УДК 62-50-83

Сокращение порядка управляющего устройства при синтезе САУ полиномиальным методом[1]

В.В. Тютиков, Л.Г. Копылова, И.А. Тихомирова, Е.М. Шляцкая
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: tvv@ispu.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Использование современных методов синтеза регуляторов часто наталкивается на трудности их технической реализации, связанные с получением в результате синтеза устройств управления высокой сложности. В частности, синтез регуляторов входа-выхода методом модального управления, основанный на решении полиномиальных уравнений, приводит к необходимости использования префильтров, имеющих сложность, соизмеримую со сложностью самого регулятора. В связи с этим актуальна разработка подхода, направленного на упрощение таких управляющих устройств без влияния на качественные показатели системы в целом.
Материалы и методы: Для синтеза регуляторов использован метод полиномиального синтеза, позволяющий обеспечить заданное качество процессов в САУ на основе измерения только выходной координаты объекта управления. Редукция управляющих устройств выполнена на основе метода эквивалентных структурных преобразований, гарантирующего неизменность передаточной функции САУ, а обеспечение астатизма по управляющему воздействию осуществлено с применением метода коэффициентов ошибки.
Результаты: Предложен метод редукции управляющих устройств, основанный на применении метода эквивалентных структурных преобразований, позволяющий существенно снизить сложность управляющего устройства. Отличие данного метода от известных состоит в отсутствии необходимости пересчета коэффициентов управляющего устройства и сохранении качественных показателей САУ.
Выводы: Использование предложенного метода позволяет снизить порядок передаточной функции управляющего устройства в два раза, что существенно уменьшает трудоемкость его практической реализации. Также сокращается время выполнения управляющей программы, что важно при создании современных САУ объектами, обладающими высоким быстродействием и требующими малого времени исполнения управляющих программ. Результаты математического моделирования подтвердили идентичность показателей качества редуцированной и исходной САУ при отработке управляющих и возмущающих воздействий.

Ключевые слова: полиномиальный регулятор, синтез САУ, эквивалентные структурные преобразования, редукция управляющих устройств, электромеханическая система, передаточная функция регулятора, астатизм по управляющему воздействию, метод коэффициентов ошибок.

Reducing the dimension of control unit in the ACS synthesis by the polynomial method

V.V. Tyutikov, L.G. Kopylova, I.A. Tikhomirova, E.M. Shlyatskaya
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: tvv@ispu.ru

Abstract

Background: Modern methods of regulator synthesis are often hard to realize technically as it is not easy to synthesize complex control devices. For example, input-output regulators are synthesized by the modal control method based on solving polynomial equations and employs pre-filters, the complexity of which is comparable with that of the regulators themselves. All this makes it quite urgent to develop an approach simplifying such control devices without affecting the qualitative parameters of the system as a whole.
Materials and methods: The regulators have been synthesized by the polynomial synthesis method ensuring the required quality of the processes in an automatic control system by measuring only the output point of the control object. The reduction of control device is based on the method of equivalent structural transformations, which guaranties the permanence of automatic control system transfer function. And the astatism of control influence is ensured by the error coefficient method.
Results: We propose a method of control device reduction based on implemention of the method of equivalent structural transformations, which essentially reduces the control device complexity. Unlike the known methods, this method does not require recalculating control device coefficients in order to preserve the performance indicators of the automatic control system.
Conclusions: The proposed method reduces the order of the control device transfer function twofold, which makes the device much easier to implement. It also reduces the execution time of the control program, which is important when developing modern automatic control systems composed of objects with a high processing speed and short execution

[1] Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания Минобрнауки.

time. The results of mathematical simulation have confirmed the identity of the performance indicators in the reduced system and the initial automatic control system in processing control and disturbance actions.

Key words: polynomial regulator, ACS synthesis, equivalent structural transformations, control device reduction, electromechanical system, regulator transfer function, astatism of control action, error index method.

DOI: 10.17588/2072-2672.2017.5.044-052

Введение. Синтез САУ методами полиномиального управления [1–8] предполагает получение передаточной функции регулятора на основе решения диофантова уравнения (или π-уравнения), неизвестными в котором являются полиномы. При этом степени полиномов передаточной функции регулятора (ПФР) задаются.

В задании степеней полиномов ПФР допустим некоторый произвол проектировщика. Например, для обеспечения произвольного задания некоторых коэффициентов ПФР необходимо соответствующим образом увеличить степень полинома числителя ПФР [8], получив в результате переопределенную совместную систему уравнений (количество переменных больше количества уравнений). Изменить фильтрующие свойства регулятора можно выбором степени полинома его знаменателя.

В зависимости от того, какие степени полиномов заданы, может быть получен ряд регуляторов:

– *дифференцирующие* (степень полинома числителя ПФР выше степени полинома знаменателя) и *технически реализуемые* (степень полинома числителя ПФР не выше степени полинома знаменателя);

– *минимальные* (степени полиномов ПФР минимально возможны для решения уравнения синтеза) и неминимальные (степени полиномов ПФР выше минимально необходимых для решения уравнения синтеза).

При синтезе дифференцирующих регуляторов необходимо, безусловно, иметь в виду, что для их реализации потребуется использование приближенных вычислений производных, например, методом Эйлера.

Использование неминимальных регуляторов дает проектировщику свободу в выборе необходимых ему свойств регулятора, например фильтрующих возможностей (при увеличении степени полинома знаменателя ПФР), или некоторых коэффициентов полиномов регулятора (при увеличении степени полинома числителя ПФР). В первом случае коэффициенты ПФР определяются однозначно (уравнение синтеза имеет единственное решение), во втором случае ряд коэффициентов при синтезе может быть задан произвольно.

Наиболее часто в исследованиях используют минимальные технически реализуемые регуляторы. Однако и в этом случае основной трудностью технической реализации САУ является сложность управляющего устройства.

Модели и методы исследования. Структура САУ с полиномиальным регулятором может быть различной (рис. 1, здесь $A(s)$ и $B(s)$, $C(s)$ и $R(s)$ – полиномы знаменателя и числителя передаточных функций объекта управления и регулятора соответственно; $y_0(s)$, $\Delta(s)$, $u(s)$, $y(s)$ – изображения по Лапласу сигналов задающего воздействия, ошибки управления, управления и выхода).

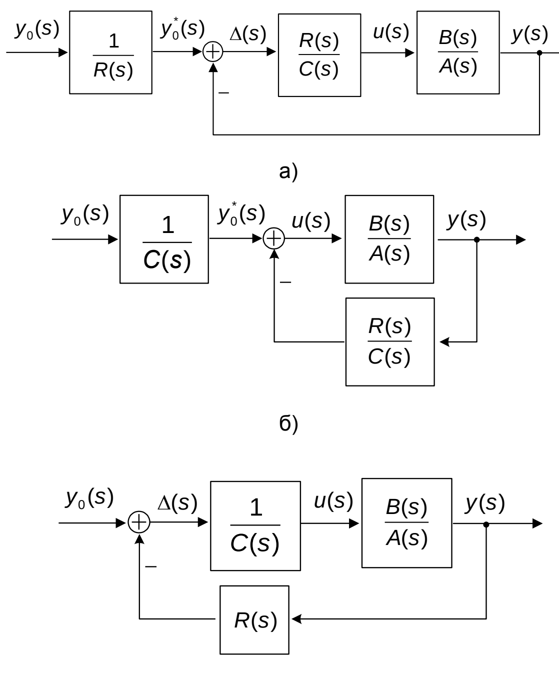


Рис. 1

Для синтеза минимальных технически реализуемых регуляторов оперируют следующими степенями полиномов [7, 8]:

$$\deg R(s) = \deg A(s) - 1;\ \deg C(s) = \deg R(s);$$
$$\deg D(s) = \deg A(s) + \deg C(s). \tag{1}$$

Диофантово уравнение синтеза регулятора при этом имеет вид:

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \tag{2}$$

где $D(s)$ – характеристический полином САУ, определяющий качество переходных процессов и задаваемый проектировщиком.

Необходимо иметь в виду, что при использовании регулятора только в контуре главной обратной связи в передаточной функции САУ $H(s)$ могут появляться «дополнительные» нули, определяемые корнями полинома $R(s)$ (рис. 1,а)

$$H(s) = \frac{R(s)B(s)}{A(s)C(s) + B(s)R(s)}$$

или $C(s)$ (рис. 2,б):

$$H(s)=\frac{C(s)B(s)}{A(s)C(s)+B(s)R(s)}.$$

Система, приведенная на рис. 1,в, лишена данного недостатка, но требует вычисления «чистых» производных, что на практике невыполнимо.

Влияние таких нулей может проявляться в появлении перерегулирования в переходных процессах. Для исключения их влияния [8] вводят префильтр вида $H_F(s) = 1/R(s)$ или $H_F(s) = 1/C(s)$ соответственно (рис. 1,а,б). Безусловно, это значительно усложняет техническую реализацию управляющего устройства, требуя выполнения большого количества дополнительных операций.

Часто одним из требований к системам управления является обеспечение астатизма по управляющему воздействию (следящие системы). В этом случае наличие префильтра не позволяет ограничиться введением соответствующего числа интегралов в контур управления, требуя использования префильтра с передаточными функциями:

$$H_F(s)=\frac{Q(s)}{R(s)} \text{ или } H_F(s)=\frac{Q(s)}{C(s)}.$$

для систем на рис. 1,а,б соответственно.

В этом случае требуемый порядок астатизма по управлению обеспечивается совокупным использованием интеграторов в контуре управления и соответствующих коэффициентов полинома $Q(s)$ [8, 9].

Поставим задачу разработки метода упрощения управляющего устройства для статических и астатических систем автоматического управления, не требующего или требующего минимальных дополнительных вычислений без потери качества управления.

Результаты исследования. Примем за основу структуру на рис. 1,а. Для структур на рис. 1,б,в результат будет идентичным.

Очевидно, что

$$C(s)u(s)=R(s)\Delta(s),\ \ u(s)=\frac{R(s)}{C(s)}\Delta(s),$$

$$\Delta(s)=y_0^*(s)-y(s),\ \ y_0^*(s)=\frac{1}{R(s)}y_0(s).$$

Тогда можно записать:

$$u(s)=\frac{R(s)}{C(s)}\left(y_0^*(s)-y(s)\right)=\frac{R(s)}{C(s)}\left(\frac{1}{R(s)}y_0(s)-y(s)\right)=$$

$$=\frac{1}{C(s)}y_0(s)-\frac{R(s)}{C(s)}y(s),$$

$$C(s)u(s)=R(s)\left(y_0^*(s)-y(s)\right)=$$

$$=R(s)\left(\frac{1}{R(s)}y_0(s)-y(s)\right)=y_0(s)-R(s)y(s).$$

Если учесть (1) и принять, что $\deg A(s) = n$, а также то, что полиномы $A(s)$ и $D(s)$ при решении уравнения (2) нормированы (коэффициенты при высших степенях равны единице), получим

$$\left(s^{n-1}+c_{n-2}s^{n-2}+\ldots+c_1s+c_0\right)u(s)=$$

$$=y_0(s)-\left(r_{n-1}s^{n-1}+r_{n-2}s^{n-2}+\ldots+r_1s+r_0\right)y(s)$$

или

$$s^{n-1}u(s)=y_0(s)-c_{n-2}s^{n-2}u(s)-\ldots-c_1su(s)-c_0u(s)-$$

$$-r_{n-1}s^{n-1}y(s)+r_{n-2}s^{n-2}y(s)+\ldots+r_1sy(s)+r_0y(s).$$

Выразив $u(s)$, будем иметь

$$u(s)=\frac{1}{s^{n-1}}y_0(s)-\frac{1}{s}c_{n-2}u(s)-\ldots-\frac{1}{s^{n-2}}c_1u(s)-\frac{1}{s^{n-1}}-$$

$$-c_0u(s)-r_{n-1}y(s)-\frac{1}{s}r_{n-2}y(s)-\ldots-\frac{1}{s^{n-2}}r_1y(s)-\frac{1}{s^{n-1}}r_0y(s),$$

или, в более удобном виде,

$$u(s)=\frac{1}{s^{n-1}}\left(y_0(s)-c_0u(s)-r_0y(s)\right)+\frac{1}{s^{n-2}}\times$$

$$\times\left(-c_1u(s)-r_1y(s)\right)+\ldots+\frac{1}{s}\left(-c_{n-2}u(s)-r_{n-2}y(s)\right)- \quad (3)$$

$$-r_{n-1}y(s).$$

Соответствующая структурная схема приведена на рис. 2,а.

Таким образом, для реализации регулятора, не вносящего в передаточную функцию САУ дополнительных нулей, вместо $2n – 2$ интеграторов потребуется $n – 1$. Более того, метод не предполагает выполнения дополнительных расчетов, поскольку оперирует только коэффициентами c_i и r_i, полученными в результате синтеза регулятора.

Приняв выходы интеграторов управляющего устройства (рис. 2,а) за переменные состояния x_i; $y_0(s)$ и $y(s)$ – за входы, а $u(s)$ – за его выход, на основе (3) можно записать для него следующие уравнения в форме Коши:

$$sx_1(s)=y_0(s)-c_0u(s)-r_0y(s),$$

$$sx_2(s)=x_1(s)-c_1u(s)-r_1y(s),$$

$$sx_3(s)=x_2(s)-c_2u(s)-r_2y(s),$$

....

$$sx_{n-1}(s)=x_{n-2}(s)-c_{n-2}u(s)-r_{n-2}y(s).$$

Если, согласно рис. 2,а, записать

$$u(s)=x_{n-1}(s)-r_{n-1}y(s)$$

и переписать уравнения

$$sx_1(s)=y_0(s)-c_0x_{n-1}(s)+c_0r_{n-1}y(s)-r_0y(s),$$

$$sx_2(s)=x_1(s)-c_1x_{n-1}(s)+c_1r_{n-1}y(s)-r_1y(s),$$

$$sx_3(s)=x_2(s)-c_2x_{n-1}(s)+c_2r_{n-1}y(s)-r_2y(s),$$

....

$$sx_{n-1}(s)=x_{n-2}(s)-c_{n-2}x_{n-1}(s)+c_{n-2}r_{n-1}y(s)-r_{n-2}y(s),$$

то векторно-матричная форма регулятора примет вид канонической формы наблюдаемости [9]:

$$\begin{aligned}&s\mathbf{x}_R(s)=\mathbf{A}_R\mathbf{x}_R(s)+\mathbf{B}_R\mathbf{u}_R(s),\\&u(s)=\mathbf{C}_R\mathbf{x}_R(s)+\mathbf{D}_R\mathbf{u}_R(s),\end{aligned} \qquad (4)$$

где

$$\mathbf{x}_R^T = \left[x_1(s) \quad x_2(s) \quad \ldots \quad x_{n-2}(s) \quad x_{n-1}(s)\right],$$

$$\mathbf{u}_R = \begin{bmatrix} y_0(s) \\ y(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & -c_0 \\ 1 & 0 & \ldots & 0 & -c_1 \\ .. & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & -c_{n-3} \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & -c_{n-2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_R = \begin{bmatrix} 1 & -c_0 r_{n-1} - r_0 \\ 0 & -c_1 r_{n-1} - r \\ \ldots & \ldots \\ 0 & -c_{n-3} r_{n-1} - r_{n-3} \\ 0 & -c_{n-2} r_{n-1} - r_{n-2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_R = \left[0 \quad 0 \quad \ldots \quad 0 \quad 1\right],$$

$$\mathbf{D}_R = \left[0 \quad -r_{n-1}\right].$$

Аналогичный результат получен в [7].

Пример. Синтезируем регулятор для объекта, описываемого передаточной функцией

$$H_0(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{s^2 + 5s + 100}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}.$$

С учетом (1)

$$\deg R(s) = 2, \deg C(s) = \deg R(s) = 2, \deg D(s) = 5.$$

Примем полином $D(s)$ вида

$$D(s) = (s+5)^5.$$

В этих условиях передаточные функции регулятора и префильтра для структуры САУ, изображенной на рис. 1,а, примут следующий вид:

$$H_R(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{59,45s^2 + 441,4s + 997}{s^2 - 12,45s + 295,7}$$

и

$$H_F(s) = \frac{1}{R(s)} = \frac{1}{59,45s^2 + 441,4s + 997}.$$

Согласно (3), уравнение управляющего устройства будет следующим:

$$u(s) = \frac{1}{s^2}\left(y_0(s) - 259,7u(s) - 997y(s)\right) + \\ + \frac{1}{s}\left(12,45u(s) - 441,4y(s)\right) - 59,45y(s) \qquad (5)$$

или в векторно-матричной форме (4) с учетом (5):

$$\mathbf{x}_R(s) = \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \end{bmatrix}; \ \mathbf{u}_R(s) = \begin{bmatrix} y_0(s) \\ y(s) \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & -295,7 \\ 1 & 12.45 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_R = \begin{bmatrix} 1 & -997 \\ 0 & -441,4 \end{bmatrix}; \ \mathbf{C}_R = \left[0 \quad 1\right]; \ \mathbf{D}_R = \left[0 \quad -59,45\right].$$

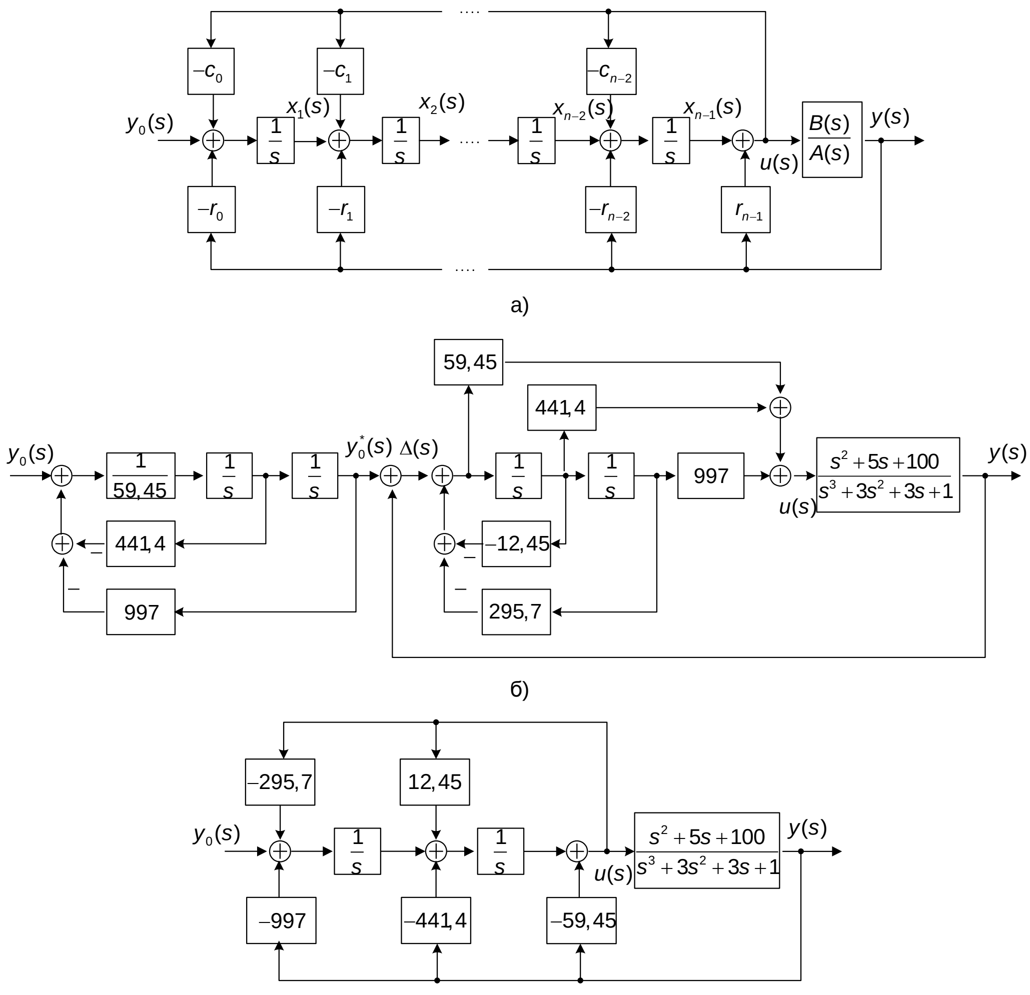


Рис. 2

На рис. 2,б приведена структура, аналогичная изображенной на рис. 1, а, реализованная на интеграторах (префильтр и регулятор представлены в управляемой (нормальной) канонической форме), а на рис. 2,в – структура, реализованная по предложенному методу согласно (5). Переходные процессы при единичном ступенчатом управляющем воздействии в обеих системах идентичны (рис. 3).

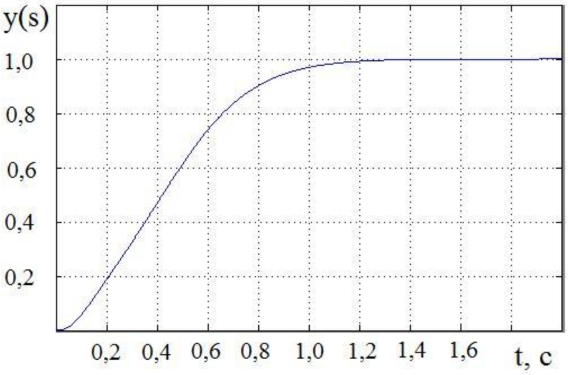


Рис. 3

Таким образом, предложенный подход позволяет значительно снизить сложность управляющего устройства и тем самым сократить вычислительные затраты при его микропроцессорной реализации без потери качества переходных процессов. Достоинством метода является и то, что его использование не предполагает дополнительных вычислений при определении параметров редуцированного регулятора.

При использовании предложенного метода надо иметь в виду, что степень полинома $C(s)$ должна быть больше или равна степени полинома $R(s)$.

Астатические системы. В ряде случаев может быть необходимо обеспечение астатизма по управляющему воздействию и возмущениям. Обычно это обеспечивают введением соответствующего количества интеграторов в контур управления [10]. Однако при таком подходе наличие префильтра (рис. 1) с передаточной функцией $1/R(s)$ или $1/C(s)$, равно как и его кажущееся отсутствие (рис. 2, а) не позволяют получить астатизм по задающему воздействию.

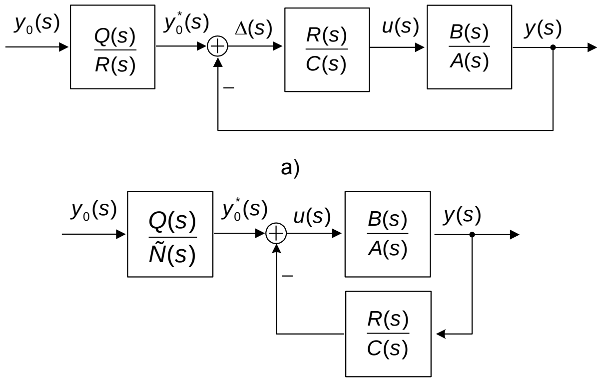
В этом случае необходимо использование структур, приведенных на рис. 4. Наличие полинома $Q(s)$ [11, 12] позволяет выбором соответствующих значений коэффициентов q_i обеспечить порядок астатизма $\nu \le \deg R(s) - 1$ по задающему воздействию. Степень полинома $Q(s)$ при этом $\deg Q(s) \le \deg R(s) - 1$.

Использование предложенного подхода упрощения структуры управляющего устройства возможно и в этом случае:

$$C(s)u(s) = R(s)\Delta(s),\ \ u(s) = \frac{R(s)}{C(s)}\Delta(s),$$

$$\Delta(s) = y_0^*(s) - y(s),\ \ y_0^*(s) = \frac{Q(s)}{R(s)}y_0(s),$$

$$C(s)u(s) = R(s)\left(\frac{Q(s)}{R(s)}y_0(s) - y(s)\right) = Q(s)y_0(s) - R(s)y(s).$$



б)

Рис. 4

Если принять

$$\deg C(s) = \deg R(s) = n - 1,$$
$$\deg Q(s) = \deg R(s) - 1 = n - 2,$$

то

$$\left(s^{n-1} + c_{n-2}s^{n-2} + \ldots + c_1 s + c_0\right)u(s) =$$
$$= \left(q_{n-2}s^{n-2} + \ldots + q_1 s + q_0\right)y_0(s) -$$
$$-\left(r_{n-1}s^{n-1} + r_{n-2}s^{n-2} + \ldots + r_1 s + r_0\right)y(s),$$

$$s^{n-1}u(s) = q_{n-2}s^{n-2}y_0(s) + \ldots + q_1 s y_0(s) +$$
$$+ q_0 y_0(s) - r_{n-1}s^{n-1}y(s) - r_{n-2}s^{n-2}y(s) - \ldots - r_1 s y(s) -$$
$$- r_0 y(s) - c_{n-2}s^{n-2}u(s) - \ldots - c_1 s u(s) - c_0 u(s),$$

$$u(s) = q_{n-2}\frac{1}{s}y_0(s) + \ldots + q_1\frac{1}{s^{n-2}}y_0(s) +$$
$$+ q_0\frac{1}{s^{n-1}}y_0(s) - r_{n-1}y(s) - r_{n-2}\frac{1}{s}y(s) - \ldots - r_1\frac{1}{s^{n-2}}y(s) -$$
$$- r_0\frac{1}{s^{n-1}}y(s) - c_{n-2}\frac{1}{s}u(s) - \ldots - c_1\frac{1}{s^{n-2}}u(s) - c_0\frac{1}{s^{n-1}}u(s).$$

Или в более удобной форме:

$$u(s) = r_{n-1}y(s) +$$
$$+ \frac{1}{s}\left(q_{n-2}y_0(s) - r_{n-2}y(s) - c_{n-2}u(s)\right) + \ldots + \quad (6)$$
$$+ \frac{1}{s^{n-2}}\left(q_1 y_0(s) - r_1 y(s) - c_1 u(s)\right) +$$
$$+ \frac{1}{s^{n-1}}\left(q_0 y_0(s) - r_0 y(s) - c_0 u(s)\right).$$

При этом ν коэффициентов q_i, рассчитанных из условия равенства нулю ν коэффициентов ошибки (см., например, [11]), будут равны коэффициентам r_i для **любой** из структур рис. 4:

$$q_i = r_i,\ i = \overline{0,\ \nu - 1},$$

поэтому никаких дополнительных вычислений при синтезе регуляторов, обеспечивающих астатизм ν-го порядка к задающему воздействию, вообще говоря, также не требуется.

Для переменных состояния x_i, входных сигналов $y_0(s)$ и $y(s)$, выходного сигнала $u(s)$ регулятора на основе (6) можно записать следующие уравнения:

$$sx_1(s) = q_0 y_0(s) - c_0 u(s) - r_0 y(s),$$
$$sx_2(s) = q_1 y_0(s) + x_1(s) - c_1 u(s) - r_1 y(s),$$
$$sx_3(s) = q_2 y_0(s) + x_2(s) - c_2 u(s) - r_2 y(s),$$

....

$$sx_{n-1}(s) = q_{n-2} y_0(s) + x_{n-2}(s) - c_{n-2} u(s) - r_{n-2} y(s),$$

или с учетом $u(s) = x_{n-1}(s) - r_{n-1} y(s)$ (см. схему на рис. 2, а):

$$sx_1(s) = q_0 y_0(s) - c_0 x_{n-1}(s) + c_0 r_{n-1} y(s) - r_0 y(s),$$
$$sx_2(s) = q_1 y_0(s) + x_1(s) - c_1 x_{n-1}(s) + c_1 r_{n-1} y(s) - r_1 y(s),$$
$$sx_3(s) = q_2 y_0(s) + x_2(s) - c_2 x_{n-1}(s) + c_2 r_{n-1} y(s) - r_2 y(s),$$

....

$$sx_{n-1}(s) = q_{n-2} y_0(s) + x_{n-2}(s) + c_{n-2} r_{n-1} y(s) - r_{n-2} y(s)$$

и для системы (4):

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} x_1(s) & x_2(s) & \ldots & x_{n-2}(s) & x_{n-1}(s) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u}_R(s) = \begin{bmatrix} y_0(s) \\ y(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & -c_0 \\ 1 & 0 & \ldots & 0 & -c_1 \\ .. & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & -c_{n-3} \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & -c_{n-2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_R = \begin{bmatrix} q_0 & -c_0 r_{n-1} - r_0 \\ q_1 & -c_1 r_{n-1} - r \\ \ldots & \ldots \\ q_{n-3} & -c_{n-3} r_{n-1} - r_{n-3} \\ q_{n-2} & -c_{n-2} r_{n-1} - r_{n-2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_R = \begin{bmatrix} 0 & -r_{n-1} \end{bmatrix}.$$

В этом случае следует помнить, что астатизм по управляющему воздействию будет обеспечиваться при наличии соответствующего количества интеграторов в контуре управления. Это возможно осуществить или расширяя соответствующим образом пространство состояния объекта, добавляя интеграторы, или используя возможности неминимальных регуляторов в назначении коэффициентов полиномов передаточной функции регулятора.

В первом случае процедура синтеза будет полностью аналогична описанной выше. Второй рассмотрим подробнее.

Неминимальные астатические регуляторы. Использование неминимальных регуляторов [8] позволяет получить возможность назначения некоторых коэффициентов регулятора. Необходимым условием для этого является наличие полинома $C(s)$ и выполнение условия $\deg R(s) > \deg A(s) - 1$. Количество k назначаемых коэффициентов будет определяться выражением:

$$k = \deg R(s) - (\deg A(s) - 1). \qquad (7)$$

Использование неминимальных регуляторов в комбинации с предложенным подходом может обеспечить необходимый порядок астатизма и по управлению, и по возмущению. При этом порядок астатизма по управлению должен быть равен или быть больше порядка астатизма по возмущению.

Пример. Пусть необходимо обеспечить астатизм по задающему воздействию и по возмущению объекта, структура которого приведена на рис. 5. Задающее воздействие является линейно нарастающим сигналом $y_0(t) = 1 \cdot t$, возмущение – ступенчатым сигналом $f(t) = 1(t)$. При приложении ступенчатого задающего воздействия необходим апериодический переходный процесс длительностью не выше 0,2 с.

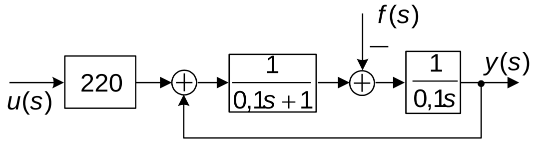


Рис. 5

Передаточная функция объекта имеет вид

$$H(s) = \frac{2200}{s^2 + 10s + 100}.$$

Используя возможности неминимальных регуляторов и учитывая высшую из требуемых степеней астатизма $\nu = 2$ (для обеспечения нулевой ошибки при линейно нарастающем задающем воздействии), примем $\deg R(s) = \deg A(s) - 1 + \nu = 3$, тогда, согласно (7), можно обеспечить произвольное задание двух коэффициентов регулятора:

$$k = \deg R(s) - (\deg A(s) - 1) = 3 - 1 = 2.$$

В нашем случае для обеспечения требуемых астатических свойств зададим $c_0 = c_1 = 0$.

Примем для технически реализуемого регулятора $\deg C(s) = \deg R(s) = 3$, тогда, согласно (1), $\deg D(s) = 5$. Задавшись для обеспечения необходимого быстродействия значением среднегеометрического корня $\Omega_0 = 50\ c^{-1}$ полинома Ньютона $D(s) = (s + \Omega_0)^5$ и решив уравнение синтеза, получим передаточную функцию регулятора:

$$H_R(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{10{,}23s^3 + 557{,}3s^2 + 14204{,}5s + 142045}{s^3 + 240s^2}.$$

Матрицы векторно-матричного описания управляющего устройства будут иметь следующий вид:

$$\mathbf{x}_R(s)=\begin{bmatrix}x_1(s)\\x_2(s)\\x_3(s)\end{bmatrix};\ \mathbf{u}_R(s)=\begin{bmatrix}y_0(s)\\y(s)\end{bmatrix};\ \mathbf{A}_R=\begin{bmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&1&-240\end{bmatrix};$$

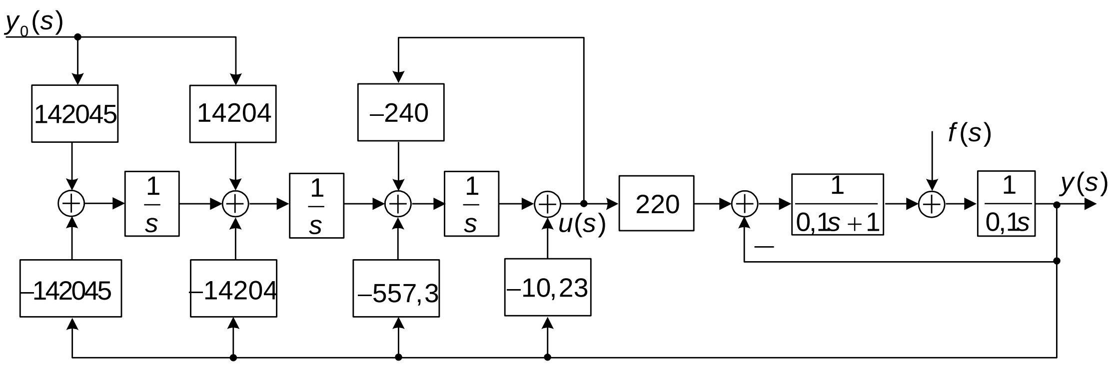
$$\mathbf{B}_R=\begin{bmatrix}142045&-142045\\14204{,}5&-14204{,}5\\0&-240\cdot(-10{,}23)-557{,}3\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_R=\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix};\quad \mathbf{D}_R=\begin{bmatrix}0&-10{,}23\end{bmatrix}.$$

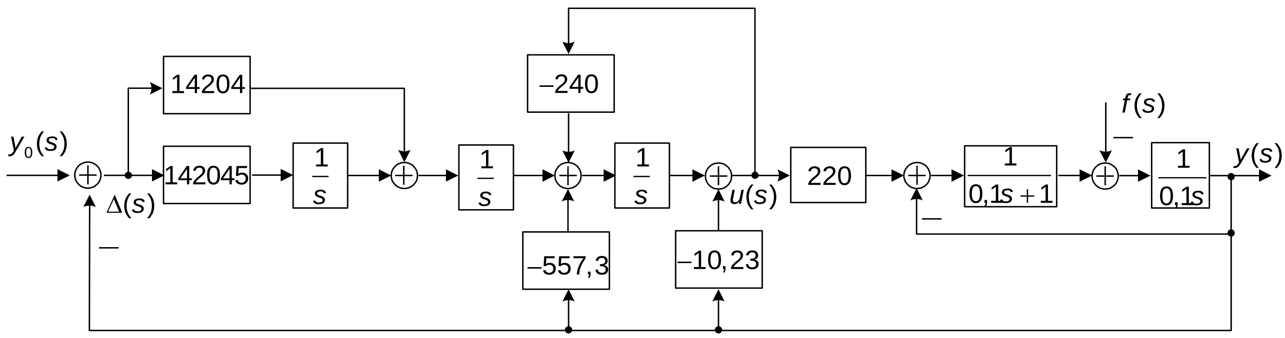
Структурная схема САУ приведена на рис. 6,а.

Введение ошибки регулирования $\Delta(s)=y_0(s)-y(s)$ позволяет придать САУ окончательный вид (рис. 6, б). Переходные процессы по ошибке регулирования в САУ при приложении задающего воздействия вида $y_0(t)=1\cdot t$ в нулевой момент времени и возмущающего воздействия в виде ступенчатого сигнала $f(t)$ = 1(t) в момент времени 1 с приведены на рис. 7.

Дальнейшее упрощение структуры астатического регулятора можно провести, если принять во внимание равенство по модулю некоторых коэффициентов регулятора. Окончательная структурная схема приведена на рис. 6,б.



а)



б)

Рис. 6

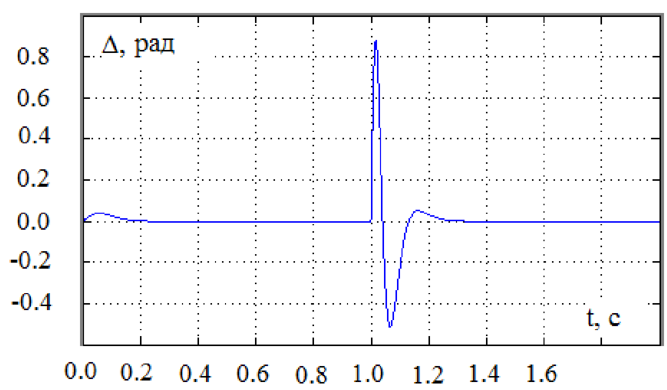


Рис. 7

Выводы

Предложенный способ редукции полиномиального регулятора основан на эквивалентных структурных преобразованиях и позволяет снизить его порядок без изменения качества переходных процессов.

Отличительной особенностью предложенного способа редукции является отсутствие необходимости пересчета коэффициентов полиномов передаточной функции регулятора, полученного на основе эквивалентных структурных преобразований.

Использование предложенного способа позволяет проводить редукцию регулятора и в случае синтеза следящих систем, в которых требуемая степень астатизма по управлению обеспечивается совокупным использованием интеграторов в контуре управления и соответствующих коэффициентов полинома $Q(s)$ префильтра.

Список литературы

1. **Волгин Л.Н.** Элементы теории управляющих машин (метод полиномиальных уравнений в задачах синтеза систем автоматического управления с цифровыми вычислительными машинами). – М.: Советское радио, 1962. – 164 с.

2. Гайдук А.Р. Синтез систем управления по передаточным функциям // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 1. – С. 11–16.

3. **Kučera V.** Discrete Linear Control. The Polynomial Equation Approach. – Prague: Academia, 1979.

4. **Волгин Л.Н.** Оптимальное дискретное управление динамическими системами. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 240 с.

5. **Скворцов Л.М.** Синтез линейных систем методом полиномиальных уравнений // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 6. – С. 54–59.

6. **Grimble M.J., Kucera V.** Polynomial Methods for Control Systems Design. Springer-Verlag, 1996.

7. **Гайдук А.Р.** Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход) – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 360 с.

8. **Тютиков В.В., Тарарыкин С.В.** Робастное модальное управление технологическими объектами. – Иваново, 2006. – 256 с.

9. **Phillips C., Harbor R.** Feedback Control systems. Prentice hall, Inc. 2000.

10. **Мееров М.В.** Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. – М.: Наука, 1967. – 424 с.

11. **Гайдук А.Р.** Основы теории систем автоматического управления. – М.: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 405 с.

12. **Бесекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. – 992 с.

References

1. Volgin, L.N. *Elementy teorii upravlyayushchikh mashin (metod polinomial'nykh uravneniy v zadachakh sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya s tsifrovymi vychislitel'nymi mashinami)* [Elements of machine control theory (method of polynomial equations in problems of automatic control system synthesis with digital computing machines]. Moscow, Sovetskoe radio, 1962. 164 p.

2. Gajduk, A.R. Sintez sistem upravleniya po peredatochnym funktsiyam [Transfer function synthesis of control machines]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1980, no. 1, pp. 11–16.

3. Kučera, V. Discrete Linear Control. The Polynomial Equation Approach. Prague, Academia, 1979.

4. Volgin, L.N. *Optimal'noe diskretnoe upravlenie dinamicheskimi sistemami* [Optimal discrete control of dynamic machines]. Moscow, Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1986. 240 p.

5. Skvortsov, L.M. Sintez lineynykh sistem metodom polinomial'nykh uravneniy [Synthesis of linear systems by the polynomial equations method]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1991, no. 6, pp. 54–59.

6. Grimble, M.J., Kucera, V. Poly-nomial Methods for Control Systems Design. Springer-Verlag, 1996.

7. Gayduk, A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyy podkhod)* [Theory and methods of analytical systhesis of automatic control (polynomial approach)]. Moscow, FIZMATLIT, 2012. 360 p.

8. Tyutikov, V.V., Tararykin, S.V. *Robastnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob"ektami* [Robust modal control of industrial facilities]. Ivanovo, 2006. 256 p.

9. Phillips, C., Harbor, R. Feedback Control systems. Prentice hall, Inc. 2000.

10. Meerov, M.V. *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo regulirovaniya vysokoy tochnosti* [Synthesis of high precision automatic control system structures]. Moscow, Nauka, 1967. 424 p.

11. Gayduk, A.R. *Osnovy teorii sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theoretical fundamentals of automatic control systems]. Moscow, UmiITs «Uchebnaya literatura», 2005. 405 p.

12. Besekerskiy, V.A., Popov, E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Theory of automatic control systems]. Moscow, Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1966. 992 p.

Тютиков Владимир Валентинович,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, проректор по научной работе,
телефон (4932) 41-50-24,
e-mail: tvv@ispu.ru
Tyutikov Vladimir Valentinovich,
Ivanovo State Power Engineering University,
Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor, Vice-Rector for Research,
tel. (4932) 41-50-24,
e-mail: tvv@ispu.ru

Копылова Лариса Геннадьевна,
ФГБОВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры электроники и микропроцессорных систем,
телефон (4932)26-97-55,
e-mail: klg@eims.ispu.ru

Kopylova Larisa Gennadievna,
Ivanovo State Power Engineering University,
Candidate of Engineering Sciences (PhD), Associate Professor of the Electronics and Microprocessor Systems Department,
tel. (4932) 26-97-55,
e-mail: klg@eims.ispu.ru

Тихомирова Ирина Александровна,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
старший преподаватель кафедры электроники и микропроцессорных систем,
телефон (4932)26-97-55,
e-mail: tia@eims.ispu.ru
Tikhomirova Irina Aleksandrovna,
Ivanovo State Power Engineering University,
Senior Lecturer of the Electronics and Microprocessor Systems Department,
tel. (4932) 26-97-55,
e-mail: tia@eims.ispu.ru

Шляцкая Елена Михайловна,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
магистрант,
телефон (4932)26-97-55,
e-mail: lenashlyatskaya@mail.ru
Shlyatskaya Elena Mikhailovna,
Ivanovo State Power Engineering University,
Master Course Student,
tel. (4932) 26-97-55,
e-mail: lenashlyatskaya@mail