

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ

УДК 621.165

Владимир Павлович Жуков

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Дмитрий Сергеевич Бараковских

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», кандидат технических наук, доцент кафедры оборудования и автоматизации силикатных производств, Россия, Екатеринбург, e-mail: d.s.barakovskikh@urfu.ru

Антон Николаевич Беляков

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: ab_pt@mail.ru

Илья Дмитриевич Аксаковский

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: aksil1703@gmail.com

Илья Юрьевич Тютюкин

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: iluxa377@mail.ru

Расчетно-экспериментальное исследование и идентификация матричной модели струйного измельчения сыпучих материалов

Авторское резюме

Состояние вопроса. Измельчение порошков в струйных мельницах позволяет получать материалы, не загрязненные продуктами износа мелющих тел, для приготовления чистых продуктов в химической и фармацевтической отраслях промышленности. Следует отметить, что для различных технологий требования к гранулометрическому составу порошков существенным образом разнятся, и для обеспечения этих требований часто требуются свои подходы. Экспериментальное определение оптимальных условий получения новых порошков часто связано с существенными затратами, что не всегда оправданно с экономической точки зрения. Математическое моделирование позволяет в большинстве случаев получить эффективные решения в более короткие сроки и с меньшими затратами. Таким образом, разработка адекватных моделей, методов расчета и оптимизация технологии струйного измельчения является актуальной научной и практической задачей.

Материалы и методы. Для моделирования измельчения применена матричная методология описания технологических процессов. Для идентификации модели использованы результаты специально проведенных экспериментальных исследований.

Результаты. В ходе экспериментальных исследований определены гранулометрические составы порошков после однократного и многократного измельчения в струйной мельнице. С использованием полученных результатов проведены идентификация и верификация матричной модели измельчения. В рамках полученной модели разработан метод технологического расчета струйной мельницы, работающей в открытом цикле измельчения.

Выводы. Представленный подход позволяет предложить пути к разработке и реализации новых технологий струйного измельчения для получения особо чистых продуктов в открытых и закрытых циклах измельчения.

Ключевые слова: струйная мельница, гранулометрический состав порошков, матричная модель измельчения

Vladimir Pavlovich Zhukov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Postdoctoral degree), Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Dmitry Sergeevich Barakovskikh

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Equipment and Automation of Silicate Production Department, Russia, Ekaterinburg, e-mail: d.s.barakovskikh@urfu.ru

Anton Nikolaevich Belyakov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, (Postdoctoral degree), Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: ab_pm@mail.ru

Ilya Dmitrievich Aksakovsky

Ivanovo State Power Engineering University, Postgraduate Student of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: aksil1703@gmail.com

Ilya Yurievich Tyutyukin

Ivanovo State Power Engineering University, Postgraduate Student of Applied Mathematics Department Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: iluxa377@mail.ru

Computational and experimental study and identification of matrix model of jet grinding of bulk materials

Abstract

Background. Grinding powders in jet mills makes it possible to obtain materials uncontaminated by wear products of grinding media to prepare pure products in chemical and pharmaceutical industries. It should be noted that for different technologies, the requirements for the granulometric composition of powders vary significantly, and to meet these requirements, specific approaches are often required. Experimental determination of optimal conditions to obtain new powders is often associated with significant costs, which is not always justified from an economic point of view. Mathematical modeling allows us to obtain effective solutions in a shorter time and at lower costs in most cases. Thus, the development of adequate models, methods of calculation and optimization of jet grinding technology is an urgent scientific and practical task.

Materials and methods. To simulate grinding, a matrix methodology is used to describe technological processes. To identify the model, the results of specially conducted experimental studies are used.

Results. During experimental studies, the granulometric compositions of powders after single and multiple grinding in a jet mill have been determined. The results obtained have been used to identify and verify the matrix grinding model. Within the framework of the resulting model, a method for technological calculation of a jet mill operating in an open grinding cycle has been developed.

Conclusions. The presented approach allows us to propose the ways to develop and implement new jet grinding technologies to obtain highly pure products in open and closed grinding cycles.

Key words: jet mill, granulometric composition of powders, matrix grinding model

DOI: 10.17588/2072-2672.2024.5.075-081

Введение. Для измельчения и получения особо чистых порошков, которые не содержат продуктов намола мелющих тел,

традиционно используются струйные мельницы [1–7], измельчение зерен в которых происходит за счет их ударов друг о друга

во встречных потоках или о стенку. Исходная крупность частиц часто различается для разных продуктов, при этом требования к гранулометрическому составу готовых порошков тоже существенно разнятся. Обеспечение заданных требований к готовым порошкам часто реализуется по аналогии с существующими технологиями, либо на основании дополнительных экспериментальных исследований, либо путем расчетов с использованием математических моделей. Применение адекватных математических моделей является, на наш взгляд, наиболее перспективным подходом с точки зрения ресурсосбережения, что обуславливает актуальность математического моделирования технологического процесса струйного измельчения особенно при получении новых продуктов.

Материалы и методы. Объектом исследования является технология струйного измельчения материала, предметом исследования – разработка матричной модели и метода расчета струйной мельницы.

Целью исследования является разработка модели и метода расчета струйной мельницы, идентификация и проверка адекватности модели с использованием результатов проведенных экспериментальных исследований.

Для достижения цели исследования последовательно решаются следующие задачи:

- проведение экспериментальных исследований однократного струйного измельчения узких фракций материала и построение на их основе матрицы измельчения;
- проведение экспериментальных исследований многократного струйного измельчения полифракционного материала;
- разработка матричной модели струйной мельницы, работающей в открытом цикле измельчения;
- проведение идентификации и проверки адекватности разработанной модели;
- построение метода расчета струйной мельницы на базе разработанной модели.

Экспериментальные исследования струйного измельчения проводились на лабораторной установке (рис. 1,а). Схема потоков измельчаемого материала и воздуха в эжекторной лабораторной мельнице показана на рис. 1,б. В качестве измельчаемого материала использовался кварцевый песок.

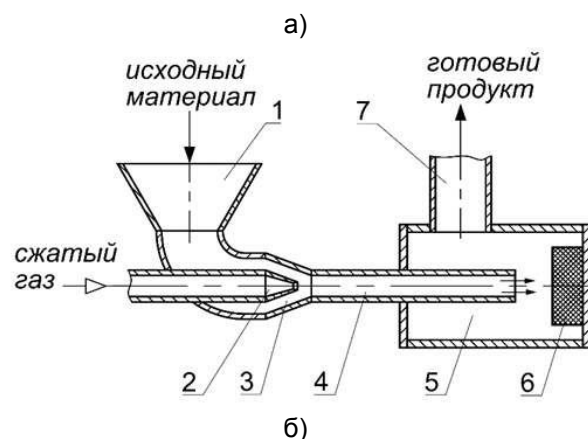


Рис. 1. Вид экспериментальной установки (а) и схема потоков материала и воздуха в эжекторной струйной мельнице (б): 1 – приемный бункер; 2 – коническое сопло; 3 – камера эжектора; 4 – разгонная трубка; 5 – камера помола; 6 – преграда; 7 – выходной патрубок

Лабораторная струйная мельница имеет следующие конструктивные параметры: диаметр конического сопла 5,5 мм; диаметр разгонной трубки 10,7 мм; длина разгонной трубки 250,0 мм; расстояние от выходного сечения разгонной трубки до преграды 20 мм. В результате тестовых испытаний были выбраны следующие режимные параметры: давление газа в ресивере (перед соплом) 0,4 Мпа; температура воздуха 18 °С; производительность мельницы по исходному питанию 110–140 кг/ч; расход сжатого воздуха 1,18 м³/мин (при н.у.); удельный расход воздуха 0,64–0,51 м³/кг. Лабораторная струйная мельница исследовалась в открытом цикле измельчения. Измельченный материал улавливался в двух последовательно установленных циклонах. При многократном нагружении измельченный материал выгружался из бункера первого циклона и подавался в мельницу повторно. Мелкий материал накапливался в бункере второго циклона. Так как среднегеометрический размер частиц этого материала составлял

$d_{50} = 3,027$ мкм, а граница, ниже которой находится 95 % частиц, $D_{95} = 11,874$ мкм, материал бункера второго циклона повторно не измельчался. Из первого циклона после каждого нагружения отбирались пробы для гранулометрического анализа.

При проведении опытов порция исходного материала сначала взвешивалась, устанавливалось необходимое давление сжатого воздуха в ресивере и рассчитывался расход сжатого воздуха через сопло. Затем питателем, работающим на истечение, исходный материал подавался в приемный бункер струйной мельницы. Определялось время истечения и рассчитывалась производительность. После окончания опыта взвешивался уловленный в бункерах первого и второго циклонов измельченный продукт, потом отбирались пробы для гранулометрического анализа. Измельченный материал из первого циклона после отбора проб отправлялся на повторное измельчение в струйную мельницу, а тонкодисперсный продукт в бункере второго циклона повторно не измельчался.

В первой серии опытов при однократном нагружении измельчались фракции со следующими размерами зерен: 800–1000 ($i = 10$); 630–800 ($i = 9$); 500–630 ($i = 8$); 400–500 ($i = 7$); 315–400 ($i = 6$); 200–315 ($i = 5$); 160–200 ($i = 4$); 100–160 ($i = 3$); 63–100 ($i = 2$); 0–63 ($i = 1$) мкм (где i – номер фракции). После однократного нагружения каждой фракции производился гранулометрический анализ измельченного порошка на наборе сит с размером ячеек: 800, 630, 500, 400, 315, 200, 160, 100, 63, 0 мкм.

Найденные гранулометрические составы продуктов однократного разрушения узких фракций порошка в струйной мельнице в виде массовых долей фракций разрушенных частиц приведены на рис. 2. Следует отметить, что представленная столбчатая диаграмма характеризует вид экспериментальной матрицы разрушения узких фракций.

На втором этапе экспериментальных исследований полифракционный материал (кварцевый песок ВС 070 Кучурского месторождения) подвергался многократному измельчению. При этом гранулометрический состав продуктов измельчения определялся после каждого нагружения. На рис. 3 приведены экспериментальные результаты многократного измельчения полифракционного

материала в струйной мельнице. Исходный продукт перед измельчением соответствует нулевому числу нагружений ($j = 0$).

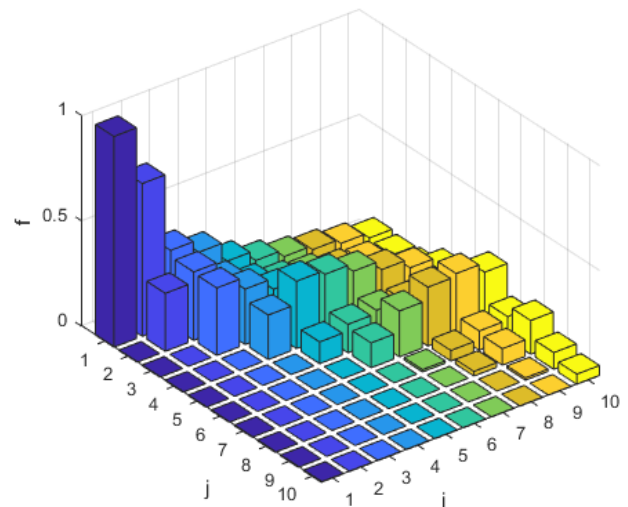


Рис. 2. Массовые доли фракций разрушенных частиц: f – массовая доля фракции; i – номер исходной фракции; j – номер фракции продуктов разрушения

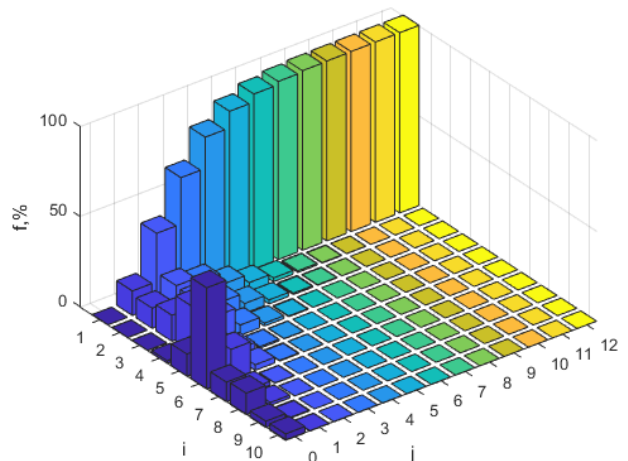


Рис. 3. Распределение продуктов разрушения многократного измельчения полифракционного материала: f – доля фракции, %; i – номер фракции; j – число актов нагружения ($j = 0$ – исходный продукт перед измельчением)

Для построения модели измельчения в струйной мельнице рассматриваются два взаимосвязанных процесса: движение частиц в газовом потоке и собственно разрушение за счет удара о стенку.

На первом этапе рассматривается движение частиц в газовом потоке и их взаимодействие с неподвижной преградой. В пространстве за срезом разгонной трубы струя газа тормозится и ее скорость уменьшается до нуля на поверхности отбойной плиты. В

первом приближении это изменение может быть принято линейным [7]:

$$w(x) = -\frac{w_0 x}{L}, \quad (1)$$

где w_0 – скорость струи газа на выходе из разгонной трубы; L – расстояние от среза разгонной трубы до отбойной плиты; x – координата в аксиальном направлении движения струи газа: $x = -L$ – координата среза разгонной трубы, $x = 0$ – координата размещения отбойной плиты.

Скорость транспортируемых струей частиц при этом также уменьшается, причем степень торможения существенно зависит от их крупности.

Для оценки влияния этого эффекта была решена одномерная математическая задача торможения частиц в струе с равномерно убывающей до нуля в точке удара скоростью. При предположении о линейности аэродинамического сопротивления частиц модель сводится к линейному дифференциальному уравнению второго порядка, коэффициенты которого зависят от крупности частиц и длины торможения струи:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = 0, \quad (2)$$

где $n = -\beta / (2m)$; $k^2 = \beta w_0 / (Lm)$; m – масса частицы; β – коэффициент аэродинамического сопротивления.

При выполнении соотношения значений коэффициентов уравнения (2) $k > n$ корни характеристического уравнения получаются комплексными, само решение дифференциального уравнения с начальными условиями $v(0) = v_0$, $x(0) = -L$ представляет собой колебательный затухающий процесс, а частицы долетают до отбойной плиты и ударяются об нее:

$$x = e^{nt} (C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)); \quad (3)$$

$$v = \omega e^{nt} (-C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t)) + ne^{nt} (C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)), \quad (4)$$

где $\omega = \sqrt{k^2 - n^2}$;

$$C_1 = -L; \quad C_2 = \frac{w_0}{\omega} + \frac{\beta L}{2m\omega}. \quad (5)$$

Из уравнений (3), (4) можно определить скорость частицы i -го класса крупности v_i при ее ударе об отбойную плиту ($x = 0$) и удельную кинетическую энергию удара частицы

$E_i = v_i^2 / 2$. На рис. 4 приведена зависимость относительной энергии удара от размера частиц, где скорость при $x = 0$ соответствует скорости удара частицы об отбойную плиту.

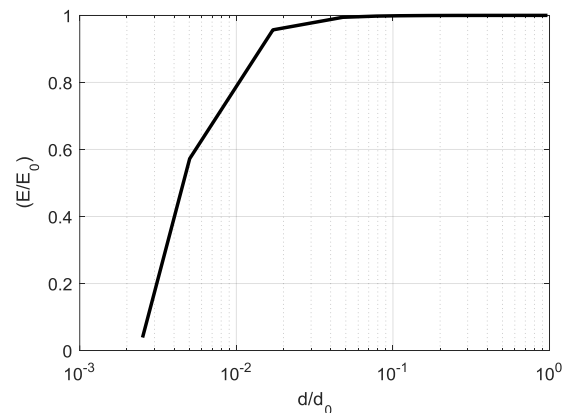


Рис. 4. Зависимость относительной кинетической энергии удара частицы об отбойную плиту от ее размера

Решение задачи по определению скорости удара частиц об отбойную плиту позволило найти распределение энергии по фракциям измельчаемого материала и использовать этот результат в математической модели измельчения.

Измельчение с заданным подводом энергии к каждой фракции может быть описано матричной моделью [1, 8, 9]

$$\mathbf{F}'' = \mathbf{P} \mathbf{F}', \quad (6)$$

где \mathbf{F}' , \mathbf{F}'' – векторы гранулометрического состава порошка до и после измельчения соответственно; $\mathbf{P} = \{p_{ij}\}$ – матрица измельчения, элементы которой могут быть выражены через селективную и распределительную функции [1, 8] в следующем виде:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & i < j, \\ 1 - S_j, & i = j, \\ S_j b_{ij}, & i > j. \end{cases} \quad (7)$$

Селективная функция измельчения может быть представлена обобщенной формулой [1, 8] вида

$$S = \alpha \delta^k, \quad (8)$$

где α – коэффициент пропорциональности; значение показателя степени $k = 1$ соответствует закону Риттингера, $k = 0,5$ – закону Бонда, $k = 0$ – закону Кика.

Экспериментальные исследования измельчения показали, что распределительная функция может быть принята согласно линейному распределению [7, 8] или распределению, представленному на рис. 2.

Из баланса энергии, подведенной к j -й фракции, следует

$$E_j = \sum_i e_{ij} p_{ij}, \quad (9)$$

где e_{ij} – энергия перехода частиц из j -й фракции в i -ю; p_{ij} – элемент матрицы разрушения, который показывает массовую долю перехода частиц из j -й фракции в i -ю; E_j – энергия, подведенная к j -й фракции.

Удельная энергия переходов в рамках известных энергетических законов [1, 8] может быть выражена следующим образом:

$$e_{ij} = \begin{cases} C_P \left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_j} \right) - \text{закон Риттингера,} \\ C_B \left(\frac{1}{\sqrt{d_i}} - \frac{1}{\sqrt{d_j}} \right) - \text{закон Бонда,} \\ C_K \ln \frac{d_j}{d_i} - \text{закон Кика,} \end{cases} \quad (10)$$

где d – средний размер зерен фракции; C – коэффициент пропорциональности.

Подстановка (7), (8), (10) в (9) дает следующее выражение для общего подвода энергии к фракции:

$$E_j = \alpha_j C_R \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_j} \right) d_j^{k-1}. \quad (11)$$

Решая уравнение (11) относительно параметра селективной функции α , получим итоговую зависимость, которая позволяет определять параметр селективной функции при известном подводе энергии:

$$\alpha_j = \alpha_j^o \frac{E_j}{E_j^o}, \quad (12)$$

где верхний индекс «о» относится к значению параметра в базовом режиме.

Параметр α_j следует определять отдельно для каждой фракции по энергии, идущей на измельчение данной фракции. Это позволяет согласно (7)–(12) восстановить матрицу разрушения и согласно (6) определить гранулометрический состав измельченного материала.

Таким образом, модель движения частиц в струйной мельнице (3)–(4) позволяет определить удельную энергию измельчения для каждой фракции, а селективная модель измельчения (6)–(9), (12) – рассчитать гранулометрический состав измельченного материала.

Результаты исследования. Результаты расчета струйного измельчения согласно разработанной модели для условий проведения экспериментальных исследований, приведенных на рис. 3, представлены на рис. 5. Результаты расчетов после одного, двух, трех, четырех и пяти актов нагружения показаны линиями, цифры рядом с линиями показывают число нагружений, а маркеры соответствуют значениям экспериментальных результатов. Сопоставление расчетных и экспериментальных результатов показывает адекватное описание моделью реального процесса измельчения в струйной мельнице, работающей в открытом цикле измельчения при разных гранулометрических составах исходного материала.

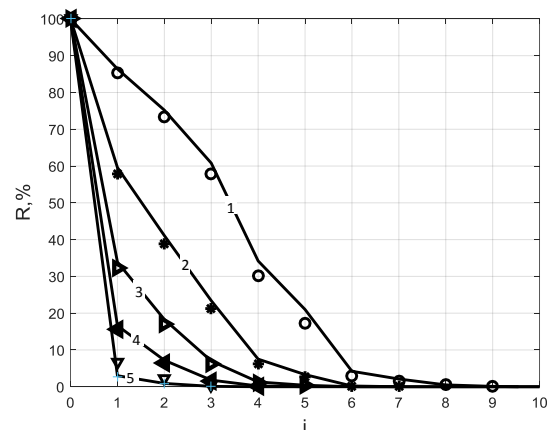


Рис. 5. Сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (маркеры) гранулометрических составов продуктов многократного измельчения полифракционного материала: i – номер фракции; $R, \%$ – остаток на контрольном сите; 1 – после одного; 2 – двух; 3 – трех; 4 – четырех; 5 – пяти нагружений

Разработанная модель описывает процесс для мельницы, работающей в открытом цикле измельчения. Дальнейшее развитие исследований технологии струйного измельчения предполагает включение мельницы в замкнутый цикл измельчения [1, 9] с учетом работы классификатора частиц по крупности.

Выводы. В результате проведенных экспериментальных исследований однократного и многократного струйного измельчения узких и широких фракций разработано эмпирическое обеспечение матричной модели измельчения в струйной мельнице. Разработанные модель и метод расчета струйной мельницы, работающей в открытом цикле измельчения, позволяют с учетом модели классификатора частиц по крупности моделировать замкнутые циклы измельчения.

Список литературы

1. **Mizonov V., Zhukov V., Bernotat S.** Simulation of Grinding: New approaches. – Ivanovo, 1997. – 108 p.
2. **Сиденко П.М.** Измельчение в химической промышленности. – М.: Химия, 1977. – 368 с.
3. **A simulation** model for an air-swept ball mill grinding coal / L.G. Austin, P.T. Luckie, K. Shoji, et al. // Powder Technology. – 1984. – Vol. 38, Issue 3. – P. 255–266.
4. **Андреев С.Е., Петров В.А., Зверевич В.А.** Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. – М.: Недра, 1980. – 416 с.
5. **Ревнивцев В.И.** Селективное разрушение минералов. – М.: Недра, 1988. – 286 с.
6. **Андреев С.Е., Товаров В.В., Петров В.А.** Закономерности измельчения и исчисления характеристик гранулометрического состава. – М.: Metallurgizdat, 1959. – 437 с.
7. **Расчетно-экспериментальное** исследование процесса измельчения материала в струйной мельнице / В.Е. Мизонов, В.П. Жуков, Н. Otwinowski и др. // Изв. вузов. Химия и химическая технология. – 2002. – Т. 45, № 4. – С. 157–159.
8. **Мизонов В.Е.** О структуре селективной функции при различных законах измельчения // Цветные металлы. – 1983. – № 11. – С. 73–74.
9. **Линч А.** Циклы дробления и измельчения. – М.: Недра, 1980. – 343 с.

References

1. Mizonov, V., Zhukov, V., Bernotat, S. *Simulation of Grinding: New approaches*. Ivanovo, 1997. 108 p.
2. Sidenko, P.M. *Izmel'chenie v khimicheskoy promyshlennosti* [Grinding in the chemical industry]. Moscow: Khimiya, 1977. 368 p.
3. Austin, L.G., Luckie, P.T., Shoji, K., Rogers, R.S.C., Brame, K. A simulation model for an air-swept ball mill grinding coal. *Powder Technology*, 1984, vol. 3, issue 3, pp. 255–266.
4. Andreev, S.E., Petrov, V.A., Zverevich, V.A. *Droblenie, izmel'chenie i grokhochenie poleznykh iskopaemykh* [Crushing, grinding and screening of minerals]. Moscow: Nedra, 1980. 416 p.
5. Revnitssev, V.I. *Selektivnoe razrushenie mineralov* [Selective destruction of minerals]. Moscow: Nedra, 1988. 286 p.
6. Andreev, S.E., Tovarov, V.V., Petrov, V.A. *Zakonomernosti izmel'cheniya i ischisleniya kharakteristik granulometricheskogo sostava* [Regularities of grinding and calculation of characteristics of granulometric composition]. Moscow: Metallurgizdat, 1959. 437 p.
7. Mizonov, V.E., Zhukov, V.P., Otwinowski, N., Mezheumov, G.G., Barochkin, E.V. *Raschetno-eksperimental'noe issledovanie protsessa izmel'cheniya materiala v struynoy mel'nitse* [Calculation and experimental study of the process of grinding material in a jet mill]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2002, vol. 45, no. 4, pp. 157–159.
8. Mizonov, V.E. О структуре селективной функции при различных законах измельчения [On the structure of the selective function under various laws of grinding]. *Tsvetnye metally*, 1983, no. 11, pp. 73–74.
9. Linch, A. *Tsikly drobleniya i izmel'cheniya* [Crushing and grinding cycles]. Moscow: Nedra, 1980. 343 p.