

Регуляторы положения систем позиционирования с динамикой Бесселя для электромехатронных модулей¹

С.К. Лебедев, А.Р. Колганов
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: lebedev@drive.ispu.ru, klgn@drive.ispu.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Традиционное использование в системах позиционирования, как каскадных системах подчиненного регулирования, так и одноконтурных контроллерах движения, регуляторов положения, настроенных на биномиальное распределение корней или динамику Баттерворта-Томсона, не позволяет обеспечить всего комплекса требований к динамическим характеристикам системы: полосе пропускания и перерегулированию по управлению, робастности к воздействиям возмущения и вариации параметров. Полезные качества динамики Бесселя, заключающиеся в хорошем сочетании обеспечения полосы пропускания при минимумах перерегулирования и искажения полезного сигнала, достаточно давно используют в фильтрах для техники связи и акустики. В этой связи апробация динамики Бесселя в регуляторах положения для применения в электромехатронных модулях позиционирования представляется актуальной и составляет предмет настоящего исследования.

Материалы и методы: Анализ характеристик динамических объектов с заданными свойствами выполнен на основе методов современной теории автоматического управления с учетом требований, обусловленных областью практической реализации электромехатронной системы. Характеристики систем позиционирования получены с помощью средств символьной математики *MathCAD* и моделирования в среде *Simulink (Matlab)* с использованием инструментов *Linear Analysis*.

Результаты: Реализованы настройки на динамику Бесселя регуляторов положения: статических, астатических 1-го и 2-го порядка. Получены выражения для определения параметров регуляторов, входных фильтров и установившихся ошибок регулирования по полосе пропускания и инерционности модуля. Компьютерное моделирование позволило оценить влияние инерционности контура момента на временные и частотные характеристики системы. Предложена фиксированная настройка регуляторов, обеспечивающая позиционирование в широком диапазоне вариации параметров.

Выводы: Регуляторы положения, настроенные на динамику Бесселя, обеспечивают режим позиционирования для модулей в условиях изменения нагрузок и параметров, что характерно для применения в робототехнике и машиностроении.

Ключевые слова: системы управления, электропривод, регуляторы положения, комбинированные системы, динамика, системы позиционирования, моделирование, частотные характеристики, полоса пропускания, вариация параметров.

Position regulators of positioning systems with Bessel's dynamics for electromechatronic modules

S.K. Lebedev, A.R. Kolganov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: lebedev@drive.ispu.ru, klgn@drive.ispu.ru

Abstract

Background: Position regulators adjusted to binomial distribution of roots or Butterworth-Thompson dynamics are normally used in both cascade systems of subordinate regulation and single-circuit motion controllers, which do not meet all the requirements for dynamic characteristics of the system: bandpass and control overshooting, robustness to disturbances and parameter variations. Useful qualities of Bessel's dynamics combining bandpass provision and minimum overshooting, and desired signal distortion have long been used in communication engineering and acoustics filters. Therefore, approbation of Bessel's dynamics in position regulators to be used in electromechatronic positioning modules seems an urgent problem and is the subject of the present research.

Materials and methods: The analysis of characteristics of dynamic objects with preset properties is executed based on methods of modern automatic control theory accounting for the demands of the area of the electromechatronic system practical implementation. The characteristics of the positioning systems are obtained by means of character mathematics tools *MathCAD* and simulation in the *Simulink (Matlab)* environment employing *Linear Analysis* tools.

Results: The position regulators (static and astatic of the 1st and 2nd order) were adjusted to Bessel's dynamics. Expressions were obtained to define regulator parameters, input filters and steady-state errors of bandpass and module response delay regulation. Computer simulation allowed estimating torque response delay influence on the time and frequency characteristics of the system. A fixed regulator adjustment was suggested to ensure positioning in a wide range of parameter variation.

¹ Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-00972)

Conclusions: Position regulators adjusted to Bessel's dynamics ensure the positioning regime of modules under changing loads and parameters, which is typical of robotics and engineering applications.

Key words: control systems, electric drive, position regulators, combined systems, dynamics, positioning systems, simulation, frequency characteristics, bandpass, variation of parameters.

DOI: 10.17588/2072-2672.2015.6.041-047

Электромехатронные модули с асинхронными, синхронными двигателями и преобразователями частоты позволяют обеспечить технологическое оборудование конкурентоспособными характеристиками.

Области применения электромехатронных модулей с системами позиционирования – от запорных, дозирующих и регулирующих аппаратов трубопроводных систем в энергетике, нефтегазовой отрасли, жилищно-коммунальном хозяйстве до космических и оборонных технологий. Наиболее широко используют электромехатронные модули позиционирования в станкостроении и робототехнике [1–4], т. е. в отраслях, которые являются ключевыми как в Российской Федерации, так и во всех развитых странах мира.

На рис. 1 показана структура системы позиционирования с регулятором положения (РП) и входным фильтром (W_f), электромехатронный модуль представлен моделью «жесткой» механики и инерционностью контура момента привода (КМ).

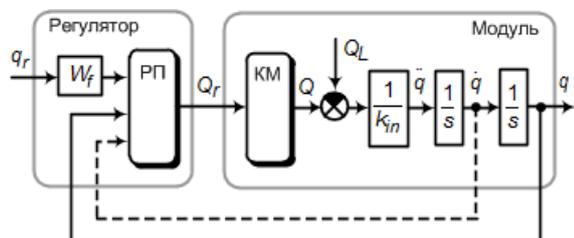


Рис. 1. Система позиционирования электромехатронного модуля

Такие системы применяют в составе систем комбинированного управления с компенсацией возмущений [5], но могут они работать и самостоятельно в силу высокой эффективности снижения ошибки регулирования при действии возмущения.

Проведем апробацию динамики Бесселя в регуляторах положения для выработки рекомендаций по применению в электромехатронных модулях позиционирования.

На рис. 2 показаны рассматриваемые варианты статических регуляторов положения:

- пропорционально-дифференциальный регулятор – ПД;
- модальный регулятор – МР;
- модифицированный ПД-регулятор – П(Д);
- регуляторы с вариантами реализации реального дифференцирования – ПРД1, ПРД2 [6].

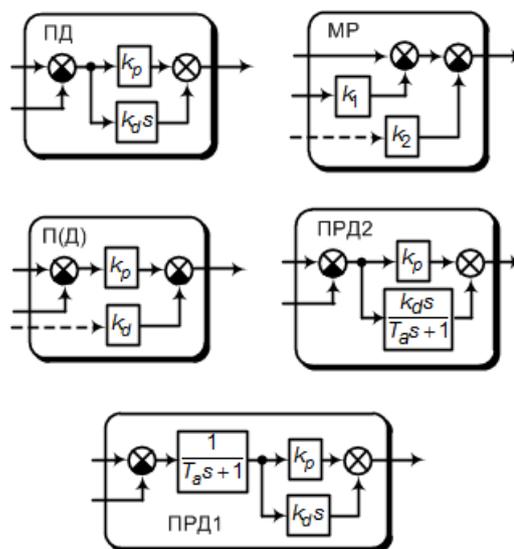


Рис. 2. Структурные схемы регуляторов положения статической системы позиционирования

Варианты регуляторов с астатизмом первого порядка приведены на рис. 3:

- пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор – ПИД;
- модифицированный ПИД-регулятор – ПИ(Д);
- ПИД-регулятор с реальным дифференцированием – ПИРД;

Регуляторы, обеспечивающие системе позиционирования астатизм второго порядка, изображены на рис. 4:

- ПИД-регулятор с двукратным интегрированием – ПИ2ИД;
- модифицированный ПИ2ИД-регулятор – ПИ2И(Д);
- ПИ2ИД-регулятор с реальным дифференцированием – ПИ2ИРД.

Особенностью модифицированных регуляторов [7] является замена канала дифференцирования дополнительной обратной связью по скорости, которая может быть получена как с датчика, так и с наблюдателя состояния (на рис. 1–4 обратная связь по скорости показана пунктиром). Обратная связь по скорости требуется и при реализации модального регулятора положения.

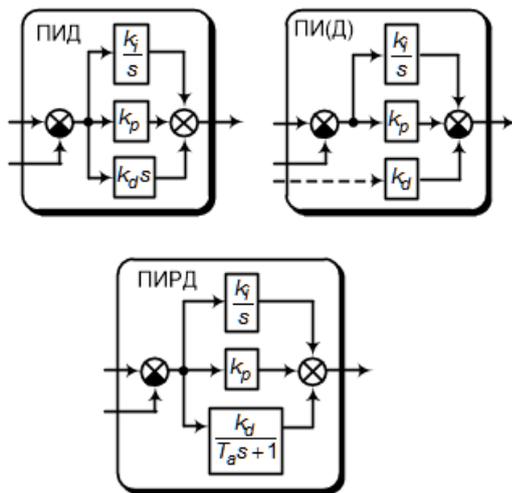


Рис. 3. Структурные схемы регуляторов положения системы позиционирования с астатизмом первого порядка

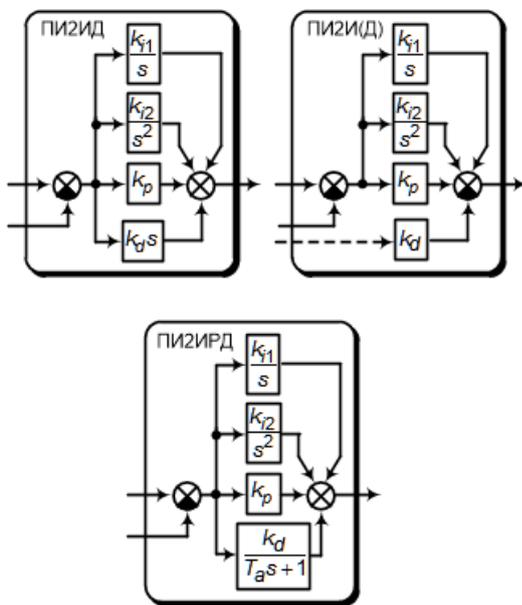


Рис. 4. Структурные схемы регуляторов положения системы позиционирования с астатизмом второго порядка

Синтез регуляторов (расчет параметров регуляторов и входных фильтров) произведен с пренебрежением инерционностью контура момента электромехатронного модуля в силу малости постоянной времени контура современных модулей.

Настройка динамики систем позиционирования с регуляторами положения осуществлена с использованием распределения корней по Бесселю, которое обеспечивает монотонность процессов, минимальное перерегулирование и постоянство времени группового запаздывания [8, 9] в заданной для электромехатронной системы полосе пропускания по управлению.

В результате использования возможностей символической математики программного комплекса *MathCAD* получены аналитические соотношения для параметров регуляторов и входных фильтров, настроенных на динамику

Бесселя с учетом обеспечения заданной для системы полосы пропускания² [10].

Для всех вариантов регуляторов определены параметры временных характеристик, получены выражения для вычисления установившейся ошибки позиционирования для различных форм изменения механической нагрузки:

- постоянная нагрузка;
- линейно нарастающая нагрузка;
- нагрузка, изменяющаяся по параболе.

Результаты расчетов при синтезе и анализе для систем позиционирования с каждым типом регуляторов положения (статические, астатические первого и второго порядка) сведены в табл. 1–3.

Сравнение регуляторов по результатам анализа позволяет выделить в каждой группе модифицированные регуляторы – П(Д), ПИ(Д), ПИ2И(Д), которые отличаются:

- отсутствием необходимости реализовать дифференцирование ошибки регулирования;
- минимальным порядком и простотой конструкции (алгоритма) входного фильтра;
- минимальной установившейся ошибкой при соблюдении заданного астатизма системы.

Теоретические положения, принятые за основу при построении систем, прошли проверку средствами имитационного моделирования в среде *Simulink* программного комплекса *Matlab*.

Эксперименты проводились на примере параметров электромехатронного модуля звена промышленного манипулятора для металлорежущего станка:

- требуемая полоса пропускания $\omega_{пр} = 62,8$ рад/с;
- постоянная времени контура момента $T_{км} = 0,001$ с;
- максимальное значение инерционного коэффициента (приведенного момента инерции звена манипулятора) $k_{imax} = 7,94$ кг·м²;
- минимальное значение инерционного коэффициента $k_{imin} = 0,53$ кг·м².

Графики на рис. 5 показывают реакцию систем позиционирования с регуляторами положения при ступенчатом изменении нагрузки:

$$Q_L(t) = Q_L, \quad (1)$$

где $Q_L = 1$ Н·м.

П(Д)-регулятор демонстрирует установившуюся ошибку позиционирования, ПИ2И(Д) – минимальную динамическую ошибку.

² ГОСТ 27803-91. Электроприводы регулируемые для металлобрабатывающего оборудования и промышленных роботов. Технические требования. – Введ. 1992-01-01. – М.: Изд-во стандартов, 1991.

Таблица 1. Параметры регуляторов положения статической системы позиционирования

РП	ω_0	Параметры	$W_f(s)$	$\sigma, \%$	$\Delta q_{уст}$		
					$Q_L(t) = Q_L$	$Q_L(t) = Q_L t$	$Q_L(t) = Q_L t^2$
ПД	$\omega_{пр}$	$k_p = 1,6185\omega_0^2 k_{in}; k_d = 2,2032\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,361}{\omega_0}s + 1}$	0,43	$\frac{Q_L}{1,6185\omega_{пр}^2 k_{in}}$	∞	∞
МР	$\omega_{пр}$	$k_1 = 1,6185\omega_0^2 k_{in}; k_2 = 2,2032\omega_0 k_{in}$	$1,6185\omega_0^2 k_{in}$	0,43	Q_L	∞	∞
П(Д)	$\omega_{пр}$	$k_p = 1,619\omega_0^2 k_{in}; k_d = 2,203\omega_0 k_{in}$	1	0,43	$\frac{Q_L}{1,6185\omega_{пр}^2 k_{in}}$	∞	∞
ПРД1	$\frac{\omega_{пр}}{0,9}$	$T_a = \frac{0,2927}{\omega_0}; k_p = 0,8111\omega_0^2 k_{in};$ $k_d = 1,4246\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,7564}{\omega_0}s + 1}$	0,75	$\frac{Q_L}{1,001\omega_{пр}^2 k_{in}}$	∞	∞
ПРД2	$\frac{\omega_{пр}}{0,9}$	$T_a = \frac{0,2927}{\omega_0}; k_p = 0,8111\omega_0^2 k_{in};$ $k_d = 1,187\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,7561}{\omega_0}s + 1}$	0,75	$\frac{Q_L}{1,001\omega_{пр}^2 k_{in}}$	∞	∞

Таблица 2. Параметры регуляторов положения системы позиционирования с астатизмом первого порядка

РП	ω_0	Параметры	$W_f(s)$	$\sigma, \%$	$\Delta q_{уст}$		
					$Q_L(t) = Q_L$	$Q_L(t) = Q_L t$	$Q_L(t) = Q_L t^2$
ПИД	$\frac{\omega_{пр}}{0,9}$	$k_p = 4,8665\omega_0^2 k_{in}; k_i = 2,711\omega_0^3 k_{in}$ $k_d = 3,417\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,26}{\omega_0}s^2 + \frac{1,795}{\omega_0}s + 1}$	0,75	0	$\frac{Q_L}{3,719\omega_{пр}^3 k_{in}}$	∞
ПИ(Д)	$\frac{\omega_{пр}}{0,9}$	$k_p = 4,867\omega_0^2 k_{in}; k_d = 3,417\omega_0 k_{in};$ $k_i = 2,711\omega_0^3 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,795}{\omega_0}s + 1}$	0,75	0	$\frac{Q_L}{3,719\omega_{пр}^3 k_{in}}$	∞
ПИРД	$\frac{\omega_{пр}}{0,74}$	$T_a = \frac{0,2114}{\omega_0}; k_i = 1,115\omega_0^3 k_{in}$ $k_p = 2,114\omega_0^2 k_{in}; k_d = 1,6817\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,915}{\omega_0^2}s^2 + \frac{2,113}{\omega_0}s + 1}$	0,83	0	$\frac{Q_L}{2,752\omega_{пр}^3 k_{in}}$	∞

Таблица 3. Параметры регуляторов положения системы позиционирования с астатизмом второго порядка

РП	ω_0	Параметры	$W_f(s)$	$\sigma, \%$	$\Delta q_{уст}$		
					$Q_L(t) = Q_L$	$Q_L(t) = Q_L t$	$Q_L(t) = Q_L t^2$
ПИЗИД	$\frac{\omega_{пр}}{0,74}$	$k_p = 10,07\omega_0^2 k_{in}; k_d = 4,730\omega_0 k_{in};$ $k_{i1} = 11,11\omega_0^3 k_{in}; k_{i2} = 5,258\omega_0^4 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{0,9}{\omega_0^3}s^3 + \frac{1,91}{\omega_0^2}s^2 + \frac{2,11}{\omega_0}s + 1}$	0,85	0	0	$\frac{Q_L}{17,533\omega_{пр}^4 k_{in}}$
ПИЗИ(Д)	$\frac{\omega_{пр}}{0,74}$	$k_p = 10,07\omega_0^2 k_{in}; k_d = 4,730\omega_0 k_{in};$ $k_{i1} = 11,11\omega_0^3 k_{in}; k_{i2} = 5,258\omega_0^4 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,915}{\omega_0^2}s^2 + \frac{2,113}{\omega_0}s + 1}$	0,85	0	0	$\frac{Q_L}{17,533\omega_{пр}^4 k_{in}}$
ПИЗИРД	$\frac{\omega_{пр}}{0,65}$	$T_a = \frac{0,1618}{\omega_0}; k_{i1} = 4,1105\omega_0^3 k_{in}$ $k_{i2} = 1,8143\omega_0^4 k_{in}; k_p = 4,0863\omega_0^2 k_{in}$ $k_d = 2,2222\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,59}{\omega_0^3}s^3 + \frac{2,62}{\omega_0^2}s^2 + \frac{2,43}{\omega_0}s + 1}$	0,77	0	0	$\frac{Q_L}{10,164\omega_{пр}^4 k_{in}}$

При линейном росте нагрузки
 $Q_L(t) = Q_L t$.

(2)

лизует позиционирование только система с
ПИЗИ(Д)-регулятором.

С минимальной динамической ошибкой и
отсутствием статической ошибки (рис. 6) реа-

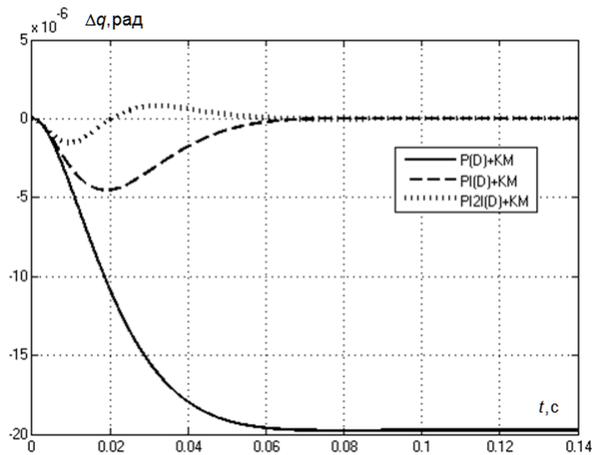


Рис. 5. Графики ошибки позиционирования при действии постоянной нагрузки

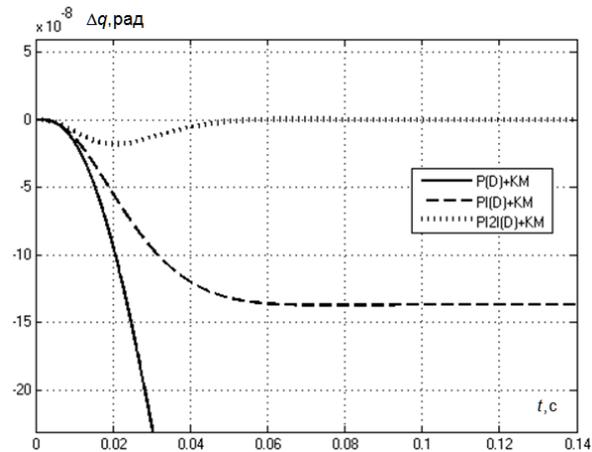


Рис. 6. Графики ошибки позиционирования при действии линейно нарастающей нагрузки

Графики, показанные на рис. 7, характеризуют системы позиционирования при действии на них механической нагрузки, изменяющейся по параболе

$$Q_L(t) = Q_L t^2. \quad (3)$$

Установившуюся ошибку демонстрирует здесь только система с астатизмом 2-го порядка, снабженная регулятором положения ПИ2И(Д).

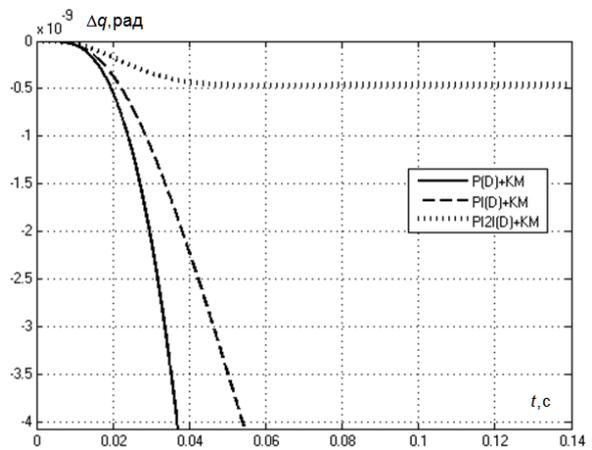


Рис. 7. Графики ошибки позиционирования при действии нагрузки, нарастающей по параболе

Характеризовать влияние механических нагрузок синусоидальной формы, связанной с эксцентриситетами и пульсациями в передачах, в широком диапазоне частот позволяет анализ частотных характеристик системы позиционирования по каналу «возмущение – ошибка позиционирования». Для систем с модифицированными регуляторами в программном комплексе *Simulink* получены с использованием инструментов *Linear Analysis* логарифмические характеристики (рис. 8). Логарифмические амплитудные частотные характеристики (ЛАЧХ) по возмущению показывают степень ослабления влияния механической нагрузки модулей на характеристики систем. Статическая система с П(Д)-регулятором демонстрирует неизменность степени подавления возмущения в пределах полосы пропускания. Астатические системы с ПИ(Д) и ПИ2И(Д)-регуляторами обеспечивают максимальное подавление в области низких частот и сравниваются на границах полосы пропускания по эффективности со статической системой.

В полосе подавления все системы по каналу возмущения ведут себя одинаково, обеспечивая подавление сигналов, как инерционные объекты со свойствами фильтра низких частот, даже имея разные порядки характеристических полиномов: от 2-го до 4-го.

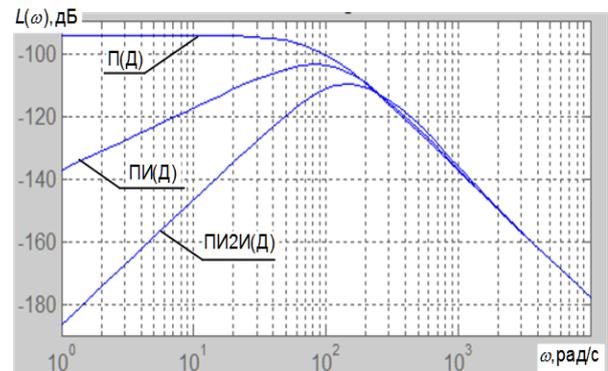


Рис. 8. ЛАЧХ систем позиционирования по возмущению

Анализ приведенных на рис. 9 ЛАЧХ по каналу управления подтверждает достижение системами заданной полосы пропускания для модели модуля с контуром момента в виде инерционного звена 1-го порядка.

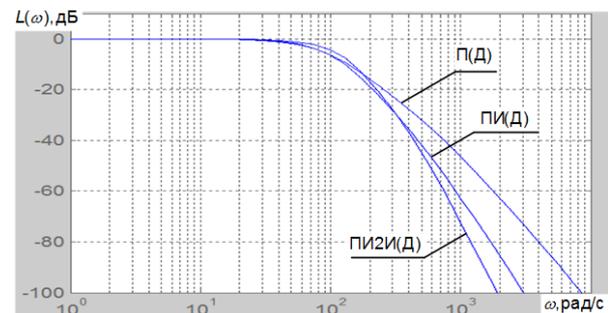


Рис. 9. ЛАЧХ систем позиционирования по управлению

В полосе подавления системы позиционирования ведут себя в соответствии с порядком характеристических полиномов, система с ПИИ(Д)-регулятором обеспечивает большую «помехозащищенность» по каналу управления.

Применение систем позиционирования на основе электромехатронных модулей в робототехнике характеризуется изменением инерционных параметров модулей в достаточно широких пределах. Поэтому актуальным является оценка робастных свойств регуляторов положения и выбор методики их настройки.

Эксперименты, проведенные с модифицированными регуляторами, показывают, что настройка регуляторов на максимальное значение инерционного коэффициента обеспечивает сохранение характеристик позиционирования при вариации параметров объекта от максимального до минимального значения.

На рис. 10 в качестве примера показаны графики позиционирования настроенного на максимум П(Д)-регулятора при предельных значениях инерционного коэффициента объекта. Аналогичная картина наблюдается и у астатических систем с ПИ(Д) и ПИИ(Д)-регуляторами. В случае альтернативной настройки регуляторов на минимум инерции объекта наблюдаем (рис. 11) существенное ухудшение динамики, системы с ПИ(Д) и ПИИ(Д)-регуляторами в этом случае становятся неустойчивыми.

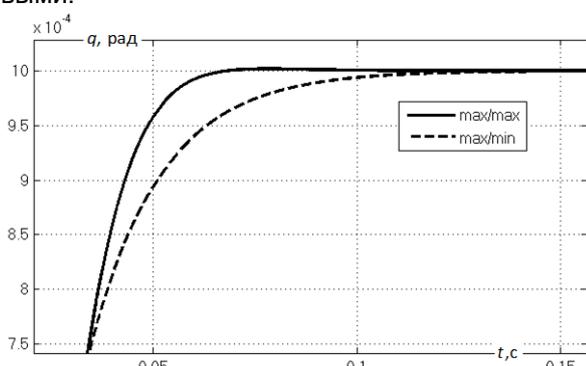


Рис. 10. Графики позиционирования с П(Д)-регулятором при фиксированной настройке на максимум инерционного коэффициента

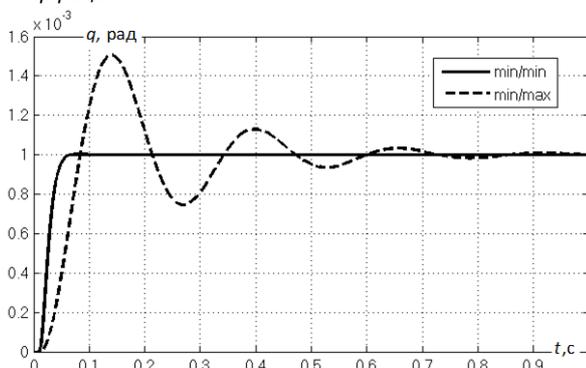


Рис. 11. Графики позиционирования с П(Д)-регулятором при фиксированной настройке на минимум инерционного коэффициента

Заключение

Использование для электромехатронных модулей регуляторов положения, настроенных на динамику Бесселя, обеспечивает характеристики по управлению и возмущению в заданной полосе пропускания, соответствующие типу регулятора (статический, астатический 1-го или 2-го порядка), в режиме позиционирования при действии механических нагрузок и вариации инерционных свойств модуля, что позволяет рекомендовать их применение в машиностроении и робототехнике.

Список литературы

1. Терехов В.М., Осипов А.И. Системы управления электроприводов. – М.: Изд. центр «Академия», 2005. – 304 с.
2. Исследование электропривода подачи для станков с ЧПУ / А.П. Бурков, Е.П. Красильникьянц, А.А. Смирнов, Н.В. Салахутдинов // Вестник ИГЭУ. – 2011. – Вып. 2. – С. 71–76.
3. Красильникьянц Е.П., Варков А.А., Тютиков В.В. Варианты построения систем управления манипуляционным роботом // Вестник ИГЭУ. – 2014. – Вып. 6. – С. 49–56.
4. Глазунов В.Ф., Лебедев С.К., Гнездов Н.Е. Многоосевые электромехатронные системы с нежесткой механикой / ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2013. – 224 с.
5. Лебедев С.К., Колганов А.Р., Гнездов Н.Е. Комбинированное управление в системах позиционирования с наблюдателями нагрузки // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 3. – С. 41–47.
6. Толмачев В.А., Субботин Д.А. Астатическая система управления скоростью электропривода оси сканирования трехосного телескопа // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 4. – С. 58–63.
7. Денисенко В.А. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. – 2006. – № 4. – С. 66–74.
8. Мошиц Г., Хорн П. Проектирование активных фильтров. – М.: Мир, 1984. – 320 с.
9. Лустенберг Г.Е. Активные фильтры: метод указания к курсовому проекту. – Иркутск: Иркут. гос. техн. ун-т, 2000. – 72 с.
10. Лебедев С.К., Колганов А.Р. Исследование характеристик стандартных распределений корней характеристических уравнений для электромехатронных систем позиционирования // Вестник ИГЭУ. – 2014. – Вып. 6. – С. 57–62.

References

1. Terekhov, V.M., Osipov, A.I. *Sistemy upravleniya elektropriwodov* [Electric drive control systems]. Moscow, Izdatel'skiy tsentr «Akademiya», 2005. 304 p.
2. Burkov, A.P., Krasil'nik'yants, E.P., Smirnov, A.A., Salakhutdinov, N.V. *Issledovanie elektropriroda podachi dlya stankov s ChPU* [Research into electric feed drive for machine-tools with numerical program control]. *Vestnik IGEU*, 2011, issue 2, pp. 71–76.
3. Krasil'nik'yants, E.P., Varkov, A.A., Tyutikov, V.V. *Varianty postroyeniya sistem upravleniya manipulyatsionnym robotom* [Design variations of manipulator robot control systems]. *Vestnik IGEU*, 2014, issue 6, pp. 49–56.
4. Glazunov, V.F., Lebedev, S.K., Gnezdov, N.E. *Mnogosvyaznye elektromekhanotronnye sistemy s nezhestkoy mekhanikoy* [Multi-variable electromechatronic systems with nonrigid mechanics]. Ivanovo, 2013. 224 p.
5. Lebedev, S.K., Kolganov, A.H., Gnezdov, N.E. *Combinirovannoe upravlenie v sistemakh pozitsionirovaniya s nablyudatelyami nagruzki* [Combined control in positioning systems with observers of load]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 3, pp. 41–47.

tems with load observers]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 3, pp. 41–47.

6. Tolmachev, V.A., Subbotin, D.A. Astaticeskaya sistema upravleniya skorost'yu elektroprivoda osi skanirovaniya trekhnosnogo teleskopa [Astatic system of speed control in electric drives of three-axis telescope scanning axis]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 4, pp. 58–63.

7. Denisenko, V.A. PID-regulyatory: printsipy postroeniya i modifikatsii [Proportional-integral-derivative controllers: construction and modification principles]. *Sovremennye tekhnologii avtomatizatsii*, 2006, no. 4, pp. 66–74.

8. Moshits, G., Khorn, P. Proektirovanie aktivnykh fil'trov [Active filter design]. Moscow, Mir, 1984. 320 p.

Лебедев Сергей Константинович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок,
телефон (4932) 26-97-09,
e-mail: lebedev@drive.ispu.ru

Колганов Алексей Руфимович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой электропривода и автоматизации промышленных установок,
телефон (4932) 26-97-09,
e-mail: klgn@drive.ispu.ru

9. Lustenberg, G.E. *Aktivnye fil'try: metod. ukazaniya k kursovomu proektu* [Active filters: a course project guide]. Irkutsk, Irkutskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiy universitet, 2000. 72 p.

10. Lebedev, S.K., Kolganov, A.R. Issledovanie kharakteristik standartnykh raspredeleniy korney kharakteristicheskikh uravneniy dlya elektromekhatronnykh sistem pozitsionirovaniya [Signature analysis of standard distributions of radicals of characteristic equations for electromechatronic positioning systems]. *Vestnik IGEU*, 2014, issue 6, pp. 57–62.