

УДК 621.316

Дмитрий Юрьевич Вихарев

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», ассистент кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами, Россия, Иваново, e-mail: dvikhareff@yandex.ru

Андрей Юрьевич Мурзин

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, декан электроэнергетического факультета, Россия, Иваново, e-mail: murzin-64@mail.ru

Никита Андреевич Родин

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», старший преподаватель кафедры автоматического управления электроэнергетическими системами, Россия, Иваново, e-mail: rodin.na@ispu.ru

Математическая модель кабельной линии электропередачи напряжением 110–500 кВ для имитации пробоя изоляции между жилой и экраном

Авторское резюме

Состояние вопроса. На сегодняшний день математические модели кабельных линий электропередачи напряжением 110 кВ и выше в различных программных комплексах основываются на методах симметричных составляющих и фазных координат. Такие модели не могут быть применены для представления схемы замещения кабельной линии при рассмотрении пробоя между токопроводящей жилой и экраном, который является наиболее вероятным видом повреждения кабельных линий в электрических сетях с глухо- и эффективно заземленной нейтралью. Основными причинами этого являются отсутствие возможности заземления экрана в промежуточной точке и упрощенное описание магнитного поля, создаваемого протекающим по поврежденному участку экрана током, в математической модели. В связи с этим задача математического моделирования кабельной линии напряжением 110 кВ и выше при однофазном повреждении изоляции между жилой и экраном является актуальной.

Материалы и методы. Использованы методы математического моделирования электрических цепей, матричного решения систем линейных алгебраических уравнений, расчета коэффициентов собственной и взаимной индуктивностей на основе применения векторного потенциала магнитного поля.

Результаты. Разработана математическая модель кабельной линии напряжением 110 кВ для имитации пробоя изоляции между жилой и экраном, отличающаяся от существующих возможностью заземления экрана в промежуточной точке и представлением экрана объемным проводником. Проведена верификация разработанной математической модели с применением программных комплексов PSCAD и MathCAD.

Выводы. Разработанная математическая модель может быть применена для составления схемы замещения кабельной линии напряжением 110 кВ и выше для имитации пробоя изоляции между жилой и экраном.

Ключевые слова: математическое моделирование, кабельная линия электропередачи, векторный потенциал магнитного поля

Dmitry Yurievich Vikharev

Ivanovo State Power Engineering University, Assistant of Automatic Control of Electrical Power Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: dvikhareff@yandex.ru

Andrey Yurievich Murzin

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Dean of Electrical Power Engineering Department, Russia, Ivanovo, e-mail: murzin-64@mail.ru

Nikita Andreevich Rodin

Ivanovo State Power Engineering University, Senior Lecturer of Automatic Control of Electrical Power Systems Department, Russia, Ivanovo, e-mail: rodin.na@ispu.ru

Mathematical model of 110–500 kV power cable line for simulating insulation breakdown between the conductor and the shield

Abstract

Background. Currently, mathematical models of power cable lines rated at 110 kV and higher, implemented in various software packages, are based on symmetrical component and phase coordinate methods. These models are not suitable

to represent the equivalent circuit of a cable line when considering insulation breakdown between the current-carrying conductor and the shield. It is the most probable type of fault in cable lines within electric power systems with solidly or effectively grounded neutrals. The key limitations of such models include the inability to simulate intermediate grounding of the shield and the simplified representation of the magnetic field generated by the fault current in the damaged section of the shield. Thus, the task of mathematically modeling cable lines rated at 110 kV and higher under single-phase insulation faults between the conductor and the shield is relevant.

Materials and methods. The study employs methods of electrical circuit mathematical modeling, matrix-based solutions of systems of linear algebraic equations, and the calculation of self and mutual inductance coefficients based on the magnetic vector potential.

Results. A mathematical model of a 110 kV power cable line has been developed to simulate insulation breakdown between the conductor and the shield. In contrast to existing models, the developed model allows for intermediate grounding of the shield and represents the shield as a volumetric conductor. The model has been validated using the PSCAD and MathCAD software environments.

Conclusions. The developed mathematical model can be used to design an equivalent circuit of a 110 kV or higher voltage cable line to simulate insulation breakdown between the conductor and the shield.

Key words: mathematical modeling, cable transmission line, vector potential of a magnetic field

DOI: 10.17588/2072-2672.2025.5.050-058

Состояние вопроса. В настоящее время кабельные линии (КЛ) электропередачи находят широкое применение при сооружении электрических сетей крупных городов, в схемах электроснабжения предприятий различных отраслей промышленности [1]. Известно, что на КЛ приходится около 21 % всех аварий в электрических сетях [2], обусловленных, в том числе, отказом срабатывания релейной защиты (РЗ). Это обстоятельство указывает на необходимость совершенствования принципов выполнения релейной защиты и автоматики (РЗА), предназначенных для обеспечения надежности электропередачи по КЛ. Развитие этих принципов тесно связано с математическим моделированием исследуемых объектов электроэнергетики.

Математическое описание КЛ основывается на расчетных соотношениях для воздушной линии (ВЛ) электропередачи, предложенных J. Carson'ом [3]. Как отмечает С.А. Ульянов, отличительной особенностью КЛ как моделируемого объекта является наличие экранирующего проводника, заземляемого в различных точках [4]. Известны математические модели КЛ на основе метода симметричных составляющих (МСС), представленные в [5]. Такие модели могут быть использованы для приближенной оценки параметров КЛ в том случае, когда неизвестны геометрические параметры исследуемой линии. Наиболее полное описание КЛ основывается на методе фазных координат (МФК), применение которого представлено в [6, 7]. Отличительной особенностью метода является возможность описания взаимодействия всех токопроводящих частей КЛ (жилы, экраны, броня) с учетом удельного сопротивления окружающего грунта.

Несмотря на высокую степень разработанности математических моделей КЛ, область их применения ограничена. В электрических сетях напряжением 110 кВ и выше наибольшее распространение получили трехфазные группы

одножильных кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена [1]. Структура одножильного силового кабеля детально описана в [8] и имеет вид, представленный на рис. 1.

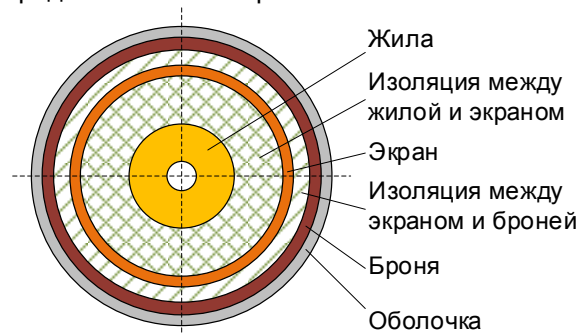


Рис. 1. Структура поперечного сечения бронированного одножильного кабеля

Как показано в [9], наиболее вероятной неисправностью КЛ напряжением 110 кВ и выше является повреждение изоляции между жилой и экраном одной фазы. При этом также возможен пробой изоляционного промежутка между экраном и броней, однако такой вид неисправности не сопровождается протеканием больших токов. По этой причине однофазное замыкание между жилой и экраном представляет наибольший интерес. Существующие математические модели дают возможность расчета электрических параметров КЛ только при однофазном повреждении жилы на землю. Этот вид повреждения отличается от пробоя жилы на экран протеканием тока короткого замыкания (КЗ) в место заземления через поврежденную часть экрана. Описанные модели имеют ряд недостатков, которые снижают точность расчета электрических параметров КЛ в установившихся и переходных режимах, среди них:

- отсутствие учета места заземления экрана КЛ;

- представление экрана сосредоточенным проводником без учета формы его поперечного сечения.

В связи с изложенным, задача математического моделирования КЛ напряжением 110 кВ и выше при однофазном повреждении изоляции между жилой и экраном является актуальной.

Материалы и методы. Для математического моделирования объектов электроэнергетики широко используется метод МСС [10]. При описании несимметричного объекта, такого как линия электропередачи с несимметричным расположением фаз, наиболее точная оценка его параметров может быть получена только в случае полного цикла транспозиции линии [5, 10]. При однофазном пробое изоляции между жилой и экраном КЛ исследуемый объект сам по себе является несимметричным, так как распределения электрического тока в экранах поврежденной и неповрежденных фаз различаются. Участок поврежденной фазы от точки заземления экрана до места повреждения изоляции образует коаксиальный проводник. Например, при одностороннем питании КЛ электрический ток протекает по проводящей жиле и возвращается по окружающему ее экрану в место заземления. В экранах неповрежденных фаз протекает ток циркуляции, определяемый внешним магнитным полем. Также классическое применение МСС не предполагает записи уравнений для токов в экранах в явном виде. Учет экранов производится внесением в уравнения для токопроводящих жил дополнительных слагаемых, определяемых коэффициентом взаимной индукции и собственными сопротивлениями экрана [5]. Это обстоятельство усложняет процедуру учета места заземления экрана в конкретной точке КЛ.

По этим причинам даже в случае полной транспозиции КЛ применение МСС к анализу КЗ между жилой и экраном не позволит получить наиболее полное представление схемы замещения КЛ.

МФК предполагает запись уравнений для токов экрана и брони в явном виде [6, 7]. Однако, так же как и в МСС, параметры КЛ одинаковы как для повреждений, не связанных с землей, так и для однофазного пробоя между жилой и заземленным экраном. По этой причине МФК в его классическом применении не позволяет учесть изменение формы магнитного поля поврежденной фазы, представляемой в виде коаксиального проводника. Также существующие математические модели не предполагают заземления экрана в промежуточной точке.

В связи с этим наиболее полное математическое описание КЛ должно основываться на новом методе. Рассмотрим КЛ напряжением 110 кВ и выше, соединяющую системы шин двух подстанции (СШ1 и СШ2) (рис. 2). На фазе А рассматриваемой КЛ повреждена изоляция между жилой и экраном в точке К.

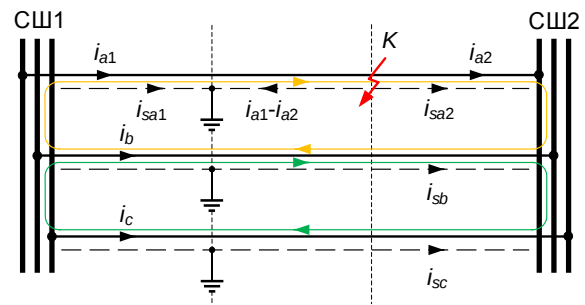


Рис. 2. Электрическая схема КЛ напряжением 110 кВ и выше при повреждении изоляции между жилой и экраном фазы А с указанием рассматриваемых контуров и направлением их обхода

Для анализа процессов при такой неисправности КЛ предлагается рассмотреть несколько электрических контуров, образованных фазами А и В, В и С. В токопроводящей жиле поврежденной фазы протекают электрические токи i_{a1} , i_{a2} . Разница этих величин определяет ток, протекающий в место заземления экрана. Принимается, что этот ток равномерно распределяется по сечению экрана. На остальных участках экрана поврежденной фазы имеют место токи циркуляции i_{sa1} , i_{sa2} . Такой же характер распределения имеют токи i_{sb} , i_{sc} в экранах неповрежденных фаз. Величина токов циркуляции i_{sa1} , i_{sa2} , i_{sb} , i_{sc} определяется магнитным полем, создаваемым токами жил i_{a1} , i_{a2} , i_b , i_c . Взаимодействие токов, протекающих в экранах, исключается из рассмотрения.

Для учета электрической связи поврежденной фазы с землей также требуется рассмотреть контуры, образованные жилой и экраном фазы А (рис. 3).

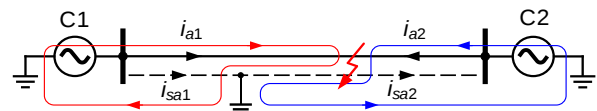


Рис. 3. Контур для описания электрической связи поврежденной фазы с землей

Часть контуров от места заземления экрана до нейтралей систем С1 и С2 представляется в виде проводника, расположенного на определенной глубине. Несмотря на то что КЛ иначе расположена по отношению к поверхности земли по сравнению с воздушной линией, расчетное выражение для глубины возврата тока через землю остается неизменным [3]:

$$D_3 = \frac{66,4}{\sqrt{f\lambda}}, \quad (1)$$

где f – частота тока, Гц; λ – удельная проводимость земли, Ом·см.

Протекающие в экранах токи также описываются уравнениями, записанными в соответствии со вторым законом Кирхгофа. Контур для токов циркуляции i_{sa1} , i_{sa2} , i_{sb} , i_{sc} , в отличие

от токов жил, начинается на одной части поверхности экрана, где плотность тока имеет одинаковое направление, и заканчивается на оставшейся части поверхности экрана.

Уравнения для указанных контуров, записанные в соответствии со вторым законом Кирхгофа, можно представить в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} u_{ab1} - u_{ab2} \\ u_{bc1} - u_{bc2} \\ u_{a1} \\ -u_{a2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_b \\ i_c \\ i_{sa1} \\ i_{sa2} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + [L] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_b \\ i_c \\ i_{sa1} \\ i_{sa2} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где u_{ab1} , u_{ab2} , u_{bc1} , u_{bc2} – линейные напряжения между фазами А и В, В и С для систем шин СШ1 и СШ2 соответственно; u_{a1} , u_{a2} – фазные напряжения фазы А для систем шин СШ1 и СШ2 соответственно; $[R]$, $[L]$ – квадратная матрица активных сопротивлений, собственных и взаимных индуктивностей размерностью 8.

Задача математического моделирования КП при однофазном пробое изоляции между жилой и экраном сводится к определению матриц активных сопротивлений $[R]$ и собственных и взаимных индуктивностей $[L]$. Расчет активных сопротивлений жил и экранов детально описывается в [5]. Как было отмечено выше, в существующих методах не учитывается изменение формы магнитного поля поврежденной фазы при однофазном повреждении, т. е. коэффициенты собственной и взаимной индуктивностей не изменяются при различных видах повреждений на линии. Общее расчетное выражение для индуктивности объемного проводника рассматривается в [11] и имеет вид:

$$L = \frac{1}{i^2} \iint_i \Phi di^2; \quad (3)$$

$$M_{12} = \frac{1}{i_1 i_2} \iint_{i_1 i_2} \Phi_{12} di_1 di_2, \quad (4)$$

где i – ток, протекающий в проводнике, для которого рассчитывается индуктивность L ; Φ – магнитный поток, создаваемый током i ; i_1 , i_2 – токи, протекающие в проводниках, для которых рассчитывается коэффициент взаимной индукции; Φ_{12} – магнитный поток, создаваемый током i_1 , через контур, образованный током i_2 .

Метод расчета коэффициентов собственной и взаимной индуктивностей основан на представлении объемных проводников в виде элементарных проводников с бесконечно малой площадью поперечного сечения. Это позволяет учесть форму поперечного сечения экранов КП и рассчитать их интегральные параметры как

элементов электрической цепи при различных путях протекания тока.

Для расчета магнитного потока через заданный контур применяется векторный потенциал магнитного поля. В соответствии с его определением, это такой вектор, ротор которого равен вектору магнитной индукции. Магнитный поток Φ через замкнутый контур l рассчитывается как циркуляция векторного потенциала:

$$\Phi = \oint_l \vec{A} dl. \quad (5)$$

Для прямолинейного проводника с круглым сечением аксиальная составляющая векторного потенциала рассчитывается по выражению

$$A_{zc}(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R_c^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_c} \ln\left(\frac{1}{D(R, r, \varphi)}\right) r dr d\varphi, \quad (6)$$

где R – расстояние от центра проводника до точки рассмотрения; μ_0 – магнитная постоянная в системе СИ; R_c – радиус проводника; I – ток, протекающий в проводнике; $D(R, r, \varphi)$ – функция, выражающая расстояние от элемента интегрирования до точки рассмотрения.

Для анализа магнитного поля, создаваемого током циркуляции экрана, предлагается использовать следующее расчетное выражение для аксиальной составляющей векторного потенциала:

$$A_{zs}(R, \alpha) = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \ln\left(\frac{1}{D(R, \alpha, r, \varphi)}\right) d\varphi - \frac{\mu_0 I}{2\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \ln\left(\frac{1}{D(R, \alpha, r, \varphi)}\right) d\varphi, \quad (7)$$

где R – расстояние от центра экрана до точки рассмотрения; R_s – радиус проводника; α – угол между осью симметрии экрана в отношении протекающего тока и прямой, проведенной из центра экрана в точку рассмотрения; $D(R, \alpha, r, \varphi)$ – функция, выражающая расстояние от элемента интегрирования до точки рассмотрения.

При однофазном повреждении изоляции между экраном и жилой изменяется распределение тока по сечению экрана. Принимается, что в таком случае оно будет равномерным по всему поперечному сечению экрана. С учетом этого допущения аксиальная составляющая векторного потенциала описывается выражением

$$A_{zfs}(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R_s} \int_0^{2\pi} \ln\left(\frac{1}{D(R, r, \varphi)}\right) R_s d\varphi, \quad (8)$$

где R – расстояние от центра экрана до точки рассмотрения; $D(R, r, \varphi)$ – функция, выражающая расстояние от элемента интегрирования до точки рассмотрения.

Результаты исследования. Каждый элемент матриц $[R]$, $[L]$ может быть представлен в

$$R = \begin{bmatrix} R_a(l_1 + l_2) & R_a l_3 & -R_b(l_1 + l_2 + l_3) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_b(l_1 + l_2 + l_3) & -R_c(l_1 + l_2 + l_3) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_a(l_1 + l_2) + R_{sa} l_2 + R_{3y1} & -R_{sa} l_2 & R_{3y1} & R_{3y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_{sa} l_2 & R_a l_3 + R_{sa} l_2 + R_{3y2} & R_{3y2} & R_{3y2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{sa} l_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{sa} l_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{sb} l_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{sc} l_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где R_a, R_b, R_c – удельное омическое сопротивление жилы фазы A, B, C соответственно, Ом/м; R_{sa}, R_{sb}, R_{sc} – удельное омическое сопротивление экрана фазы A, B, C соответственно, Ом/м; R_{3y1}, R_{3y2} – омическое сопротивление заземляющего устройства систем $C1$ и $C2$ соответственно, Ом.

В целях упрощения записи матрицы собственных и взаимных индуктивностей $[L]$ ее необходимо представить в виде трех слагаемых, выражающих соответствующий участок КЛ:

$$L = L_1 l_1 + L_2 l_2 + L_3 l_3, \quad (10)$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{ab} & 0 & -L_{ab} & M_c & M_{cs(ab)} & 0 & -M_{cs(ab)} & 0 \\ M_a & 0 & L_{bc} & -L_{bc} & 0 & 0 & M_{cs(bc)} & -M_{cs(bc)} \\ 2L_g & 0 & L_g & L_g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{sc(ab)} & M_{sc(ac)} & L_{sa1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{sc(ba)} & 0 & 0 & M_{sc(bc)} & 0 & 0 & L_{sb} & 0 \\ M_{sc(ca)} & 0 & M_{sc(cb)} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{sc} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где L_{ab} – удельная собственная индуктивность жил фаз A и B в контуре, образованном этими фазами, Гн/м; L_{bc} – удельная собственная индуктивность жил фаз B и C в контуре, образованном этими фазами, Гн/м; M_c – удельный коэффициент взаимной индукции между жилой фазы C и контуром, образованным жилами фаз A и B , Гн/м; M_a – удельный коэффициент взаимной индукции между жилой фазой A и контуром, образованным жилами фаз B и C , Гн/м; $M_{cs(ab)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между контуром, образованным фазами A и B , и экраном фаз A или B , Гн/м; $M_{cs(bc)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между контуром, образованным фазами B и C , и экраном фаз B или C , Гн/м; $M_{sc(ab)}, M_{sc(ac)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между экраном фазы A и жилами фаз B и C соответственно, Гн/м; $M_{sc(ba)}, M_{sc(bc)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между экраном фазы B и жилами фаз A и C соответственно, Гн/м; $M_{sc(ca)}, M_{sc(cb)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между экраном фазы C и жилами фаз A и B соответственно, Гн/м; L_{sa}, L_{sb}, L_{sc} – собственная индуктивность экрана фазы A, B, C соответственно, Ом/м; L_g – удельная индуктивность жилы фазы A с учетом возврата тока через землю, Ом/м;

виде суммы трех слагаемых, каждое из которых выражает соответствующий параметр на одном из трех участков КЛ: от системы $C1$ до места заземления экрана (участок 1); от места заземления экрана до места однофазного повреждения (участок 2); от места однофазного повреждения до системы $C2$ (участок 3). Матрица активных сопротивлений $[R]$ представлена в следующем выражении:

где L_1, L_2, L_3 – матрица удельных собственных индуктивностей и коэффициентов взаимной индукции для 1-го, 2-го, 3-го участка соответственно; l_1, l_2, l_3 – длина 1-го, 2-го, 3-го участка соответственно.

Составляющие матрицы L представлены в следующих выражениях:

$$L_2 = \begin{bmatrix} L_{ab} - M_{fs(ab)} & M_{fs(ab)} & -L_{ab} & M_c & 0 & 0 & -M_{cs(ab)} & 0 \\ M_a - M_{fs(bc)} & M_{fs(bc)} & L_{bc} & -L_{bc} & 0 & 0 & M_{cs(bc)} & 0 \\ L_{cf} & M_{cf} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_{cs(bc)} \\ -L_g & L_g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{sc(ba)} - M_{ss(ba)} & M_{ss(ba)} & 0 & M_{sc(bc)} & 0 & 0 & L_{sb} & 0 \\ M_{sc(ca)} - M_{ss(ca)} & M_{ss(ca)} & M_{sc(cb)} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{sc} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $M_{fs(ab)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между экраном, по которому протекает ток в место заземления, и контуром, образованном фазами А и В, Гн/м; $M_{fs(bc)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между экраном, по которому протекает ток в место заземления, и контуром, образованном фазами В и С, Гн/м; L_{cf} – удельная собственная индуктивность жилы поврежденной фазы, Гн/м; M_{cf} – удельный коэффициент взаимной индукции между жилой и экраном поврежденной фазы, Гн/м; $M_{ss(ba)}$, $M_{ss(ca)}$ – удельный коэффициент взаимной индукции между экраном поврежденной фазы и экранами фаз В и С соответственно;

$$L_3 = \begin{bmatrix} 0 & L_{ab} & -L_{ab} & M_c & 0 & M_{cs(ab)} & -M_{cs(ab)} & 0 \\ 0 & M_a & L_{bc} & -L_{bc} & 0 & 0 & M_{cs(bc)} & -M_{cs(bc)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2L_g & L_g & L_g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{sc(ab)} & M_{sc(ac)} & 0 & L_{sa} & 0 & 0 \\ 0 & M_{sc(ba)} & 0 & M_{sc(bc)} & 0 & 0 & L_{sb} & 0 \\ 0 & M_{sc(ca)} & M_{sc(cb)} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{sc} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Сопротивление заземляющих устройств систем С1 и С2 принимается равным 0,5 Ом как наибольшее допустимое значение для электроустановок напряжением выше 1 кВ¹.

Удельная собственная индуктивность жил фаз А и В в контуре, образованном этими проводниками, рассчитывается на основе выражений (3) и (6):

$$L_{ab} = \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} (A_{zc}(r) - A_{zc}(Q(r, \varphi))) r dr d\varphi; \quad (14)$$

$$Q(r, \varphi) = \sqrt{(I_{ab} - r \cos(\varphi))^2 + (r \sin(\varphi))^2}, \quad (15)$$

где I_{ab} – расстояние между центрами жил фаз А и В.

Индуктивность L_{bc} рассчитывается аналогичным образом с заменой I_{ab} на I_{bc} .

Удельный коэффициент взаимной индукции M_c между жилой фазы С и контуром, образованным жилами фаз А и В, рассчитывается с учетом определений (4) и (6):

$$M_c = \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} A_{zs}(Q_{ca}(r, \varphi)) r dr d\varphi - \quad (16)$$

$$- \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} A_{zs}(Q_{bc}(r, \varphi)) r dr d\varphi;$$

$$Q_{ca}(r, \varphi) = \sqrt{r^2 + I_{ca}^2 - 2rI_{ca} \cos(\varphi + \varphi_{ca})}; \quad (17)$$

$$Q_{bc}(r, \varphi) = \sqrt{r^2 + I_{bc}^2 - 2rI_{bc} \cos(\varphi + \varphi_{bc})}; \quad (18)$$

$$\varphi_{ca} = \arccos\left(\frac{I_{bc}^2 - I_{ca}^2 - I_{ab}^2}{2I_{ca}I_{ab}}\right); \quad (19)$$

$$\varphi_{bc} = \arccos\left(\frac{I_{ca}^2 - I_{ab}^2 - I_{bc}^2}{2I_{ab}I_{bc}}\right). \quad (20)$$

Коэффициент взаимной индукции M_a между жилой фазы А и контуром, образованным жилами фаз В и С, рассчитывается аналогичным способом. Удельный коэффициент взаимной индукции между контуром, образованным жилами фаз А и В, и экраном фазы А рассчитывается на основе выражений (4), (7), (15):

¹ ГОСТ Р 58882—2020. Заземляющие устройства. Системы уравнивания потенциалов. Заземлители. Заземляющие проводники.

$$M_{cs(ab)} = \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} A_{zs}(r, \varphi) r dr d\varphi -$$

$$- \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} A_{zs} \left(Q(r, \varphi), \frac{r \sin(\varphi)}{Q(r, \varphi)} \right) r dr d\varphi. \quad (21)$$

Коэффициенты взаимной индукции $M_{cs(bc)}$, $M_{cs(ca)}$ рассчитываются в соответствии с выражением (21) с заменой в функции $Q(r, \varphi)$ расстояния l_{ab} на соответствующие величины. Удельный коэффициент взаимной индукции между жилой фазы A и экраном фазы B рассчитывается в соответствии с определениями (4) и (6):

$$M_{sc(ab)} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A_{zc}(Q(-r, \varphi)) d\varphi -$$

$$- \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A_{zc}(Q(r, \varphi)) d\varphi. \quad (22)$$

При расчете $M_{sc(ab)}$ по выражению (22) принимается, что ток циркуляции протекает по внутренней и внешней поверхностям экрана относительно жилы, причем ток на внешней поверхности имеет такое же направление, как и ток жилы.

Для расчета удельной индуктивности экрана L_s используются определения (3) и (7). Распределение электрического тока по поперечному сечению экрана имеет такой же вид, как и при расчете коэффициентов взаимной индукции по выражению (22). С учетом этого выражение для индуктивности экрана примет вид

$$L_s = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A_{zs}(R_s, \varphi) d\varphi - \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A_{zs}(R_s, \pi - \varphi) d\varphi. \quad (23)$$

Влияние протекающего по экрану тока повреждения на контур, образованный фазами A и B , описывается коэффициентом $M_{fs(ab)}$. Его значение рассчитывается на основе выражений (4) и (8):

$$M_{fs(ab)} = \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} (A_{zfs}(r) - A_{zfs}(Q(r, \varphi))) r dr d\varphi. \quad (24)$$

Коэффициент взаимной индукции между экраном поврежденной фазы и контуром, образованным жилами фаз B и C , на участке 2 рассчитывается аналогично M_a с заменой функции аксиальной составляющей векторного потенциала:

$$M_{fs(ab)} = \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} A_{zfs}(Q_{ab}(r, \varphi)) r dr d\varphi -$$

$$- \frac{1}{\pi R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} A_{zfs}(Q_{bc}(r, \varphi)) r dr d\varphi; \quad (25)$$

$$Q_{ab}(r, \varphi) = \sqrt{r^2 + l_{ab}^2 - 2rl_{ab} \cos(\varphi + \varphi_{ab})}; \quad (26)$$

$$\varphi_{ab} = \arccos \left(\frac{l_{ca}^2 - l_{ab}^2 - l_{bc}^2}{2l_{ab}l_{bc}} \right). \quad (27)$$

Собственная индуктивность экрана на участке 2 L_{cf} рассчитывается на основе предположения о том, что по жиле и экрану протекает одинаковый ток. В соответствии с этим и определениями (3), (6), (8), расчетное выражение имеет вид

$$L_{cf} = \frac{2}{R_c^2} \int_0^{R_c} (A_{zc}(r) - A_{zc}(R_s)) r dr. \quad (28)$$

Коэффициент взаимной индукции M_{cf} между экраном и жилой поврежденной фазы на участке 2 учитывает тот факт, что в случае двустороннего питания КЛ ток экрана является разницей токов двух жил. На основе анализа выражений (4) и (8) было определено, что его значение равно нулю:

$$M_{cf} = \frac{1}{2\pi^2 R_c^2} \int_0^{R_c} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{zfs}(Q_{fs}(r, \varphi, \gamma)) d\varphi r dr d\gamma -$$

$$- A_{zfs}(R_s), \quad (29)$$

$$Q_{fs}(r, \varphi, \gamma) = \sqrt{R_s^2 + r^2 - 2R_s r \cos(\varphi - \gamma)}. \quad (30)$$

Значение коэффициента взаимной индукции M_{cf} , рассчитанное в соответствии с выражением (29), равно нулю при любых значениях R_c, R_s .

Удельная индуктивность жилы фазы A с учетом возврата тока через землю рассчитывается по выражению [5]

$$L_g = 0,145 \cdot 10^{-3} \cdot \log \left(\frac{D_3}{R_c} \right), \quad (31)$$

где D_3 – глубина возврата тока через землю.

Таким образом, матрицы активных сопротивлений $[R]$ и коэффициентов собственной и взаимной индукции $[L]$ в матричном выражении (2) описаны. Математическая модель может быть использована как для расчета переходных режимов, так и для анализа параметров КЛ в установившемся режиме.

Для верификации расчетных выражений предлагается использовать программный комплекс для моделирования энергосистем PSCAD. В математической модели КЛ, реализованной в этом программном комплексе, учитывается возможность заземления экрана либо с двух его концов, либо только с одного. Возможность заземления экрана в одной промежуточной точке отсутствует. Так как именно этот способ заземления представляет наибольший интерес, то с учетом возможностей программного комплекса предлагается рассмотреть однофазное замыкание между жилой и экраном в конце КЛ со стороны системы С2 при заземлении экрана со стороны системы С1. Верификация математической модели в таком случае может производиться на основе значений токов, протекающих по жилам КЛ, в установившемся режиме.

Математическая модель представляет собой системы С1 и С2, которые соединены КЛ, экран которой заземлен со стороны системы С2. Визуализация модели в программном комплексе PSCAD представлена на рис. 4.

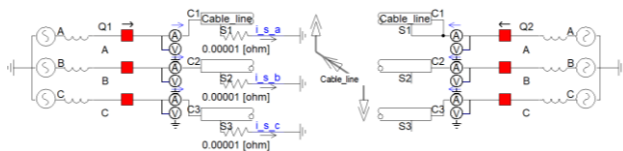


Рис. 4. Модель исследуемого участка электрической сети в программном комплексе PSCAD

Для верификации использованы параметры кабельного участка линии электропередачи КВЛ 500 кВ Западная–Очаково, представленные в табл. 1, где также представлены параметры систем С1 и С2.

Результатом вычислительного эксперимента являются модули и аргументы комплексных токов, протекающих в жилах КЛ. Их значения представлены в табл. 2.

С помощью программного комплекса MathCAD для заданных параметров КЛ была рассчитана система матричных уравнений, представленная в выражении (2). Результаты расчета представлены в табл. 2.

Максимальное отклонение значения модуля тока, полученное в ходе решения системы уравнений (2), от результатов вычислительного эксперимента в PSCAD наблюдается для тока жилы фазы А со стороны системы С2 и составляет 6,6 кА (в о.е. 11 %). Максимальное отклонение аргумента комплекса тока наблюдается для тока жилы фазы В и составляет $-6,7^\circ$. Расхождение результатов расчета обусловлено упрощенным описанием магнитного поля, создаваемым протекающим по поврежденному участку экрана током, в программном комплексе PSCAD.

Таблица 1. Параметры модели исследуемого участка электрической сети

Обозначение	Наименование	Значение
Параметры КЛ		
R_c	Радиус жилы, мм	33
R_s	Внутренний радиус экрана, мм	65
S_s	Площадь поперечного сечения экрана, мм ²	300
L_{ab}	Расстояние между фазами А и В	1
L_{bc}	Расстояние между фазами В и С	1
L_{ca}	Расстояние между фазами С и А	2
$l_{кл}$	Длина	13
ρ_c, ρ_s	Удельное омическое сопротивление материала жилы, экрана, мкОм·м	0,017
ρ_z	Удельное омическое сопротивление земли, Ом·м	100
Параметры систем С1, С2		
U_{C1}, U_{C2}	Номинальное напряжение систем С1, С2, кВ	500
X_{C1}, X_{C2}	Реактивное сопротивление систем С1, С2, Ом	1,0
R_{C1}, R_{C2}	Активное сопротивление систем С1, С2, Ом	0,0
δ	Разница фаз между ЭДС систем С1 и С2	-30°

Таблица 2. Результаты вычислительного эксперимента в программном комплексе PSCAD и расчета матричных уравнений в MathCAD

Обозначение	Значение, А	
	вычислительный эксперимент в PSCAD	решение системы уравнений (2)
i_{a1}	127,9 кА; $-57,1^\circ$	125,9 кА; $-60,4^\circ$
i_{a2}	58,6 кА; $158,8^\circ$	65,2 кА; $155,7^\circ$
i_b	24,7 кА; $42,2^\circ$	23,3 кА; $48,9^\circ$
i_c	40,5 кА; $-49,5^\circ$	36,9 кА; $-51,9^\circ$

Выводы. Разработанная математическая модель КЛ напряжением 110 кВ и выше может быть использована для анализа установившихся и переходных режимов, разработки, совершенствования и тестирования методов автоматического повторного включения на кабельно-воздушных линиях электропередачи напряжением 110–500 кВ, алгоритмов РЗА и устройств регистрации аварийных событий и процессов.

Список литературы

1. Файбисович Д.Л., Карапетян И.Г., Шапиро И.М. Справочник по проектированию электрических сетей. – М.: НЦ ЭНАС, 2012. – 376 с.
2. Атабеков Г.И. Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1957. – 344 с.

3. **Carson J.R.** Wave propagation in overhead wires with ground return // *The Bell System Technical Journal*. – Oct., 1926. – Vol. 5, No. 4. – P. 539–554. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1926.tb00122.x.

4. **Ульянов С.А.** Электромагнитные переходные процессы в электрических системах: учебник для электротехнических и энергетических вузов и факультетов. – Изд. 2-е, стер. – М.: АРИС, 2010. – 518 с.

5. **Руководящие** указания по релейной защите. Вып. 11. Расчеты токов короткого замыкания для релейной защиты и системной автоматики в сетях 110–750 кВ. – М.: Энергия, 1979. – 152 с.

6. **Nasser D. Tleis.** Power Systems Modelling and Fault Analysis: Theory and Practice. – Second edition. – London: Academic Press, 2019. – 625 p.

7. **Dommel H.W.** Electromagnetic Transients Program (EMTP) Theory Book. – Portland, OR, USA: Bonneville Power Administration, 1986. – 281 p.

8. **Особенности** моделирования воздушных и кабельных участков линий электропередачи 110–750 кВ при использовании фазного координатного базиса / Д.Ю. Вихарев, И.Е. Иванов, А.Ю. Мурзин и др. // *Вестник ИГЭУ*. – 2023. – Вып. 2. – С. 51–60. DOI: 10.17588/2072-2672.2023.2.051-060.

9. **Дмитриев М.В.** Кабельные линии высокого напряжения. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. – 688 с.

10. **Вагнер К.Ф., Эванс Р.Д.** Метод симметричных составляющих. – М.: ОНТИ, 1936. – 181 с.

11. **Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.** Расчет индуктивностей: справ. кн. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 487 с.

References

1. Faybisovich, D.L., Karapetyan, I.G., Shapiro, I.M. *Spravochnik po proektirovaniyu elektricheskikh setey* [Electrical Network Design Handbook]. Moscow: NTs ENAS, 2012. 376 p.

2. Atabekov, G.I. *Teoreticheskie osnovy releynoy zashchity vysokovol'tnykh setey* [Theoretical foundations

of relay protection of high-voltage networks]. Moscow; Leningrad: Gosenergoizdat, 1957. 344 p.

3. Carson, J.R. Wave propagation in overhead wires with ground return. *The Bell System Technical Journal*, Oct., 1926, vol. 5, no. 4, pp. 539–554. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1926.tb00122.x.

4. Ul'yanov, S.A. *Elektromagnitnye perekhodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromagnetic transients in electrical systems]. Moscow: ARIS, 2010. 518 p.

5. Dorodnova, T.N. (ed.) *Rukovodnyashchie ukazaniya po releynoy zashchite. Vyp. 11. Raschety tokov korotkogo zamykaniya dlya releynoy zashchity i sistemnoy avtomatiki v setyakh 110–750 kV* [Guidelines for Relay Protection. Issue 11. Calculations of Short-Circuit Currents for Relay Protection and System Automation in 110–750 kV Networks]. Moscow: Energiya, 1979. 152 p.

6. Tleis, Nasser D. Power Systems Modelling and Fault Analysis: Theory and Practice. London: Academic Press, 2019. 625 p.

7. Dommel, H.W. Electromagnetic Transients Program (EMTP) Theory Book. Portland, OR, USA: Bonneville Power Administration, 1986. 281 p.

8. Vikharev, D.Yu., Ivanov, I.E., Murzin, A.Yu., Rodin, N.A., Gandzhaev, D.I., Lifshits, A.S. Osobennosti modelirovaniya vozdukhnykh i kabel'nykh uchastkov liniy elektroperedachi 110–750 kV pri ispol'zovanii faznogo koordinatnogo bazisa [Features of modeling overhead and cable sections of power transmission lines of 110–750 kV using a phase coordinate basis]. *Vestnik IGEU*, 2023, issue 2, pp. 51–60. DOI: 10.17588/2072-2672.2023.2.051-060.

9. Dmitriev, M.V. *Kabel'nye linii vysokogo napryazheniya* [High voltage cable lines]. Saint-Petersburg: POLITEKh-PRESS, 2021. 688 p.

10. Vagner, K.F., Evans, R.D. *Metod simmetrichnykh sostavlyayushchikh* [Method of symmetric components]. Moscow: ONTI, 1936. 181 p.

11. Kalantarov, P.L., Tseytlin, L.A. *Raschet induktivnostey* [Calculation of inductances]. Leningrad: Energoatomizdat, 1986. 487 p.