность расчетного прогноза, а следовательно, является необходимым.

Список литературы

1. Саломатов В.В., Рычков А.Д., Саломатов В.В. Экспериментальное исследование и математическое моделирование аэродинамики, тепломассообмена, излучения и горения дробленого топлива в циркулирующем кипящем слое // Ползуновский вестник. – 2010. – № 1. – С. 60–71.

2. Расчеты аппаратов кипящего слоя: справочник / под ред. И.П. Мухленова, Б.С. Сажина, В.Ф. Фролова. – Л.: Химия, 1986. – 352 с.

3. **Handbook** of Industrial Drying / edited by A.S. Mujumdar. – 3rd edition. – CRC Precc.: Taylor & Francis Group, 2006. – 1312 p.

4. Митрофанов А.В., Tannous К., Мизонов В.Е. Экспериментальное исследование гидродинамики частиц биотоплива в топке с кипящим слоем // Вестник ИГЭУ. – 2014. – Вып. 3. – С. 65–67.

5. Расчетно-экспериментальное исследование распределения твердых частиц в аппарате с двухмерным псевдоожиженным слоем / А.В. Огурцов, А.В. Митрофанов, В.Е. Мизонов и др. // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2009. – Т. 52, вып. 11. – С. 131–134.

6. Мизонов В.Е., Балагуров И.А., Митрофанов А.В. Математическая модель формирования многокомпонентной смеси сегрегирующих компонентов // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2014. – Т. 57, № 8. – С. 67–70.

7. Федосов С.В., Мизонов В.Е., Огурцов В.А. Моделирование классификации полидисперсных материалов на виброгрохотах // Строительные материалы. – 2007. – № 11. – С. 26–29.

8. **Dehling H.G., Hoffman A.C., Stuut H.W.** Stochastic Models for Transport in a Fluidised Bed *II* SIAM Journal of Applied Mathematics. – 1999. – 60, 1. – P. 337–358.

9. **Dehling H.G.** A stochastic model for mixing and segregation in slugging fluidized beds // Powder Technology. – 2007. – 171. – P. 118–125.

10. **Овчинников Л.Н., Овчинников Н.Л.** Расчетно-экспериментальные исследования получения органоминеральных сорбентов на основе торфа // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2012. – Т. 55, № 11. – С. 89–92.

11. **Овчинников Л.Н.** Моделирование процесса сушки минеральных удобрений во взвешенном слое // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2009. – Т. 52, вып. 7. – С. 122–124.

12. **Кац З.А.** Производство сушеных овощей, картофеля и фруктов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Легкая и пищевая пром-сть, 1984. – 216 с.

13. **Киселева Т.Ф**. Технология сушки: учеб.метод. комплекс / Кемеровский технологический институт пищевой промышленности. – Кемерово, 007. – 117 с.

14. **Чернова Н.И., Коробкова Т.П., Киселева С.В.** Биомасса как источник энергии **//** Вестник РАЕН. – 2010. – № 1. – С. 54–60.

References

1. Salomatov, VI.V., Rychkov, A.D., Salomatov, V.V. Eksperimental'noe issledovanie i matematicheskoe modelirovanie aerodinamiki, teplomassoobmena, izlucheniya i goreniya droblenogo topliva v tsirkuliruyushchem kipyashchem sloe [Experimental study and mathematical modellig of aerodynamics, heat and mass transfer, radiation and combustion of particulate fuel in a circulating fluidized bed]. *Polzunovskij vestnik*, 2010, no. 1, pp. 60–71.

2. Mukhlenova, I.P., Sazhina, B.S., Frolova, V.F. *Raschety apparatov kipyashchego sloya: spravochnik* [Calculation of fluidized bed apparatuses: a reference book]. Leningrad, Khimiya, 1986. 352 p.

3. Mujumdar, A.S. Handbook of Industrial Drying. CRC Precc.: Taylor & Francis Group, 2006. 1312 p.

4. Mitrofanov, A.V., Tannous, K., Mizonov, V.E. Eksperimental'noe issledovanie gidrodinamiki chastits biotopliva v topke s kipyashchim sloem [Experimental study of hydrodynamics of biofuel particles in a fluidized bed furnace]. *Vestnik IGEU*, 2014, issue 3, pp. 65–67.

5. Ogurtsov, A.V., Mitrofanov, A.V., Mizonov, V.E., Ogurtsov, V.A., Tannous, K. Raschetnoeksperimental'noe issledovanie raspredeleniya tverdykh chastits v apparate s dvukhmernym psevdoozhizhennym sloem [Calculation and experimental study of solid particle distribution in two-dimensional fluidized bed apparatuses]. *Izvestiya vuzov «Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya»*, 2009, vol. 52, issue 11, pp. 131–134.

6. Balagurov, I.A., Mizonov, V.E., Mitrofanov, A.V. Matematicheskaya model' formirovaniya mnogokomponentnoy smesi segregiruyushchikh komponentov [Mathematical model of forming a multi-component segregating mixture]. *Izvestiya vuzov «Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya»*, 2014, vol. 57, no. 8, pp. 67–70.

7. Fedosov, S.V., Mizonov, V.E., Ogurtsov, V.A. Modelirovanie klassifikatsii polidispersnykh materialov na vibrogrokhotakh [Modeling of the process of classification of granular materials using multilevel vibration screens]. *Stroitel'nye materialy*, 2007, no. 11, pp. 26–29.

8. Dehling, H.G., Hoffman, A.C., Stuut, H.W. Stochastic Models for Transport in a Fluidised Bed. SIAM Journal of Applied Mathematics, 1999, 60, 1, pp. 337–358.

9. Dehling, H.G. A stochastic model for mixing and segregation in slugging fluidized beds. Powder Technology, 2007, 171, pp. 118–125.

10. Ovchinnikov, L.N., Ovchinnikov, N.L. Raschetno-eksperimental'nye issledovaniya polucheniya organomineral'nykh sorbentov na osnove torfa [Calculation and experimental studies of obtaining peat-based organomineral sorbing agents]. *Izvestiya vuzov «Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya»*, 2012, vol. 55, no. 11, pp. 89–92. 11. Ovchinnikov, L.N. Modelirovanie protsessa sushki mineral'nykh udobreniy vo vzveshennom sloe [Modeling of the process of mineral fertilizer drying in suspension bed]. *Izvestiya vuzov «Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya»*, 2009, vol. 52, issue 7, pp. 122–124.

12. Kats, Z.A. *Proizvodstvo sushenykh ovoshchey, kartofelya i fruktov* [Production of dried vegetables, potatoes and fruit]. Moscow, Legkaya i pishchevaya promyshlennosť, 1984. 216 p.

13. Kiseleva, T.F. *Tekhnologiya sushki* [Drying technology]. Kemerovo, 2007. 117 p.

14.Chernova, N.I., Korobkova, T.P., Kiseleva, S.V. Biomassa kak istochnik energii [Biomass as a power source]. *Vestnik RAEN*, 2010, no. 1, pp. 54–60.

Митрофанов Андрей Васильевич,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, e-mail: and2mit@mail.ru

Касаткина Наталья Константиновна,

ФГБОУВО «Ивановский государственный политехнический университет», кандидат технических наук, доцент кафедры строительного материаловедения, специальных технологий и технологических комплексов, e-mail: natkonst_15@mail.ru

Рыжакова Яна Сергеевна,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», студент кафедры прикладной математики, e-mail: yana_ryzhakpva@mail.ru