

УДК 621.165

Энтропийное моделирование измельчения смеси разнопрочных компонентов твердого топлива¹

В.П. Жуков, Д.А. Осипов, В.Е. Мизонов
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Из литературных источников известны модели, разработанные на основе энтропийного подхода для описания измельчения монодисперсных и полидисперсных однородных порошкообразных материалов. Однако в мельницах и дробилках часто измельчению подвергается смесь разнопрочных неоднородных компонентов, которые в силу технологической необходимости целесообразно разделить на отдельные компоненты. Примером такой технологической необходимости в энергетике является выделение из твердого топлива серного колчедана, попадание которого в газовоздушный тракт котла может приводить к сернистой коррозии оборудования и загрязнению окружающей среды окислами серы. Моделирование в рамках энтропийного подхода измельчения смеси разнопрочных компонентов в целях их эффективного разделения является актуальной задачей для энергетической и смежных отраслей промышленности.

Материалы и методы: Модели измельчения смеси разнопрочных компонентов разработаны на основе принципа максимума информационной энтропии, решение уравнений модели выполнено с использованием методов статистического программирования.

Результаты: На основе принципа максимума информационной энтропии разработано математическое описание измельчения смеси разнопрочных компонентов для случая заданного подвода энергии к каждой фракции компонента и для случая заданного общего подвода энергии к смеси разнопрочных полидисперсных компонентов. В ходе расчетных исследований выявлено влияние характера подвода энергии и граничного размера классификации частиц по крупности на эффективность очистки компонентов смеси.

Выводы: Разработанная математическая модель служит основой для создания более совершенных способов организации процессов измельчения и классификации в технологических системах различного назначения в целях эффективного разделения в них смеси разнопрочных компонентов.

Ключевые слова: измельчение материала, классификация продуктов измельчения, технологические системы измельчения, энтропийный подход, разнопрочные компоненты, эффективное разделение.

Entropy modeling of grinding a mixture of various solid fuel components

V.P. Zhukov, D.A. Osipov, V.E. Mizonov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Abstract

Background: The known models for describing the refinement of monodisperse and polydisperse homogeneous powder materials are based on the entropy approach. However, grinding mills and crushers often deal with a mixture of various non-uniform components, which, due to technological necessity, is expediently divided into separate components. An example of such a technological need in power engineering is the separation of sulfur pyrite from solid fuel, the ingress of which into the gas-air path of the boiler can lead to sulfuric acid corrosion of equipment and pollution of the environment with sulfur oxides. Simulation within the framework of the entropy approach to grinding a mixture of various components with the aim of efficient separation is an urgent task for the power and related industries.

Materials and methods: Models of grinding a mixture of various components are developed according to the principle of information entropy maximum, with the model equations solved by using statistical programming methods.

Results: In accordance with the information entropy maximum principle, we have developed a mathematical description of grinding a mixture of various components for the given energy supply to each fraction of the component and for the case of the given total energy supply to a mixture of differently stable polydisperse components. During the design studies, we determined how the nature of the energy supply and the boundary size of the particle size classification affect the efficiency of cleaning the mixture components.

Conclusions: The developed mathematical model serves as a basis for creation of more perfect ways of organizing grinding and classification processes in technological systems of various purposes for efficient separation of a mixture of various components in them.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-01684).

Key words: grinding, classification of grinding products, technological grinding systems, entropy approach, components of various stability, efficient separation.

DOI: 10.17588/2072-2672.2017.6.040-046

Введение. Из литературных источников [1–4] известны модели, разработанные на основе принципа максимума информационной энтропии. В рамках указанного подхода нами ранее были сформулированы и решены следующие задачи:

- измельчение монофракции однородного материала с заданным энергоподводом [1, 2] (рис. 1,а, задача 1);
- измельчение полидисперсного однородного материала с заданным энергоподводом к каждой фракции [1, 2] (рис. 1,б, задача 2);
- измельчение полидисперсного однородного материала с заданным суммарным энергоподводом при неизвестном распределении энергоподвода по отдельным фракциям [1] (рис. 1,в, задача 3).

Однако в мельницах и дробилках часто измельчению подвергаются не отдельные компоненты, а смесь неоднородных разнопрочных компонентов, которые в силу технологической необходимости целесообразно разделить на отдельные компоненты [5, 6]. Примером такой технологической целесообразности на тепловых электростанциях, сжигающих твердое топливо, является измельчение угля, содержащего включения серного колчедана. Попадание колчедана в энергетические котлы приводит к сернокислой коррозии газовоздушного тракта и загрязнению окружающей среды окислами серы. Следует отметить, что серный колчедан обладает повышенной по сравнению с углем прочностью. Моделирование в рамках энтропийного подхода измельчения смеси разнопрочных компонентов в целях их эффективного разделения является актуальной задачей для энергетической и смежных отраслей промышленности. Расчетная схема подвода энергии к материалу при решении данной задачи проиллюстрирована на рис. 1,г (задача 4).

Целью исследования является моделирование процесса измельчения разнопрочных компонентов и определение наиболее эффективных технологий их разделения.

В качестве объекта исследования выбран процесс измельчения смеси разнопрочных компонентов.

В качестве предмета исследования рассматриваются модели селективного измельчения, позволяющие находить технологии эффективного разделения разнопрочных компонентов.

Методы исследования. Для исследования процесса селективного измельчения предложена математическая модель, построенная на использовании принципа максимума информационной энтропии [7], решение уравнений модели выполнено с использованием методов статистического программирования [8, 9].

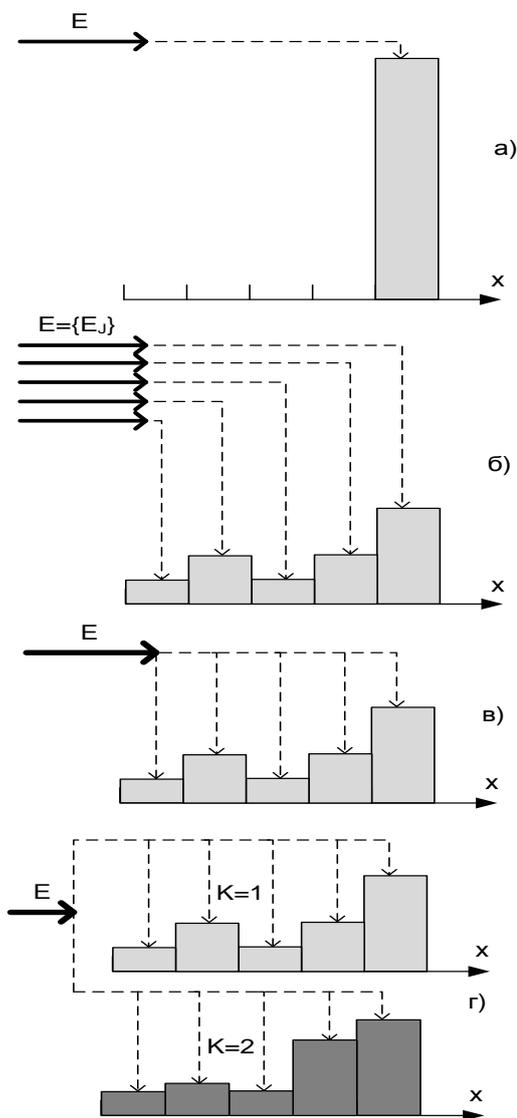


Рис. 1. Расчетные схемы подвода энергии к измельчаемому материалу при различных постановках задач энтропийного моделирования измельчения: а – измельчение монофракции однородного материала с заданным энергоподводом (задача 1); б – измельчение полидисперсного однородного материала с заданным энергоподводом к отдельным фракциям материала (задача 2); в – измельчение полидисперсного однородного материала с заданным суммарным энергоподводом к материалу (задача 3); г – измельчение смеси разнопрочных компонентов для случая заданного общего подвода энергии (задача 4); сплошными линиями со стрелками показаны известные потоки энергии при различных постановках задачи

На рис. 1 представлена расчетная схема подвода энергии к измельчаемому материалу для рассматриваемых задач моделирования измельчения сыпучих материалов. Вдоль оси абсцисс откладывается крупность частиц измельчаемого материала (x), вдоль оси ординат – плотность распределения материала по крупно-

сти f . Сплошными линиями со стрелками показаны известные потоки энергии при различных постановках задачи энтропийного моделирования измельчения.

Известная постановка задачи измельчения монофракции при заданном к ней подводе энергии (рис. 1,а, задача 1) [1] записывается в следующем виде:

$$H = -\sum_i f_i \ln f_i \Rightarrow \max; \quad (1)$$

$$\sum_i f_i = 1; \quad (2)$$

$$\sum_i f_i e_{ij} = E, \quad (3)$$

где H – информационная энтропия; E – энергия, подводимая к монофракции частиц с размером зерен x_j ; $e_{ij} = C_R (1/x_i - 1/x_j)$ – удельная энергия, необходимая для измельчения частиц крупностью x_i до размера x_j ; f_i – искомое распределение продуктов разрушения по крупности.

Прочностные свойства измельчаемого материала характеризуются коэффициентом пропорциональности C_R в энергетическом законе измельчения Риттингера [1]. Балансовые уравнения (2) и (3) соответствуют законам сохранения массы и энергии. Решения задачи (1)–(3) методом неопределенных множителей Лагранжа [6] позволяет найти искомое распределение в виде

$$f_i = \frac{\exp(\mu e_{ij})}{\sum_i \exp(\mu e_{ij})}, \quad (4)$$

где μ – неопределенный множитель Лагранжа, значение которого находится из балансового уравнения (3).

При измельчении полидисперсного материала при заданном распределении энергии между фракциями каждая фракция разрушается независимо и общее решение второй задачи (рис. 1,б) определяется суперпозицией или линейной комбинацией решений, полученных для первой задачи (4). В этом случае для полидисперсного материала с известным гранулометрическим составом $f_0 = \{f_0^j\}$ принцип максимума энтропии записывается отдельно для каждой фракции аналогично (1):

$$H_j = -\sum_i f_i^j \ln f_i^j \Rightarrow \max. \quad (5)$$

Нормировка искомой функции выполняется по продуктам разрушения каждой фракции:

$$\sum_i f_i^j = 1. \quad (6)$$

Баланс энергии записывается также отдельно для каждой фракции:

$$\sum_i f_i^j e_{ij} f_0^j = E_j, \quad (7)$$

где $E = \{E_j\}$ – известный вектор распределения энергии по фракциям частиц разного размера; f_i^j – искомое распределение по крупности продуктов разрушения частиц j фракции, которое нахо-

дится аналогично (4) независимо для каждой фракции [1]:

$$f_i^j = \frac{\exp(\mu^j e_{ij})}{\sum_i \exp(\mu^j e_{ij})}, \quad (8)$$

где μ^j – неопределенный множитель Лагранжа, значение которого находится отдельно для каждой фракции из соответствующего этой фракции балансового уравнения (7).

При неизвестном распределении энергии по фракциям полидисперсного материала (рис. 1,в, задача 3) задача существенно усложняется, так как ее решение ищется в виде совокупности неизвестных функций распределения по размеру продуктов разрушения каждой фракции и распределения энергии между фракциями при известном только общем подводе энергии к измельчаемому материалу. В известной постановке аналогичной задачи [1] энтропия записывается как функция процесса, то есть определяется через вероятности переходов, а не через вероятности состояния системы. Очевидно, что такая постановка требует определенной корректировки, которая и предложена ниже. Энтропию системы, которая является аддитивным параметром состояния системы, предлагается определять как сумму энтропий отдельных ее подсистем, в качестве которых выступают продукты разрушения отдельных фракций. Принцип максимума энтропии с учетом очевидных массовых и энергетических балансовых ограничений записывается следующим образом:

$$H = \sum_j f_0^j H_j = -\sum_j f_0^j \sum_i f_i^j \ln f_i^j \Rightarrow \max; \quad (9)$$

$$\sum_j f_0^j \sum_i f_i^j e_{ij} = E; \quad (10)$$

$$\sum_i f_i^j = 1, \quad \sum_j f_0^j = 1, \quad (11)$$

где $E = \sum_j E_j$ – заданный общий подвод энергии к

измельчаемому полидисперсному материалу.

Следует отметить, что предлагаемая постановка задачи позволяет сравнительно просто сформулировать и решить задачу измельчения смеси разнопрочных компонентов.

При постановке задачи измельчения смеси компонентов (рис. 1,г, задача 4) добавляется еще одна неизвестная функция: распределение энергии по компонентам смеси. Введем новое обозначение искомой функции с тремя индексами: одним нижним, который показывает номер фракции продуктов разрушения, и двумя верхними, которые относятся к номеру разрушаемой фракции (j) и номеру компонента (k). В данном случае принцип максимума энтропии с учетом (9) и балансовых ограничений для k компонентов смеси записывается в обобщенном виде:

$$H = \sum_k \alpha_k H_k = - \sum_k \alpha_k \sum_j f_0^{jk} \sum_i f_i^{jk} \ln f_i^{jk} \Rightarrow \max; \quad (12)$$

$$\sum_k \alpha_k \sum_j f_0^{jk} \sum_i f_i^{jk} e_{ijk} = E; \quad (13)$$

$$\sum_i f_i^{jk} = 1; \sum_j f_0^{jk} = 1; \sum_k \alpha_k = 1, \quad (14)$$

где α_k – массовая доля компонента в смеси, индекс k показывает номер компонента.

В частности, для смеси двух компонентов, которая рассматривается далее, принцип максимума энтропии с учетом (12) может быть записан в виде

$$H = \sum_k \alpha_k H_k = \alpha_1 H_1 + \alpha_2 H_2 \Rightarrow \max.$$

Задача моделирования измельчения разнопрочных компонентов (12)–(14) является наиболее общей задачей энтропийного моделирования процесса измельчения, при этом предыдущие постановки задачи являются ее частными случаями.

Для численного решения обобщенной задачи (12)–(14) разработан метод, построенный на синтезе аналитического решения (4) для измельчения монофракции с заданным энергоподводом и численного решения задачи оптимального распределения энергии по фракциям каждого компонента, обеспечивающего максимальное значение целевой функции оптимизации (12). Решение оптимизационной задачи выполняется на основе методов статистического программирования [7]. Разработанный метод и алгоритм решения задачи (12)–(14) включает следующие этапы:

1. Генерация случайным образом вектора распределения энергии по фракциям компонентов $\mathbf{E} = \{E_j\}$.

2. Расчет согласно (3)–(4) гранулометрического состава продуктов разрушения каждой фракции при заданном подводе энергии. Расчет результирующего гранулометрического состава продуктов разрушения как смеси гранулометрических составов продуктов разрушения отдельных фракций.

3. Расчет согласно (12) значения энтропии состояния системы после разрушения.

4. Если найденное значение энтропии больше максимального, то максимальное значение и оптимальные искомые распределения обновляются.

5. Пункты 1–4 повторяются заданное число раз или до достижения заданного значения целевой функции. Результаты решения выводятся в виде графиков или таблиц.

Разработанный алгоритм реализован в виде программного модуля в среде программирования Matlab. С его использованием проведены расчетные исследования для тестирования модели и определения эффективных условий разделения смеси разнопрочных компонентов.

Результаты и обсуждение. В качестве интегральной оценки эффективности обогащения был использован показатель степени очистки, значение которого при полном выделении ключевого компонента в целевом продукте равно единице, а при отсутствии разделения – нулю:

$$\varepsilon = M_1 / M_{10} - M_2 / M_{20}, \quad (15)$$

где ε – степень очистки смеси; M_1, M_2 – массопотоки компонентов с разной прочностью на выходе из установки в целевом продукте; M_{10}, M_{20} – аналогичные величины на входе в установку.

Значения M_1, M_2 определялись в ходе расчетных исследований по предложенной модели измельчения смеси (12)–(14). Кроме модели измельчения, для определения степени очистки (15) использована модель идеального разделения с одинаковым для каждого компонента смеси граничным размером разделения [10]. Прочностные свойства компонентов при выполнении расчетов характеризуются коэффициентом пропорциональности C_R в энергетическом законе измельчения Риттингера [1].

Полученные результаты решения задач при различной их постановке представлены ниже.

Пример решения задачи 1 в виде зависимости массовой доли проходов частиц компонентов смеси F через контрольное сито с размером ячеек x при независимом измельчении прочного (сплошная линия) и менее прочного (пунктирная линия) компонентов ($C_{R1}/C_{R2} = 40$) смеси представлен на рис. 2. Анализ результатов показал, что различия в массовых долях для разных размеров фракций и при разном энергоподводе существенно различаются.

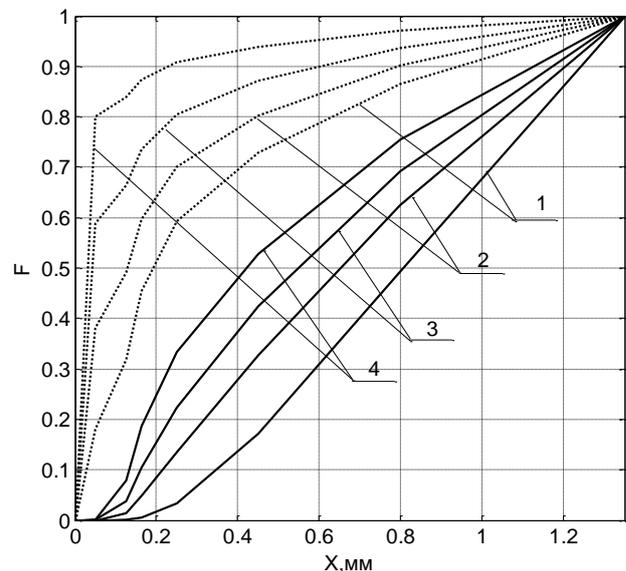


Рис. 2. Гранулометрические составы продуктов измельчения смеси монофракций прочного (сплошная линия) и менее прочного (пунктирная линия) компонентов смеси ($C_{R1}/C_{R2} = 40$) при одинаковом подводе к ним энергии и при независимом их измельчении (задача 1): 1 – $E = 10$; 2 – $E = 20$; 3 – $E = 30$; 4 – $E = 40$ условных единиц энергии (у.е.э)

Для оценки возможного обогащения при использовании классификации продуктов измельчения по разному граничному размеру [10] проведены соответствующие расчетные исследования, результаты которых приведены на рис. 3. Расчетные результаты представлены в виде зависимости степени очистки смеси компонентов от подвода энергии при различных соотношениях прочностных свойств материалов и при классификации по разным граничным размерам (задача 2). Анализ полученных результатов показал, что увеличение граничного размера разделения смещает значение максимальной степени очистки в область меньших удельных энергоподводов. Максимальное значение степени очистки, согласно зависимостям на рис. 3,а,б, увеличивается с ростом различия прочностных свойств компонентов.

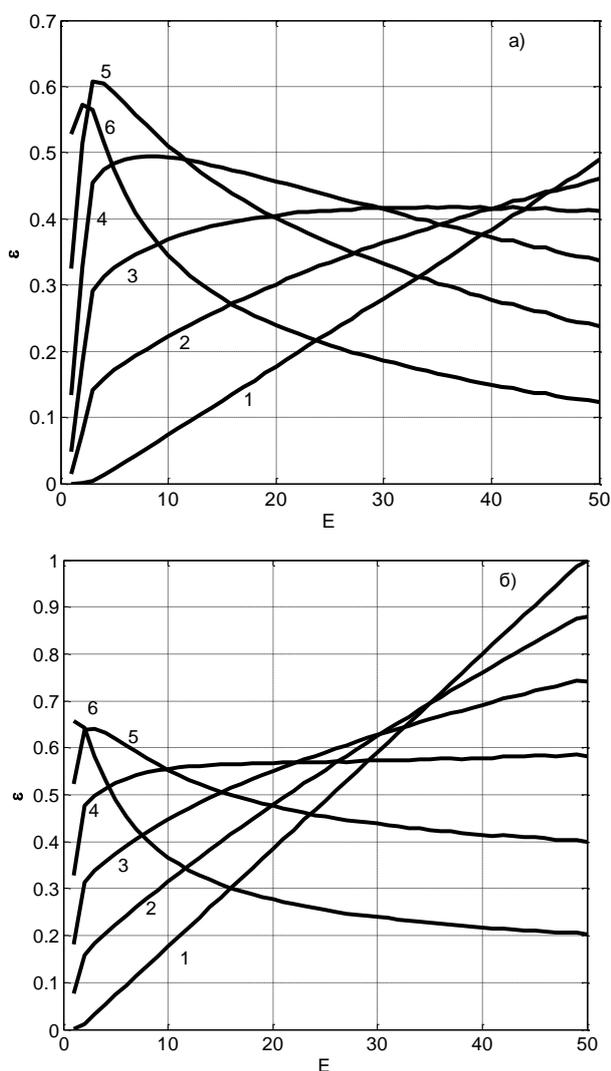


Рис. 3. Зависимость степени очистки компонентов от подвода энергии при различных соотношениях прочностных свойств материалов: а – $C_{R1}/C_{R2} = 20$; б – $C_{R1}/C_{R2} = 40$; и при разном граничном размере разделения классификации: 1 – $x_f = 10$; 2 – $x_f = 125$; 3 – $x_f = 165$; 4 – $x_f = 250$; 5 – $x_f = 450$; 6 – $x_f = 800$ мкм (задача 2)

Результаты решения задачи 3 представлены на рис. 4 в виде гранулометрических составов

осколков дробления и распределения энергии по фракциям разрушаемого материала. Следует отметить, что известная [1] гипотеза о подводе энергии к фракции пропорционально ее массовой доле не подтвердилась в рамках проведенных исследований. При различном суммарном энергоподводе к материалу кривые распределения энергии (рис. 4, кривые 2, 3) различаются, хотя гранулометрический состав исходного порошка оставался при этом без изменения. Отклонение вида зависимости распределения энергоподвода к фракциям от распределения материала по фракциям свидетельствует о неподтверждении данной гипотезы расчетными результатами, полученными в рамках энтропийного моделирования измельчения.

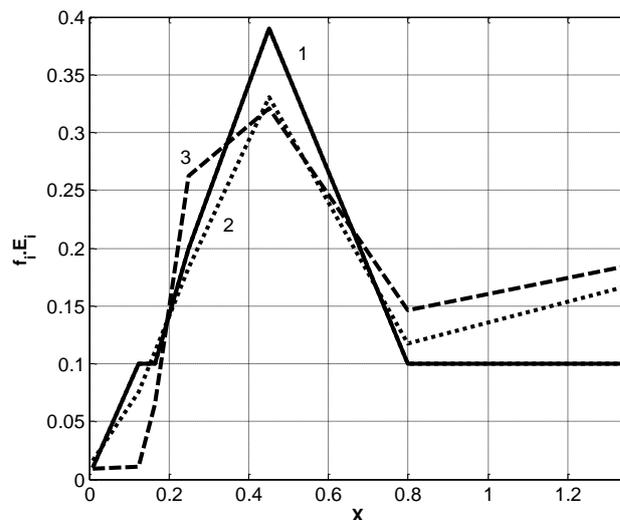


Рис. 4. Гранулометрический состав исходного продукта (1) и отнормированное распределение энергии по фракциям при разном суммарном подводе энергии к измельчаемому материалу: 2 – $E = 10$; 3 – $E = 40$ у.е.э. (задача 3)

Результаты тестирования предложенного метода решения задачи 4 с помощью представленного выше алгоритма приведены на рис. 5. В данном случае показано распределение продуктов измельчения по крупности для двух компонентов при одинаковых и разных прочностных свойствах обоих компонентов. Пример с одинаковыми прочностными свойствами компонентов выбран в качестве теста и показан на рис. 4 кривой 1 для одного и точками для другого компонента. Практическое совпадение гранулометрических составов продуктов измельчения свидетельствует о достоверности предложенного описания и метода решения задачи, а также о возможности его дальнейшего использования для анализа процесса разделения компонентов.

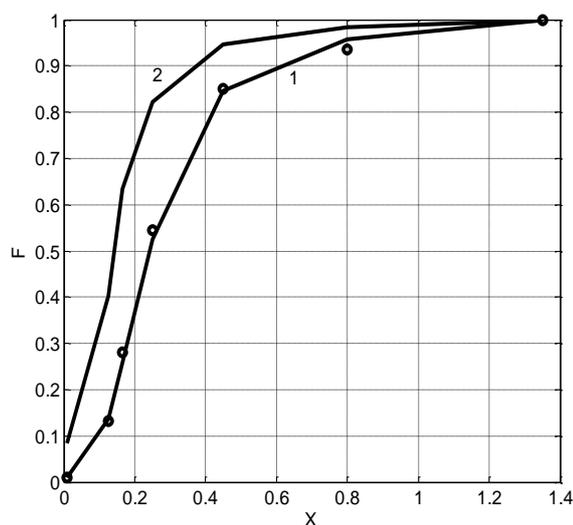


Рис. 5. Гранулометрический состав продуктов измельчения первого компонента (сплошная линия) и второго компонента (точки) при различном соотношении прочности компонентов смеси: 1 – $C_{R1}/C_{R2} = 1$ (тест); 2 – $C_{R2}/C_{R1} = 20$ (задача 4)

Выводы. Разработанная математическая модель служит основой для создания более эффективных методов организации процессов разделения компонентов в технологических установках различного назначения.

Список литературы

1. Mizonov V.E., Zhukov V.P., Bernotat S. Simulation of Grinding: New Approaches. – Ivanovo, 1997. – 108 p.
2. The modelling of grinding process by means of the principle of maximum entropy / V. Zhukov, V. Mizonov, P. Filitchev, S. Bernotat // Powder Technology. – 1998. – V. 95. – P. 248.
3. Lattice Gas Automata Model for the Coupled Heat Transfer and Chemical Reaction of Gas Flow Around and Through a Porous Circular Cylinder / H. Chen, Z. Zheng, Z. Chen, T. Xiaotao // Entropy. – 2016. – 18(1). – 2; doi:10.3390/e18010002
4. Kostina A, Plekhov O. The Entropy of an Armco Iron under Irreversible Deformation // Entropy. – 2015. – 17(1). – 264–276; doi: 10.3390/e17010264.
5. Ревнивцев В.И. Селективное разрушение минералов. – М.: Недра, 1988. – 286 с.

6. Комиссаров Ю.А., Гордеев Л.С., Вент Д.П. Процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 2011. – 1230 с.

7. Вильсон А. Энтропийные методы моделирования сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 248 с.

8. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Дрофа, 2004. – 207 с.

9. Таха Х. Введение в исследование операций – М.: Вильямс, 2005. – 901 с.

10. Мизонов В.Е., Ушаков С.Г. Аэродинамическая классификация порошков. – М.: Химия, 1989. – 160 с.

References

1. Mizonov, V.E., Zhukov, V.P., Bernotat, S. Simulation of Grinding: New Approaches. Ivanovo, 1997. 108 p.
2. Zhukov, V., Mizonov, V., Filitchev, P., Bernotat, S. The modelling of grinding process by means of the principle of maximum entropy. Powder Technology, 1998, vol. 95, p. 248.
3. Chen, H., Zheng, Z., Chen, Z., Xiaotao, T. Lattice Gas Automata Model for the Coupled Heat Transfer and Chemical Reaction of Gas Flow Around and Through a Porous Circular Cylinder. Entropy, 2016, 18(1), p. 2; doi: 10.3390/e18010002
4. Kostina, A., Plekhov, O. The Entropy of an Armco Iron under Irreversible Deformation. Entropy, 2015, 17(1), pp. 264–276; doi:10.3390/e17010264.
5. Revnitssev, V.I. *Selektivnoe razrushenie mineralov* [Selective crushing of minerals]. Moscow, Nedra, 1988. 286 p.
6. Komissarov, Yu.A., Gordeev, L.S., Vent, D.P. *Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Processes and apparatuses of chemical technology]. Moscow, Khimiya, 2011. 1230 p.
7. Wilson, A. *Entropiynnye metody modelirovaniya slozhnykh sistem* [Entropy methods of complex system simulation]. Moscow, Nauka, 1978. 248 p.
8. Venttsel, E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* [Operations research: problems, principles, methods]. Moscow, Drofa, 2004. 207 p.
9. Takha, Kh. *Vvedenie v issledovanie operatsiy* [Introduction to operations research]. Moscow, Vil'yams, 2005. 901 p.
10. Mizonov, V.E., Ushakov, S.G. *Aerodinamicheskaya klassifikatsiya poroshkov* [Aerodynamic classification of powders]. Moscow, Khimiya, 1989. 160 p.

Жуков Владимир Павлович,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,

адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,

телефон (4932) 26-97-45,

e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Zhukov Vladimir Pavlovich,

Ivanovo State Power Engineering University,

Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor, Head of the Applied Mathematics Department,

address: Ivanovo, 34 Rabfakovskaya St., Building A, Room 202,

tel.: (4932) 26-97-45,

e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Осипов Дмитрий Александрович,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: dima-link@mail.ru
Osipov Dmitry Andreyevich,
Ivanovo State Power Engineering University, Post-Graduate Student of the Applied Mathematics Department,
address: Ivanovo, Rabfakovskaya St., 34, Building A, Room 202, telephone (4932) 26-97-45,
e-mail: dima-link@mail.ru

Мизонов Вадим Евгеньевич,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 208,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: mizonov46@mail.ru
Mizonov Vadim Evgenyevich,
Ivanovo State Power Engineering University,
Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor of the Applied Mathematics Department,
address: Ivanovo, 34 Rabfakovskaya St., Building A, Room 208,
tel.: (4932) 26-97-45,
e-mail: mizonov46@mail.ru