

УДК 621.928

Обоснование выбора зависимости, используемой для аппроксимации кривой разделения Тромпа

С.И. Шувалов¹, С.С. Новосельцева², В.П. Жуков¹

¹ ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», г. Иваново, Российская Федерация

² IntelliVision, г. Нижний Новгород, Российская Федерация
E-mail: ShuvalovS@rambler.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса. Для расчета процесса классификации порошковых материалов по крупности используется кривая разделения Тромпа, представляющая собой зависимость вероятности выделения частицы в мелкий или крупный продукты разделения от размера частицы. Значения этих вероятностей определяются экспериментально по результатам дисперсного анализа продуктов разделения. Для прогностических расчетов используются различные аналитические зависимости, аппроксимирующие зависимость, в которых согласование между расчетными и опытными данными производится соответствующим подбором значений численных коэффициентов, входящих в эти зависимости. Разнообразие аналитических зависимостей, используемых для аппроксимации экспериментальных данных, затрудняет сопоставление результатов, полученных в результате исследования различных типов классификаторов. В связи с этим необходимо провести анализ используемых зависимостей и выбрать оптимальные варианты.

Материалы и методы. Анализ проведен на основании имеющихся экспериментальных данных об эффективности разделения пыли в классификаторах разных конструкций с использованием методов статистической обработки.

Результаты. Рассмотрены девять вариантов аналитических зависимостей, наиболее часто используемых для описания кривых разделения. По результатам разделения нескольких материалов в различных типах классификаторов статистическими методами по критерию Фишера оценена адекватность аппроксимации кривой разделения каждой из этих зависимостей и проведено ранжирование по соответствию расчетных значений экспериментальным результатам. Показано, что в большинстве случаев при соответствующей эффективности разделения классификаторов все формулы адекватно описывают результаты экспериментов. Это объясняет многообразие используемых зависимостей. Однако при изменении эффективности классификации наиболее теоретически обоснованные формулы, предложенные О. Молерусом, приводят к принципиальному расхождению между опытными и расчетными данными, что сужает область их использования.

Выводы. Для практического применения рекомендованы формула Плитта и интегральная функция логарифмически нормального распределения Гаусса, обеспечивающие наилучшее согласование экспериментальных и расчетных значений во всем представляющем практический интерес диапазоне эффективности разделения.

Ключевые слова: кривая разделения Тромпа, аппроксимация кривых разделения, дисперсный анализ пыли, параметры идентификации

Justifying the choice of a dependence for the Tromp separation curve approximation

S.I. Shuvalov¹, S.S. Novoseltseva², V.P. Zhukov¹

¹ Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

² IntelliVision, Nizhny Novgorod, Russian Federation
E-mail: ShuvalovS@rambler.ru

Abstract

Background. Calculations for classifying powder materials by size are made based on the Tromp separation curve, a dependence of the probability of particle separation into small or large separation products on the particle size. The values of these probabilities are determined experimentally from the results of dispersive analysis of the separation products. Prognostic calculations are made based on various analytical dependences, approximating dependences, in which the agreement between the calculated and experimental data is achieved by an appropriate selection of the numerical coefficient values included in these dependences. The diversity of analytical dependences used to approximate experimental data makes it difficult to compare the results obtained by applying various types of classifiers. All this makes it necessary to analyse the dependences used and to select the optimal variants.

Materials and methods. The analysis has been done based on the available experimental data about the efficiency of dust separation in classifiers of different types by applying methods of statistical analysis.

Results. The paper considers nine variants of analytical dependences, most often used to describe separation curves. According to the results of separating several materials in different types of classifiers by statistical methods according to the Fisher criterion, we have evaluated the adequacy of approximation of the separation curve of each of these dependences and ranked them according to the calculated values of the experimental results. It is shown that in most cases, at the corresponding efficiency of classifiers separation, all the formulas adequately describe the experimental results. This explains the variety of dependences used. However, when the classification efficiency changes, the most theoretically justified formulas proposed by O. Molerus lead to a fundamental discrepancy between the experimental and calculated data, which narrows the scope of their use.

Conclusions. For practical application, we recommend the Plitt formula and the integral function of the log-normal Gaussian distribution, providing the best agreement between the experimental and calculated values in the whole separation efficiency range that is of practical interest.

Key words: Tromp separation curve, approximation of separation curves, dispersion analysis, identification parameters

DOI: 10.17588/2072-2672.2018.6.015-023

Введение. Расчет процесса классификации базируется на кривой разделения Тромпа $\varphi_{\delta}(\delta)$, представляющей зависимость вероятности выделения частицы размера δ в мелкий или крупный продукты разделения [1–3]. Значения $\varphi_{\delta}(\delta_i)$ называются фракционными КПД выделения частиц размера δ_i в мелкий продукт разделения.

С помощью кривой разделения при известном дисперсном составе $R_1(\delta)$ и потоке исходного материала B_1 можно рассчитать потоки и дисперсные составы

- крупного продукта разделения:

$$B_2 = B_1(1 - \bar{\varphi});$$

$$R_2(\delta) = \frac{1}{1 - \bar{\varphi}} \int_0^{R_1(\delta)} [1 - \varphi_{\delta}(\xi)] dR_1(\xi);$$

- мелкого продукта разделения:

$$B_3 = B_1 \bar{\varphi};$$

$$R_3(\delta) = \frac{1}{\bar{\varphi}} \int_0^{R_1(\delta)} \varphi_{\delta}(\xi) dR_1(\xi).$$

Здесь $\bar{\varphi} = \frac{1}{100} \int_0^{100} \varphi_{\delta}(\xi) dR_1(\xi)$ – полный вынос

классификатора (доля выделенного в мелкий продукт исходного материала); ξ – текущий размер частицы.

Кривая разделения $\varphi_{\delta}(\delta)$ зависит от конструкции классификатора и режима его работы. Для расчета процесса классификации необходимо указать фракционные КПД $\varphi_{\delta}(\delta_i)$ при дискретном представлении дисперсного состава $R_1(\delta_i)$ или аналитический вид функции $\varphi_{\delta}(\delta)$.

Существует несколько подходов к решению этой задачи. Наиболее общее решение достигается в том случае, когда значения вероятностей рассчитываются по математическим моделям случайного процесса классификации, учитывающим конструктивные параметры классификатора и режимные параметры процесса [4–8]. Вопрос о соответствии представления расчетных значений $\varphi_{\delta}(\delta)$ действительным значениям в реальном процессе сво-

дится к адекватности математических моделей и точности оценки параметров их идентификации.

Этот подход эффективен в том случае, когда целью расчета является теоретическая оценка влияния отдельного параметра математической модели на процесс классификации и выбор направления совершенствования процесса, но недостаточно точен при проектировании конструкции классификатора или выборе режима его работы.

Другим предельным случаем является указание фиксированного набора значений $\varphi_{\delta}(\delta_i)$ в виде вектор-столбца или матрицы, определенных по экспериментальным данным и остающихся неизменными при дальнейших расчетах [9–12]. Такой подход обеспечивает наилучшее согласование расчетных и экспериментальных результатов при условии, что конструкция и режим работы классификатора не будут изменяться, но недопустим, если это условие не выполняется.

Метод представления кривой разделения путем аппроксимации определенных экспериментально значений $\varphi_{\delta}(\delta_i)$ двухпараметрическими функциями [13–21], в которых один параметр определяет граничный размер разделения $\delta_{гр}$, являющейся режимным параметром, а второй отражает эффективность разделения классификатора и по существу является конструктивным параметром, объединяет оба подхода и частично обладает их достоинствами и недостатками.

Для реализации этого метода график аппроксимирующей функции должен соответствовать расположению экспериментально определенных значений $\varphi_{\delta}(\delta_i)$, при этом не требуется, чтобы параметры аппроксимирующей функции были связаны непосредственно с конструкцией классификатора или с режимными параметрами (скоростью, концентрацией, положением регулирующих органов и т.д.). При этом негласно предполагается, что при изменении условий работы классификатора и изменении расположения экспериментальных значений $\varphi_{\delta}(\delta_i)$ общий вид аппроксимирующей функции не изменится, а согласование расчетных и экспериментальных

значений будет достигнуто соответствующим изменением параметров функции.

Этот метод аппроксимации кривой разделения наиболее удобен и часто применяется при разработке конструкции или настройке режима работы классификатора. Однако свобода в выборе общего вида аппроксимационной функции привела к большому набору формул, используемых для представления кривых разделения.

Работа классификатора характеризуется двумя показателями: граничным размером разделения и эффективностью процесса разделения. Граничный размер разделения $\delta_{гр}$ определяется вполне однозначно: это размер частицы, для которой равновероятно попадание в мелкий и крупный продукты разделения. По кривой разделения этот параметр находится из условия $\varphi_{\delta}(\delta_{гр}) = 0,5$.

Применительно к реальному аппарату кривая разделения имеет S-образную форму. В идеальном процессе она вырождается в ломаную линию

$$\varphi_{\delta,ид}(\delta) = \begin{cases} 1 & \delta < \delta_{гр}, \\ 0,5 & \delta = \delta_{гр}, \\ 0 & \delta > \delta_{гр}. \end{cases}$$

Для оценки эффективности разделения используется несколько параметров, определяемых по кривой разделения. Наиболее наглядной характеристикой является четкость разделения, характеризующая наклон кривой разделения в характерной точке, т.е. величина

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta}.$$

С.Г. Ушаковым [2] предложено оценивать эффективность разделения классификатора по двум интегральным параметрам: по степени извлечения мелких частиц в мелкий продукт разделения (КПД классификатора)

$$\eta = \int_0^1 \varphi_{\delta}(\bar{\delta}) d\bar{\delta} \quad (1)$$

и степени загрязнения мелкого продукта разделения крупными частицами (степень проскока)

$$\varepsilon = \int_1^{\delta_{пред}} \varphi_{\delta}(\bar{\delta}) d\bar{\delta}. \quad (2)$$

Здесь $\bar{\delta} = \delta/\delta_{гр}$ – относительный размер частицы; $\delta_{пред}$ – наибольший размер частицы в полидисперсной смеси, подаваемой в классификатор.

Многообразие формул, используемых для аппроксимации кривой разделения $\varphi_{\delta}(\delta)$, затрудняет сопоставление характеристик классификаторов, полученных различными авторами.

В связи с этим необходима оценка соответствия формул, используемых для аппроксимации кривых разделения, экспериментальным данным и определение соотношения характеристик эффективности разделения классификато-

ров, полученных по различным аппроксимационным формулам.

Методы исследования. Ограничимся только двухпараметрическими функциями, в которых один параметр соответствует граничному размеру разделения частиц, а второй параметр отражает совершенство конструкции классификатора.

Среди многообразия формул в первую очередь следует отметить зависимость О. Молеруса, полученную на основании анализа стохастической модели движения частицы в зоне разделения [4]:

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \frac{1}{1 + e^{-km_1 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]}}. \quad (3)$$

Позднее [5] им был предложен уточненный вариант зависимости:

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 e^{-km_2 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]}}. \quad (4)$$

Расположение экспериментальных точек кривой разделения напоминает вид кривой полных остатков $R(\delta)$, описывающей гранулометрический состав порошкообразных материалов. Поэтому представляется логичной попытка представить кривую разделения в виде распределения Розина-Раммлера:

$$\varphi_{\delta}(\delta) = e^{-\ln(2) \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{kr}}. \quad (5)$$

В таком виде кривая разделения представлена в [13].

Также часто цитируемой является аппроксимация кривой разделения классификатора в виде [14, 15, 16]

$$\varphi_{\delta}(\delta) = 1 - \frac{e^{kl \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)} - 1}{e^{kl \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)} + e^{kl} - 2}. \quad (6)$$

В [17, 18, 19] для описания кривой разделения использовалась формула Плита:

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{ks}}. \quad (7)$$

На основании решения уравнения Колмогорова–Фоккера–Планка для движения частицы в центробежном поле в [6] получена зависимость для кривой разделения частиц в центробежном поле в виде

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \frac{1}{1 + \frac{w}{w_{гр}} e^{-kp \left(1 - \frac{w}{w_{гр}} \right)}},$$

где $w_{гр}$ – скорость центробежного осаждения (равновесная скорость).

Для закона сопротивления Стокса эта зависимость

$$\frac{w}{w_{гр}} = \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2$$

переходит в формулу (2). Для закона сопротивление Аллена

$$\frac{w}{w_{гр}} = \frac{\delta}{\delta_{гр}}$$

полученная зависимость принимает вид

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right) \cdot e^{-kp \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)}} \quad (8)$$

В справочнике по пыле- и золоулавливаю¹² для расчета процессов предлагается использовать кривую разделения, основанную на распределении Гаусса в виде

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt \right), \quad (9)$$

где

$$t = \frac{\ln \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)}{kf}$$

В [20] для кривой разделения была предложена разрывная функция в виде

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \begin{cases} 1 - e^{-\ln(2) \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{kr}} & \delta > \delta_1, \\ a & \delta \leq \delta_1, \end{cases} \quad (10)$$

где $\delta_1 = \delta_{гр}/2$.

Этот же вид аппроксимационной зависимости был предложен в [21] при определении параметра δ_1 из условия равенства площади под кривой разделения в интервале $0 < \delta < \delta_{гр}$ и КПД классификатора η :

$$\varphi_{\delta}(\delta) = \begin{cases} 1 - e^{-\ln(2) \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{kr}} & \delta > \delta_a, \\ \varphi_{\delta}(\delta_a) & \delta \leq \delta_a, \end{cases} \quad (11)$$

где размер δ_a находится численным методом из уравнения

$$\eta = \frac{\delta_a \varphi_{\delta}(\delta_a) + \int_{\delta_a}^{\delta_{гр}} \varphi_{\delta}(\delta) d\delta}{\delta_{гр}}$$

Параметры $km_1, km_2, kr, ks, kl, kp, kf$ отражают совершенство конструкции и неидеальность процесса классификации и при выбранном виде аппроксимационной зависимости также могут использоваться в качестве характеристики эффективности разделения классификатора.

¹² Справочник по пыле- и золоулавливаю / М.И. Биргер, А.Ю. Вальдберг, Б.И. Мягков и др. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 312 с.

Идентификация параметров функций производилась по экспериментальным данным $\varphi_{\delta}(\delta_i)$ методом наименьших квадратов при минимизации суммы:

$$S = \sum_{i=1}^n [\varphi_{\delta}(\delta_i) - \hat{\varphi}_{\delta}(\delta_i)]^2,$$

где $\hat{\varphi}_{\delta}(\delta_i)$ – значения кривой разделения, рассчитанные по аппроксимационным формулам для фиксированных размеров частиц δ_i .

Адекватность описания экспериментальных данных аппроксимирующей функцией оценивалась по критерию Фишера

$$F = \frac{\overline{S}_0^2}{\overline{S}_{ост}^2},$$

где общая и остаточная дисперсии рассчитывались по формулам:

$$\overline{S}_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [\varphi_{\delta}(\delta_i)]^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \varphi_{\delta}(\delta_i) \right)^2}{n-1};$$

$$\overline{S}_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [\varphi_{\delta}(\delta_i) - \hat{\varphi}_{\delta}(\delta_i)]^2}{n-2}.$$

Результаты исследования. Для корректного сопоставления общего вида аппроксимационных зависимостей (1)–(9) значения параметров функций были определены для одинаковой четкости разделения.

Для формулы (3)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = - \frac{2 km_1 \frac{\delta}{\delta_{гр}} e^{-km_1 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]}}{\left\{ 1 + e^{-km_1 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]} \right\}^2}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = - \frac{km_1}{2}. \quad (12)$$

Для формулы (4)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = \frac{-\frac{2\delta}{\delta_{гр}} e^{-km_2 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]} \left[1 + km_2 \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]}{\left\{ 1 + \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right) e^{-km_2 \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^2 \right]} \right\}^2}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = - \frac{1 + km_2}{2}. \quad (13)$$

Для формулы (5)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = -\ln(2) \cdot kr \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{kr-1} \cdot e^{-\ln(2) \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -\frac{\ln(2) \cdot kr}{2} \tag{14}$$

Для формулы (6)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = -\frac{kl \cdot e^{kl \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)} \cdot (e^{kl} - 1)}{\left[e^{kl \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)} + e^{kl} - 2 \right]^2}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -\frac{kl \cdot e^{kl}}{4 \cdot (e^{kl} - 1)} \tag{15}$$

Для формулы (7)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = -\frac{ks \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{ks-1}}{\left[1 + \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)^{ks} \right]^2}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -\frac{ks}{4} \tag{16}$$

Для формулы (8)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = -\frac{\left(1 + kp \frac{\delta}{\delta_{гр}} \right) e^{-kp \left(1 - \frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)}}{\left[1 + \frac{\delta}{\delta_{гр}} e^{-\left(1 - \frac{\delta}{\delta_{гр}} \right)} \right]^2}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -\frac{1 + kp}{4} \tag{17}$$

Для формулы (9)

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta)}{d\delta} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\frac{\left[\ln \left(\frac{\delta}{\delta_{гр}} \right) \right]^2}{kf^2}}}{kf \frac{\delta}{\delta_{гр}}}$$

при $\delta = \delta_{гр}$

$$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -\frac{1}{\sqrt{\pi} kf} \tag{18}$$

Для формул (10), (11) производные определяются формулой (14), так как участок кривой разделения при $\delta > \delta_{гр}$ совпадает с формулой (5).

На рис. 1 представлен вид зависимостей (3)–(9), рассчитанных для значения

$\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -0,5$. Графики функций разделяются на три группы. Первую группу образует формула Молеруса (3): только она допускает попадание частиц нулевого размера в крупный продукт разделения, $\varphi_{\delta}(0) < 1$. Во вторую группу входят формулы (5), (6) и (8). Эти зависимости обеспечивают меньшую вероятность попадания крупных частиц в мелкий продукт разделения. Третью группу образуют формулы (4), (7) и (9), для которых эта вероятность выше.

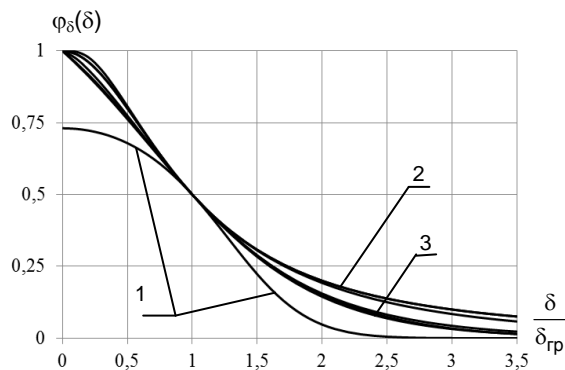


Рис. 1. Аппроксимация кривой разделения зависимостями (3)–(9) при $\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -0,5$: 1 – формула (3); 2 – формулы (5), (6), (8); 3 – формулы (4), (7), (9)

Значение производной $\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -0,5$

соответствует достаточно высокой эффективности разделения. Для анализа влияния эффективности разделения на вид кривых разделения были проведены расчеты по формулам (3)–(9) для зависимостей, рассчитанных при значении $\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -0,4$. Результаты расчета представлены на рис. 2.

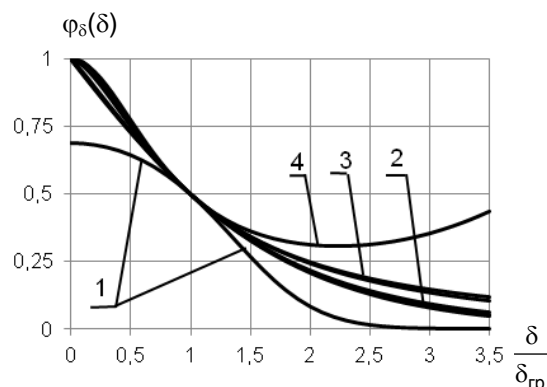


Рис. 2. Аппроксимация кривой разделения зависимостями (1)–(7) при $\frac{d\varphi_{\delta}(\delta_{гр})}{d\delta} = -0,4$: 1 – формула (1); 2 – формулы (3), (4), (6); 3 – формулы (5), (7); 4 – формула (2)

Снижение эффективности разделения привело к принципиальным изменениям графика только для зависимости (2), которая в области $\delta > \delta_{гр}$ начинает предсказывать при увеличении размера частиц возрастание вероятности их выделения в мелкий продукт.

Вид кривой разделения зависит как от конструкции классификатора, так и от режима его работы, связанного со свойствами разделяемого порошка и требуемой крупностью продукта разделения. Для оценки соответствия аппроксимирующих зависимостей реальным процессам для нескольких опытов, проведенных на промышленных классификаторах различной конструкции при разделении различных материалов, по известной методике [2, 22] были рассчитаны фракционные КПД и по формулам (3)–(11) определены аппроксимационные зависимости. Характеристики классификаторов и виды разделяемого материала приведены в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики опытов

№	Тип классификатора	Материал	Граница разделения, мкм
1	Центробежный статический с плоской зоной	аммофос	93,5
2	Центробежный статический с плоской зоной	полиэтиленоксид	65,65
3	Центробежный статический с плоской зоной	кварц	15,3
4	Центробежный статический с плоской зоной	искусственный графит	103,0
5	Центробежный статический с плоской зоной	природный графит	125,1
6	Центробежный динамический типа «Микроплекс»	нефелин	38,0
7	Центробежный динамический типа КОВ-500	нефтяной кокс	74,4
8	Гравитационный с пересыпными полками	искусственный графит	112,8
9	Гравитационный с пересыпными полками	искусственный графит	336,4
10	Гравитационный с пересыпными полками	фосфорит	216,8

Таблица 2. Проверка адекватности аппроксимаций по критерию Фишера

Формула	Номера опытов									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(3)	5,33*	20,5	11,86	9,36	47,12	2,54*	6,51	3,24	6,20*	4,84*
(4)	30,28	190,2	34,40	13,16	9,16	3,91*	1,01*	27,09	3,99*	27,70
(5)	17,78	140,6	66,3	33,9	12,48	3,62*	87,4	44,5	71,8	21,02
(6)	14,05	145,6	58,3	46,4	14,25	3,59*	40,12	28,11	68,3	17,41
(7)	50,08	117,0	30,7	17,45	6,50*	5,34*	31,40	107,6	771,6	84,22
(8)	17,57	213,7	55,80	31,96	12,45	3,77*	37,80	32,49	81,20	21,71
(9)	42,87	116,8	41,62	15,87	6,92*	4,29*	33,04	162,9	417,0	70,12
(10)	36,77	26,40	16,32	8,00	4,05*	6,84	15,98	11,16	378,8	61,40
(11)	29,29	26,40	16,32	10,17	4,05*	6,84	15,98	133,2	378,8	61,40
$F_{кр}$	9,12	4,95	9,12	3,39	9,12	6,26	4,95	2,79	9,12	9,12

Таблица 3. Ранжирование аппроксимационных формул

Формула	Номера опытов										Сумма баллов	Место
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
(3)	9*	9	9	8	1	9*	8	9	8*	9*	114	9
(4)	4	2	5	6	5	5*	9*	7	9*	5	80	8
(5)	6	4	1	2	3	7*	1	4	6	7	48	3
(6)	8	3	2	1	2	8*	2	6	7	8	55	5
(7)	1	5	6	4	7	3*	5	3	1	1	39	1
(8)	7	1	3	3	4	5*	3	5	5	6	53	4
(9)	2	6	4	5	6	4*	4	1	2	2	40	2
(10)	3	7,5	7,5	9*	8,5*	1,5	6,5	8	3,5	3,5	67	7
(11)	5	7,5	7,5	7*	8,5*	1,5	6,5	2	3,5	3,5	60	6

Для практического применения рекомендуются формулы (7) и (9). При одинаковой четкости разделения, как следует из (16) и (18), связь между параметрами ks и kf определяется зависимостью

$$kf = \frac{4}{\sqrt{\pi ks}}, \quad (19)$$

график которой представлен на рис. 3.

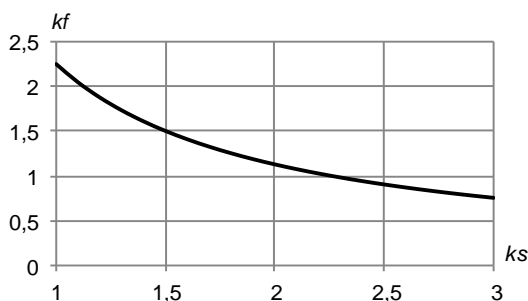


Рис. 3. Связь между параметрами формул (5) и (7)

Параметры ks и kf , задающие вид безразмерной кривой разделения, однозначно определяют характеристики эффективности разделения классификатора. КПД классификатора (1) и степень проскока (2) можно вычислить по аппроксимационным зависимостям:

$$\eta_{ks} = 0,6ks^{0,1} \quad (20)$$

$$\eta_{kf} = \frac{0,807}{kf^{0,175}} \quad (21)$$

$$\varepsilon_{ks} = \frac{1,185}{ks^{1,47}} \quad (22)$$

$$\varepsilon_{kf} = -0,0835kf^2 + 0,876kf - 0,305. \quad (23)$$

Формулы (20)–(23) справедливы в диапазоне изменения параметров $ks = 1,0...3,0$; $kf = 0,75...2,25$. В указанных пределах для этих зависимостей коэффициент детерминации составляет не менее $R^2 = 0,997$.

Выводы. Результаты оценки показали, что в подавляющем большинстве случаев все формулы достаточно хорошо аппроксимируют результаты экспериментов. При этом, как правило, критерий Фишера в несколько раз превышает критическое значение. Этим можно объяснить многообразие используемых формул.

В первом приближении не заметно преимущества какой-либо из формул перед другими. В некоторых опытах лучшее согласование дают одни формулы, в других опытах – другие. При этом каждая из формул хотя бы один раз оказалась неадекватной.

Наиболее точными оказались формулы третьей группы. Наименьшее количество баллов получила формула (7), которая в трех опытах была наилучшей, в одном опыте оказалась неадекватной, хотя заняла второе место, и ни одного раза не была наихудшей. Близка к ней по эффективности аппроксимация интегралом вероятности (9). Следующее место в ряду эффективности с заметным разрывом от первых двух

заняла формула (5), использующая распределение Розина-Раммлера. Применение разрывных функций (10) и (11) на основе формулы (5) оказалось неоправданным. Аппроксимационные формулы (3) и (4) О. Молеруса заняли последние два места.

Список литературы

1. Tromp K.F. Neue Wege für die Beurteilung der Aufbereitung von Steinkohlen // Glükauf. – 1937. – Bd 73, № 6. S. 125–131.
2. Ушаков С.Г., Зверев Н.И. Инерционная сепарация пыли. – М.: Энергия, 1974. – 169 с.
3. Барский М.Д. Фракционирование порошков. – М.: Недра, 1980. – 327 с.
4. Molerus O. Stochastisches Modell der Gleichgewichtsisichterung // Chem.-Ing.-Techn. – 1967. – Bd. 39, № 13. – S. 792–796.
5. Molerus O., Hoffmann H. Darstellung von Windsichtercurven durch ein Stochastisches Modell // Chem.-Ing.-Techn. – 1969. – Bd. 41, № 5–6. – S. 340–344.
6. Огава А. Коэффициент частичного улавливания циклонным сепаратором // Рютай когаку. – 1976. – Т.12, № 4. – С. 229–237.
7. Непомнящий Е.Н. Стохастическая модель сепарации частиц // Теоретические вопросы химической технологии. – 1973. – Т. 7, вып. 11. – С. 754–763.
8. Мизонов В.Е., Ушаков С.Г. К расчету центробежных классификаторов порошковых материалов // Теоретические вопросы химической технологии. – 1980. – Т.14, вып. 5. – С. 784–786.
9. Линч А. Дж. Циклы дробления и измельчения. Моделирование, оптимизация, проектирование и управление. – М.: Недра, 1981. – 343 с.
10. Hodouin D. Modelling Industrial Grinding Circuits and Application in Design // Bulletin Canadien Mining and Metallurgical. – 1978. – Vol. 71. – P. 138–141.
11. Gardner R.P., Verghese K. Tanks-in-series Transient Models for the Determinations Modell Simulation Parameters in Continuous, Closed-Circuit Comminution Processes // Dehema-Monographien, Verlag Chemie GmbH. – 1976. – № 1549–1575. – Bd. 79. – P. 489–504.
12. Мизонов В.Е., Ушаков С.Г., Барочкин Е.В. Аэродинамическая классификация порошков. – Иваново, 2014. – 260 с.
13. Дубовский И.Е., Климов И.И. Метод расчета пылеуловителей и сепараторов пыли пылеприготовительных установок // Энергомашиностроение. – 1960. – № 6. – С. 21–25.
14. Lynch A.J. Lecture notes on comminution and classification. – Brisbane: University of Queensland Australia, 1970. – S. 110.
15. Johansson R. and Evertsson M. CFD simulation of a gravitational air classifier // Minerals Engineering. – 2012. – № 33(0). – P. 20–26.
16. Johansson R. and Evertsson M. An empirical study of a gravitational air classifier // Minerals Engineering. – 2012. – № 31(0). – P. 10–16.
17. Plitt L.R. The analysis of solid-solid separations in classifiers // The Canadien Mining and Metallurgical Bulletin. – 1971. – № 4. – P. 42–47.
18. Говоров А.В., Барский М.Д. Аффинные свойства кривых разделения, аппроксимации и комбинированные разделительные каскады. – Свердловск, 1983. – 55 с.
19. Шишкин С.Ф., Техов С.М. Расчет процесса измельчения в замкнутом цикле // Известия вузов.

Химия и химическая технология. – 1991. – Т. 34, № 5. – С. 117–119.

20. Luckie P.T., Austin L.G. Technique for derivation of selectivity functions from experimental data // Tenth international mineral processing congress 1973. – London: IMM, 1975. – P. 773–790.

21. Шувалов С.И. Получение тонкодисперсных порошков в системах пылеприготовления с аэродинамическими классификаторами // Химическая промышленность. – 1992. – № 8. – С. 499–503.

22. Муромкин Ю.Н., Ушаков С.Г. Алгоритмы построения кривой разделения процессов классификации // Известия вузов. Химия и химическая технология. – 1977. – Т. 20, № 4. – С. 604–605.

23. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. – М.: Мир, 1980. – 510 с.

References

1. Tromp, K.F. Neue Wege für die Beurteilung der Aufbereitung von Steinkohlen. Glükauf, 1937, Bd. 73, no. 6, pp. 125–131.

2. Ushakov, S.G., Zverev, N.I. *Inertsionnaya separatsiya pyli* [Inertial dust separation]. Moscow: Energiya, 1974. 169 p.

3. Barskiy, M.D. *Fraktsionirovanie poroshkov* [Fractionation of powders]. Moscow: Nedra, 1980. 327 p.

4. Molerus, O. Stochastisches Modell der Gleichgewichtsisichterung. Chem.-Ing.-Techn., 1967, Bd. 39, no. 13, pp. 792–796.

5. Molerus, O., Hoffmann, H. Darstellung von Windsichterkurven durch ein Stochastisches Modell. Chem.-Ing.-Techn., 1969, Bd. 41, no. 5–6, pp. 340–344.

6. Ogawa, A. Koeffitsient chastichnogo ulavlivaniya tsiklonnym separatorom [Coefficient of cyclone separator partial capture]. *Ryutay kogaku*, 1976, vol. 12, no. 4, pp. 229–237.

7. Nepomnyashchiy, E.N. Stokhasticheskaya model' separatsii chastits [Stochastic model of particle separation]. *Teoreticheskie voprosy khimicheskoy tekhnologii*, 1973, vol. 7, issue 11, pp. 754–763.

8. Mizonov, V.E., Ushakov, S.G. K raschetu tsentrobezhnykh klassifikatorov poroshkovykh materialov [On the calculation of centrifugal classifiers of powder materials]. *Teoreticheskie voprosy khimicheskoy tekhnologii*, 1980, vol. 14, issue 5, pp. 784–786.

9. Lynch, A.Dzh. *Tsikly drobleniya i izmel'cheniya. Modelirovanie, optimizatsiya, proektirovanie i upravlenie* [Cycles of crushing and grinding. Modeling, optimization, design and management]. Moscow: Nedra, 1981. 343 p.

10. Hodouin, D. Modelling Industrial Grinding Circuits and Application in Design. Bulletin Canadian Mining and Metallurgical, 1978, vol. 71, pp. 138–141.

11. Gardner, R.P., Verghese, K. Tanks-in-series Transient Models for the Determinations Modell

Simulation Parameters in Continuous, Closed-Circuit Comminution Processes. Dehema-Monographien, Verlag Chemie GmbH, 1976, no. 1549–1575, Bd. 79, pp. 489–504.

12. Mizonov, V.E., Ushakov, S.G., Barochkin, E.V. *Aerodinamicheskaya klassifikatsiya poroshkov* [Aerodynamic classification of powders]. Ivanovo, 2014. 260 p.

13. Dubovskiy, I.E., Klimov, I.I. Metod rascheta pyleuloviteley i separatorov pyli pyleprigotovitel'nykh ustanovok [Method for calculating dust collectors and dust separators for dust preparation plants]. *Energomashinostroenie*, 1960, no. 6, pp. 21–25.

14. Lynch, A.J. Lecture notes on comminution and classification. Brisbane: University of Queensland Australia, 1970, p.110.

15. Johansson, R., Evertsson, M. CFD simulation of a gravitational air classifier. Minerals Engineering, 2012, no. 33(0), pp. 20–26.

16. Johansson, R., Evertsson, M. An empirical study of a gravitational air classifier. Minerals Engineering, 2012, no. 31(0), pp.10–16.

17. Plitt, L.R. The analysis of solid-solid separations in classifiers. The Canadian Mining and Metallurgical Bulletin, 1971, no. 4, pp. 42–47.

18. Govorov, A.V., Barskiy, M.D. *Affinnye svoystva krivykh razdeleniya, approksimatsii i kombinirovannye razdelitel'nye kaskady* [Affine Properties of Separation Curves, Approximations, and Combined Separation Cascades]. Sverdlovsk, 1983. 55 p.

19. Shishkin, S.F., Tekhov, S.M. Raschet protsessa izmel'cheniya v zamknutom tsikle [Calculation of the milling process in a closed loop]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 1991, vol. 34, no. 5, pp. 117–119.

20. Luckie, P.T., Austin, L.G. Technique for derivation of selectivity functions from experimental data. Tenth international mineral processing congress 1973. London: IMM, 1975, pp. 773–790.

21. Shuvalov, S.I. Poluchenie tonkodispersnykh poroshkov v sistemakh pyleprigotovleniya s aerodinamicheskimi klassifikatorami [Preparation of fine powders in dust preparation systems with aerodynamic classifiers]. *Khimicheskaya promyshlennost'*, 1992, no. 8, pp. 499–503.

22. Muromkin, Yu.N., Ushakov, S.G. Algoritmy postroeniya krivoy razdeleniya protsessov klassifikatsii [Algorithms for constructing a curve for the separation of classification processes]. *Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 1977, vol. 20, no. 4, pp. 604–605.

23. Dzhonson, N., Lion, F. *Statistika i planirovanie eksperimenta v tekhnike i nauke. Metody obrabotki dannykh* [Statistics and experiment planning in engineering and science. Methods of data processing]. Moscow: Mir, 1980. 510 p.

Шувалов Сергей Ильич,

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

доктор технических наук, профессор кафедры тепловых электрических станций,

e-mail: ShuvalovS@rambler.ru

Shuvalov Sergei Ilyich,

Ivanovo State Power Engineering University,

Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Professor of the Department of Thermal Power Plants,

e-mail: ShuvalovS@rambler.ru

Новосельцева Светлана Сергеевна,
IntelliVision, г. Нижний Новгород, Российская Федерация,
кандидат технических наук, инженер-программист,
e-mail: svsnov@hotmail.com
Novoseltseva Svetlana Sergeevna,
IntelliVision, Nizhny Novgorod, Russian Federation,
Candidate of Engineering Sciences (PhD), Engineer-Programmer
e-mail: svsnov@hotmail.com

Жуков Владимир Павлович,
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, зав. кафедрой прикладной математики,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: zhukov-home@yandex.ru
Zhukov Vladimir Pavlovich,
Ivanovo State Power Engineering University,
Doctor of Engineering Sciences (Post-doctoral degree), Head of the Applied Mathematics Department,
telephone (4932) 26-97-45,
e-mail: zhukov-home@yandex.ru