
МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

УДК 621.165

Алексей Евгеньевич Барочкин

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры тепловых электрических станций, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-99-13, e-mail: acorp27@yandex.ru

Антон Николаевич Беляков

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, доцент кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: ab_pm@mail.ru

Хенрик Отвиновски

Ченстоховский политехнический университет, доктор технических наук, профессор кафедры термического машиностроения, Польша, Ченстохова, телефон +48 34 3250 579, e-mail: henryk_ot@go2.pl

Tomasz Wylecial

Ченстоховский политехнический университет, доктор технических наук, профессор кафедры управления производством, Польша, Ченстохова, телефон +48 32 3250 583.

Евгений Витальевич Барочкин

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры тепловых электрических станций, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-99-13, e-mail: bar@ivenser.com

Идентификация модели многоступенчатой классификации смеси разнородных компонентов

Авторское резюме

Состояние вопроса. Классификация частиц по крупности традиционно рассматривается применительно к однородным материалам, которые необходимо разделить на крупный и мелкий продукты. Однако часто в классифицируемом материале присутствуют примеси, которые отличаются по своим физическим свойствам от базового компонента. При классификации таких смесей различие физических свойств может быть использовано для выделения, очистки или обогащения основного компонента. Выбор технологии для такой переработки разнородных компонентов возможен на базе простых и адекватных моделей. Их разработка является актуальной задачей, стоящей перед энергетикой и смежными отраслями промышленности.

Материалы и методы. Для моделирования процесса классификации используются уравнения материального баланса, методы параметрической и структурной идентификации, фундаментальные законы динамики дисперсных систем.

Результаты. Приведены результаты экспериментальных исследований разделения смеси разнородных компонентов в двухступенчатой классифицирующей системе. С использованием полученных экспериментальных данных выполнена структурная и параметрическая идентификация модели и показана ее адекватность.

Выводы. Представленные экспериментальные результаты и расчетная модель могут применяться для постановки и решения оптимизационных задач фракционирования дисперсных материалов в сложных классифицирующих системах. Полученные результаты могут быть использованы в энергетической, химической и других отраслях промышленности для разработки ресурсо- и энергосберегающих технологий при получении дисперсных продуктов с допустимым содержанием примесей.

Ключевые слова: многоступенчатая аэродинамическая классификация, смеси разнородных компонентов, крупность зерен, параметрическая и структурная идентификация, целевая функция, математическая модель

Aleksei Yevgenyevich Barochkin

Ivanovo State Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor of the Heat Power Plants Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-99-13, e-mail: acorp27@yandex.ru

Anton Nikolaevich Belyakov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor of the Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: ab_pm@mail.ru

Henryk Otwinowski

Czestochowa University of Technology, Doctor of Engineering Sciences, professor of Department of Thermal Machinery, Poland, Czestochowa, telephone +48 34 3250 579, e-mail: henryk_ot@go2.pl

Tomasz Wylecial

Czestochowa University of Technology, Doctor of Engineering Sciences, professor of Department of Production Management, Poland, Czestochowa, telephone +48 32 3250 583.

Evgeny Vitalievich Barochkin

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor of the Heat Power Plants Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-99-13, e-mail: bar@ivenser.com

Computational and experimental study of classification of a mixture of dissimilar components

Abstract

Background. The classification of particles by size is traditionally considered in relation to homogeneous materials, which must be divided into coarse and fine products. However, often there are the impurities in the material that differ in their physical properties from the base component. When classifying such mixtures, the difference in physical properties can be used to isolate, purify, or enrich the main component. The choice of the technology for such processing dissimilar components is possible based on simple and adequate models. The formulation and solution of classification problems for mixtures of dissimilar components on the basis of adequate models is the relevant issue for the power industry and related industries.

Materials and methods. Fundamental laws of dispersed systems dynamics are used to simulate the classification process; mathematical programming methods are used to identify models and improve separation technology.

Results. Experimental study of the separation of a mixture of dissimilar components in a two-stage classifying system has been carried out. Using the obtained experimental data, the model was identified, and its adequacy was shown.

Conclusions. The presented experimental results and computational model can be used to formulate and solve optimization problems of fractionation of dispersed materials and to increase the efficiency of the process in classifying systems. The results obtained can be used in the energy, chemical and other industries to improve the efficiency of resource and energy-saving technologies for obtaining dispersed products with acceptable content of impurities.

Key words: classification, dissimilar components, mixtures, grain size, identification, objective function, identification parameters, mathematical model

DOI: 10.17588/2072-2672.2020.5.056-063

Введение. В технологии приготовления твердого топлива в энергетике процесс классификации частиц традиционно осуществляется по их крупности [1–3]. В том случае, если в исходном топливе встречаются частицы балластных компонентов, обусловленные условиями добычи, транспортировки или переработки топлива, присутствие этих компонентов может приводить к снижению эффективности работы оборудования или даже к его механическому повреждению [4–6]. Для энергетической и смежных отраслей промышленности задача выделения балластных или вредных компонентов на стадии механической переработки сырья является актуальной как с научной, так и с практической точек зрения.

Объектом исследования является процесс аэродинамической классификации порошкообразных материалов [5, 7–9]. В качестве предмета исследования рассматривается процесс многоступенчатой аэродинамической классификации смеси разнородных компонентов [8–10].

Целью исследования является разработка адекватных математических моделей классификации смеси разнородных компонентов.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- проведение экспериментальных исследований классификации смеси разнородных компонентов на лабораторной установке;
- проведение идентификации и проверки адекватности расчетной модели на основе полученных экспериментальных результатов.

Методы исследования. Для моделирования процессов классификации используются фундаментальные законы динамики дисперсных систем, для идентификации модели и совершенствования технологии разделения применяются методы математического программирования [11–13].

Экспериментальные исследования. Целью проведения экспериментальных исследований является получение опытных данных для идентификации модели разделения смеси разнородных компонентов. Экспериментальные исследования проводились в рамках международного договора о сотрудничестве с Ченстоховским политехническим университетом (Польша) на специальной лабораторной установке с двухступенчатым классифика-

тором. Фотография экспериментальной установки и эскиз двухступенчатого классификатора представлены на рис. 1.

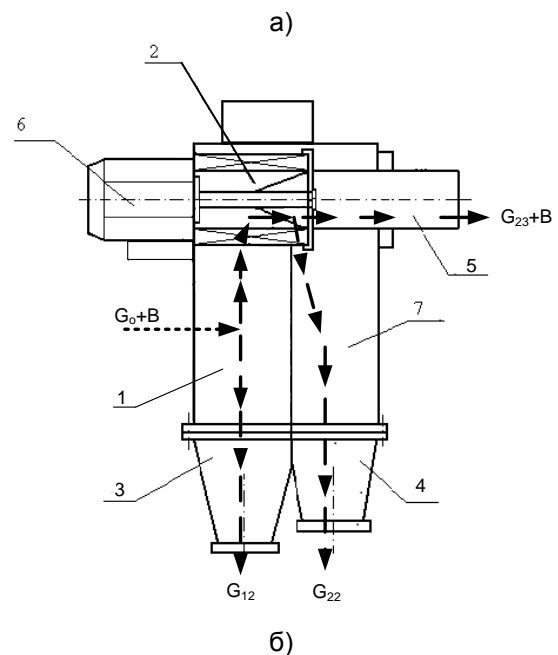


Рис. 1. Фотография экспериментальной установки (а) и эскиз двухступенчатого классификатора (б): 1 – гравитационная ступень разделения; 2 – центробежная ступень классификации; 3 – бункер возврата гравитационной ступени; 4 – бункер возврата центробежной ступени; 5 – выход мелкодисперсного материала центробежной ступени; 6 – электрический двигатель; 7 – патрубок возврата второй ступени

Исходная смесь G_0 с воздухом B подается в гравитационную ступень классификатора 1, после которой мелкий продукт разделения направляется в центробежную ступень 2, а грубый продукт G_{12} – в бункер 3. Грубый продукт второй ступени классификации G_{22} направляется в бункер 4, а мелкий продукт G_{23} выносятся воздухом из аппарата через патрубок 5. Для вращения ротора центробежной ступени установлен электрический двигатель 6. Эвакуация крупного продукта из второй ступени осуществляется через патрубок 7.

В ходе экспериментальных исследований изучалось влияние содержания целевого компонента в смеси на результаты разделения. Перед опытом исходная смесь формировалась в заданной пропорции из известняка и кварцевого песка, которые использовались в качестве модельных материалов. Содержание известняка в смеси варьировалось в диапазоне от 0 до 100 %. После проведения каждого опыта продукты взвешивались и рассеивались. Следует отметить, что исходные компоненты анализировались по крупности отдельно, а гранулометрический состав продуктов после классификации определялся для смеси компонентов.

Во всех опытах скорость вращения ротора классификатора составляла 30 об/с; продолжительность каждого опыта – 360 с; расход воздуха через классификатор – 11,9 м³/час; избыточное давление воздуха – 400 кПа; масса порции загружаемой смеси оставалась постоянной и составляла 1000 г; температура воздуха в лаборатории – 23 °С; относительная влажность – 29 %; температура атмосферного воздуха – 9 °С; атмосферное давление – 100,9 кПа. Масса компонентов смеси в серии проведенных опытов представлена в табл. 1, где индекс s относится к кварцевому песку, индекс c – к известняку.

Таблица 1. Рецептuru смеси в опытах

$N_{\text{опыта}}$	1	2	3	4	5	6
$G_{OS}, \text{ г}$	1000	800	600	400	200	0
$G_{OC}, \text{ г}$	0	200	400	600	800	1000

Исходные гранулометрические составы для отдельных компонентов и гранулометрические составы смеси после проведения экспериментов для разных исходных составов смеси показаны на рис. 2, где гранулометрические составы исходных

компонентов представлены пунктирными линиями, при этом верхняя пунктирная линия относится к известняку, а нижняя – к кварцевому песку; гранулометрический состав грубого продукта разделения, который определяется смесью возврата первой и второй ступеней, представлен штриховой линией; гранулометрический состав мелкопродукта разделения показан сплошной линией.

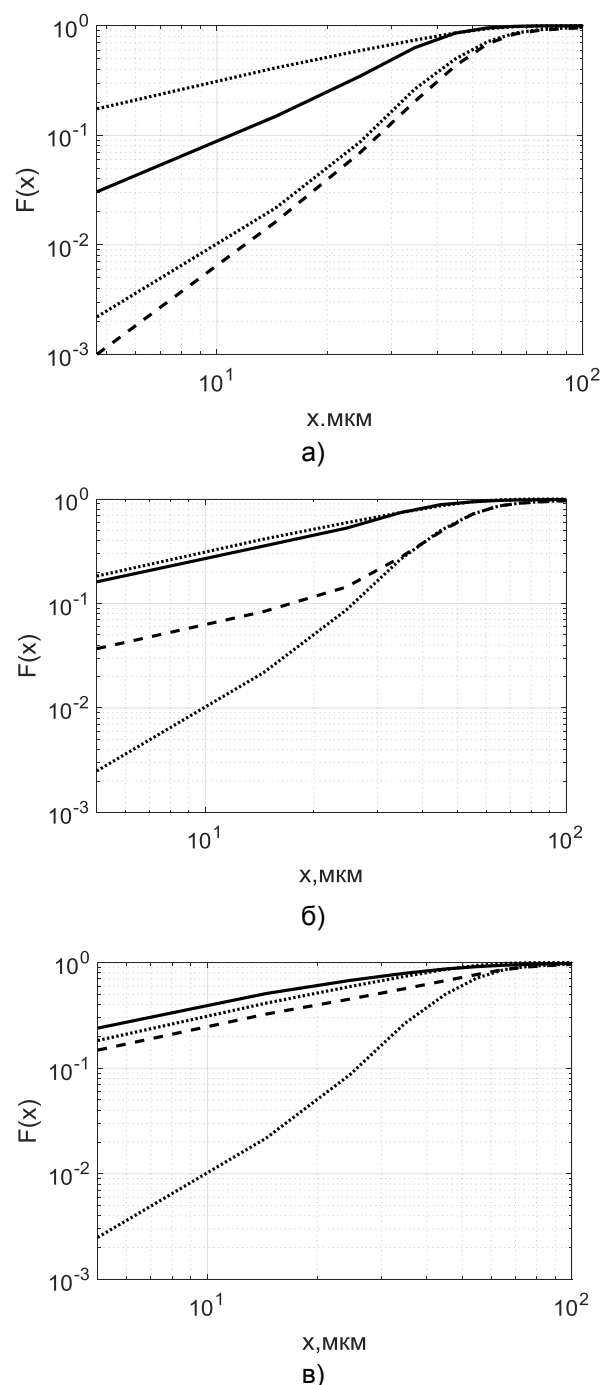


Рис. 2. Гранулометрические составы исходных компонентов (пунктирные линии), грубого (штриховая) и мелкого (сплошная) продуктов разделения при разных составах исходной смеси: а – 0; б – 40; в – 100 % известняка

Анализ полученных результатов показывает, что состав исходной смеси существенно влияет на результаты классификации. Расчет и совершенствование процесса классификации смеси с учетом возможных требований к готовым продуктам как в отдельном аппарате, так и в каскаде классификаторов является актуальной технологической задачей. Для проведения проектных расчетов и в целях совершенствования процесса целесообразно использовать простые и адекватные модели. Для идентификации моделей и проверки их адекватности проведены специальные расчетные исследования.

При выборе математической модели анализируются два подхода: использование общей кривой разделения классификации [8] для обоих компонентов (модель 1) и применение индивидуальных кривых разделения для каждого компонента смеси [14] (модель 2).

На первом этапе моделирования для описания процесса применяется общая кривая разделения для смеси в каждой ступени и модель многоступенчатой классификации для системы [9, 15]. Расчетная схема модели приведена на рис. 3,а. Основные расчетные зависимости представлены ниже.

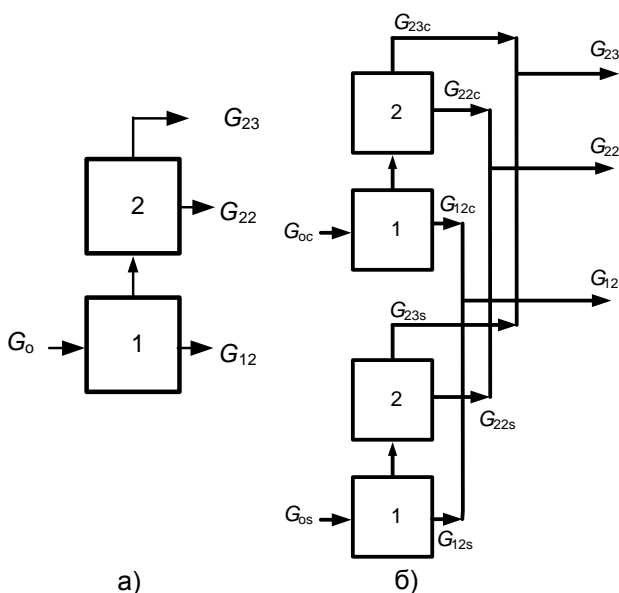


Рис. 3. Расчетные схемы модели 1 (а) и модели 2 (б) двухступенчатой системы классификации, представленной на рис. 1: V_0 – подача сырья; V_{ij} – выходы готовых продуктов; индекс i – номер ступени; j – номер продукта; c – известняк; s – кварцевый песок

Матричная модель многоступенчатой классификации, разработанная в рамках

матричной формализации [9] для расчетной схемы рис. 3,а, имеет вид

$$\mathbf{K} \mathbf{F} = -\mathbf{F}_0, \quad (1)$$

$$\text{где } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_1 & -\mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

\mathbf{I} – единичная матрица размера $m \times m$, матрица \mathbf{C}_1 соответствует матрице классификации для 1-й ступени, m – число анализируемых фракций крупности; матрица \mathbf{K} является блочной матрицей размера 2×2 блока; \mathbf{F} – блочная матрица-столбец размера 2×1 блоков-столбцов, описывающая фракционные составы продуктов на входе в элементы схемы; \mathbf{F}_0 – блочная матрица такого же размера, описывающая фракционные составы внешних продуктов, подаваемых в систему.

Диагональная матрица классификации \mathbf{C} размера $m \times m$, на главной диагонали которой находятся вероятности попадания соответствующих фракций в тонкий продукт разделения ступени, вычисляется через кривую разделения $\varphi(x)$ [8] согласно выражению

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & \dots & 0 \\ \dots & \varphi_j(x) & \dots \\ 0 & \dots & \varphi_m(x) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В качестве основной характеристики разделения в ступени предлагается использовать общую для компонентов смеси кривую разделения в виде зависимости [10]

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + (x/x_0)^{k_s}}, \quad (4)$$

где x_0 – граничное значение размера зерен, при котором вероятность фракции перейти в тонкий продукт равна 0,5; k_s – параметр эффективности или острота разделения, которая характеризует качество процесса.

Идентификация расчетной модели (1)–(4) проводилась методом наименьших квадратов посредством минимизации суммы квадратов рассогласований отклонений расчетных и экспериментальных данных [11–13]. В ходе идентификации определялись значения четырех параметров: эффективность разделения и граничный размер для каждой ступени классификации. Задача идентификации решается численно методом Монте-Карло (ММК) согласно алгоритму, который подробно представлен в [16]. Для численного решения задачи идентификации с использованием ММК по предложенному алгоритму разработана

компьютерная программа для его реализации в среде MATLAB.

На стадии предварительных исследований [16] проверялась сходимость найденного численного решения к оптимальному. В [16] показана зависимость минимального значения целевой функции от числа генераций вариантов, которое варьировалось в ходе численных экспериментов от 10^2 до $2 \cdot 10^6$. Согласно данной зависимости, значение целевой функции стабилизируется при числе генераций порядка 10^6 .

Результаты решения задачи идентификации показали, что модель 1 неудовлетворительно описывает экспериментальные данные: в ряде случаев результаты расчета существенно отличаются от эксперимента. Очевидно, это связано с игнорированием при построении модели специфики совместной классификации разнородных компонентов.

Для повышения достоверности результатов моделирования дальнейшее развитие модели выполнено в направлении специфики описания классификации с выбором своих параметров идентификации для каждого компонента. Согласно расчетной схеме, в рамках этой модели, представленной на рис. 3,б, каждый компонент классифицируется независимо от другого компонента, после чего соответствующие потоки компонентов смешиваются.

В этом случае матричная модель многоступенчатой классификации (1) записывается отдельно для каждого компонента:

$$K_c F_c = -F_{0c}; \quad (5)$$

$$K_s F_s = -F_{0s}, \quad (6)$$

где индекс c относится к известняку; s – к кварцевому песку.

В ходе идентификации модели (5)–(6) определяются значения уже восьми параметров: эффективность разделения и граничный размер для каждого компонента в каждой ступени классификации. Задача идентификации решается также численно с помощью ММК согласно описанному выше алгоритму.

Значения параметров, найденные в ходе численного решения задачи идентификации, приведены в табл. 2.

Сопоставление расчетных и экспериментальных зависимостей массы продуктов разделения для двухступенчатой системы классификации от содержания

известняка в исходной смеси представлено на рис. 4.

Таблица 2. Параметры идентификации модели

Параметры	Ступень 1		Ступень 2	
	песок	извест- няк	песок	извест- няк
x_0 , мкм	98,67	26,80	37,57	8,20
k_s	10,51	7,06	6,50	1,01

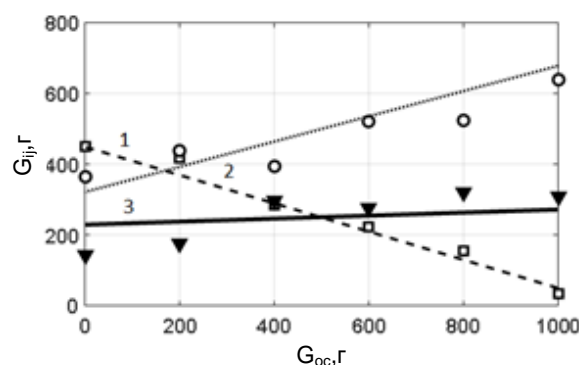


Рис. 4. Сопоставление экспериментальных (точки) и расчетных (линии) зависимостей массы возврата первой ступени (1), возврата второй ступени (2), мелкого продукта установки (3) от содержания известняка в исходной смеси

Анализ полученных результатов показывает, что среднее рассогласование экспериментальных и расчетных значений составляет 4,6 относительных процентов, что следует признать удовлетворительным результатом, так как полученное значение находится в диапазоне погрешности экспериментального определения результатов расстановок и массопотоков в установке. Таким образом, модель (5)–(6) достоверно описывает экспериментальные результаты.

В качестве ограничений предложенного подхода следует отметить необходимость решения задачи идентификации для восьми параметров, связь между которыми в модели не учитывается. Определение связи между параметрами компонентов при классификации возможно в рамках дискретных моделей уравнения Больцмана [17], где взаимодействие компонентов учитывается через их столкновения в потоке. Однако использование данного подхода существенно усложняет расчет и делает его малоприменимым при решении инженерных задач.

Выводы. Полученные в рамках проведенных исследований экспериментальные результаты классификации смеси разнородных компонентов на лабораторной

установке, на основе которых проведена идентификация и проверки адекватности двух моделей, показали, что модель с определением параметров идентификации для каждого компонента при достаточной простоте вычислений позволяет достоверно описывать фракционирование и формирование массопотоков в многоступенчатой системе классификации для смеси разнородных компонентов.

Представленные экспериментальные результаты и расчетная модель могут применяться для постановки и решения оптимизационных задач фракционирования дисперсных материалов и повышения эффективности протекания процесса в классифицирующих системах. Полученные результаты могут быть также использованы в энергетической, химической и других отраслях промышленности для повышения эффективности ресурсо- и энергосберегающих технологий при получении продуктов с допустимым содержанием примесей.

Список литературы

1. **Ромадин В.П.** Пылеприготовление. – М.: Госэнергоиздат, 1953. – 519 с.
2. **Лебедев А.Н.** Подготовка и размол топлива на электростанциях. – М.: Энергия, 1969. – 520 с.
3. **Летин Л.А., Роддатис К.Ф.** Среднеходные и тихоходные мельницы. – М.: Энергоиздат, 1981. – 360 с.
4. **Ревнивцев В.И.** Селективное разрушение минералов. – М.: Недра, 1988. – 286 с.
5. **Жуков В.П., Каталымов А.В., Мизонов В.Е.** Расчетно-экспериментальное исследование разделения разнопрочных материалов в совмещенном распределенном процессе дробления классификации // Теоретические основы химической технологии. – 1997. – Т. 31, № 3. – С. 333–335.
6. **Справочник** по обогащению руд. Подготовительные процессы / под ред. О.С. Богданова, В.А. Олевского. – М.: Недра, 1982. – 366 с.
7. **Касаткин А.Г.** Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 2006. – 829 с.
8. **Мизонов В.Е., Ушаков С.Г.** Аэродинамическая классификация порошков. – Иваново, 2014. – 160 с.
9. **Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New Approaches. – Ivanovo, 1997. – 108 p.
10. **Шувалов С.И., Новосельцева С.С., Жуков В.П.** Обоснование выбора зависимости, используемой для аппроксимации кривой разде-

ления Тромпа // Вестник ИГЭУ. – 2018. – Вып. 6. – С. 15–23.

11. **Вентцель Е.С.** Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Дрофа, 2004. – 207 с.

12. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Высш. шк., 1973. – 500 с.

13. **Моисеев Н.Н.** Математические задачи системного анализа. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 488 с.

14. **Осипов Д.А., Жуков В.П., Мизонов В.Е.** Совместная переработка смеси разнородных компонентов в замкнутом цикле измельчения // Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. – 2019. – Т. 57, № 1. – С. 108–115.

15. **Математическое** моделирование и структурная оптимизация сложных технологических систем измельчения / В.Е. Мизонов, З. Бернотат, В.П. Жуков, С.С. Новосельцева // Теор. основы хим. технологии. – 1998. – Т. 32, № 3. – С. 288–293.

16. **Оптимизация** структуры и режима работы сложных тепломассообменных систем с многокомпонентными теплоносителями / А.Е. Барочкин, В.П. Жуков, М.С. Шумилова и др. // Вестник ИГЭУ. – 2020. – № 4. – С. 55–63.

17. **Zhukov V.P., Belyakov A.N.** Simulation of combined heterogeneous processes based on discrete models of the Boltzmann equation // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. – 2017. – Vol. 51, No. 1. – P. 88–93.

References

1. Romadin, V.P. *Pyleprigotovlenie* [Dust preparation]. Moscow: Gosenergoizdat, 1953. 519 p.
2. Lebedev, A.N. *Podgotovka i razmol topliva na elektrostantsiyakh* [Fuel preparation and grinding in power plants]. Moscow: Energiya, 1969. 520 p.
3. Letin, L.A., Roddatis, K.F. *Srednekhodnye i tikhokhodnye mel'nitsy* [Medium and low speed mills]. Moscow: Energoizdat, 1981. 360 p.
4. Revnivitsev, V.I. *Selektivnoe razrushenie mineralov* [Selective destruction of minerals]. Moscow: Nedra, 1988. 286 p.
5. Zhukov, V.P., Katalymov, A.V., Mizonov, V.E. Raschetno-eksperimental'noe issledovanie razdeleniya raznoprochnykh materialov v sovmeshchennom raspredelennom protsesse drobleniya klassifikatsii [Calculation and field research of separation of heterogenous material in combined distributed process of classification]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 1997, vol. 31, no. 3, pp. 333–335.
6. *Spravochnik po obogashcheniyu rud. Podgotovitel'nye protsessy* [Handbook of ore beneficiation. Preparatory processes]. Moscow: Nedra, 1982. 366 p.

7. Kasatkin, A.G. *Osnovnye protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Basic processes and apparatuses of chemical technology]. Moscow: Khimiya, 2006. 829 p.

8. Mizonov, V.E., Ushakov, S.G. *Aerodinamicheskaya klassifikatsiya poroshkov* [Aerodynamic classification of powders]. Ivanovo, 2014. 160 p.

9. Mizonov, V.E., Zhukov, V.P., Bernotat, S. *Simulation of Grinding: New Approaches*. Ivanovo, 1997. 108 p.

10. Shuvalov, S.I., Novosel'tseva, S.S., Zhukov, V.P. *Obosnovanie vybora zavisimosti, ispol'zuemoy dlya approksimatsii krivoy razdeleniya Trompa* [Justifying the choice of a dependence for the Tromp separation curve approximation]. *Vestnik IGEU*, 2018, issue 6, pp. 15–23.

11. Venttsel', E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* [Operation research: goals, principles, methodology]. Moscow: Drofa, 2004. 207 p.

12. Korn, G., Korn, T. *Spravochnik po matematike (dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov)* [Mathematics book of reference (for academic researchers and engineers)]. Moscow: Vysshaya shkola, 1973. 500 p.

13. Moiseev, N.N. *Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza* [Mathematical problems for system analysis]. Moscow: Nauka. Glav-

naya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1981. 488 p.

14. Osipov, D.A., Zhukov, V.P., Mizonov, V.E. *Sovmestnaya pererabotka smesi raznorodnykh komponentov v zamknutom tsikle izmel'cheniya* [Co-processing of heterogenous component mixture in fining closed cycle]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii. Regional'noe prilozhenie*, 2019, vol. 57, no. 1, pp. 108–115.

15. Mizonov, V.E., Bernotat, Z., Zhukov, V.P., Novosel'tseva, S.S. *Matematicheskoe modelirovanie i strukturnaya optimizatsiya slozhnykh tekhnologicheskikh sistem izmel'cheniya* [Mathematic simulation and structural optimization of complex technological fining systems]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 1998, vol. 32, no. 3, pp. 288–293.

16. Barochkin, A.E., Zhukov, V.P., Shumilova, M.S., Barochkin, E.V., Belyakov, A.N. *Optimizatsiya struktury i rezhima raboty slozhnykh teplomassoobmennykh sistem s mnogokomponentnymi teplonositelyami* [Optimization of the structure and mode of operation of complex heat and mass transfer multicomponent systems]. *Vestnik IGEU*, 2020, issue 4, pp. 55–63.

17. Zhukov, V.P., Belyakov, A.N. *Simulation of combined heterogeneous processes based on discrete models of the Boltzmann equation. Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2017, vol. 51, no. 1, pp. 88–93.