АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 621.31

Александр Александрович Алексеев

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», аспирант кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок, Россия, Иваново, e-mail: alsansan420@gmail.com

Владимир Валентинович Тютиков

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, проректор по научной работе, зав. кафедрой автоматизации технологических процессов, Россия, Иваново, e-mail: tvv@ispu.ru

Метод настройки упреждающих связей в системах управления электроприводом подачи

Авторское резюме

Состояние вопроса. Электропривод подачи, используемый в металлорежущих станках, как и любой прецизионный электропривод, требует высокой точности отработки задающих воздействий и невосприимчивости к возмущениям. Для этого в систему управления добавляются упреждающие связи, способные ускорить отработку задания и компенсировать возмущения. Настройка упреждающих связей обычно выполняется вручную при наладке станка: либо путем подачи на двигатель ряда тестовых воздействий, либо расчетным путем. Для расчета необходимо иметь информацию о величинах возмущений, которые могут быть компенсированы соответствующими упреждающими связями, однако не всегда такая информация доступна априори. В связи с этим настройку коэффициентов упреждающих связей предлагается выполнять по результатам параметрической идентификации величин моментов, действующих на электропривод, а также его приведенного момента инерции.

Материалы и методы. Для параметрической идентификации используются методы теории электропривода, наименьших квадратов, цифровой обработки сигналов; для оценки качества компенсации используется математическое моделирование.

Результаты. Предложен метод настройки параметров системы управления электроприводом подачи, основанный на параметрической идентификации величин моментов, действующих на двигатель и/или рабочий орган. Результаты моделирования системы управления показывают как высокую точность идентификации, так и значительное уменьшение динамической ошибки регулирования при активации упреждающих связей.

Выводы. Рассмотренная структура системы управления и предложенный алгоритм идентификации и настройки ее параметров могут быть использованы в электроприводах подачи металлорежущих станков. Использование упреждающих связей, настроенных в соответствии с предложенным алгоритмом, позволило снизить динамическую ошибку слежения по положению более чем в 50 раз, что может быть важно при контурной обработке.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, упреждающие связи, регулятор положения, электропривод подачи

[©] Алексеев А.А., Тютиков В.В., 2021 Вестник ИГЭУ, 2021, вып. 6, с. 45–53.

Alexander Alexandrovich Alekseev

Ivanovo State Power Engineering University, Postgraduate Student of Electric Drive and Automation of Industrial Installations Department, Russia, Ivanovo, e-mail alsansan420@gmail.com

Vladimir Valentinovich Tyutikov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences (Postdoctoral degree), Vice-Rector for Research, Head of Automation of Technological Process Department, Russia, Ivanovo, e-mail: tvv@ispu.ru

Method for tuning feedforward in electric feed drive control systems

Abstract

Background. The electric feed drive used in metal-cutting machines like any high-precision electric drive requires high accuracy of reference processing and robustness against perturbations. For this purpose, feedforwards are added to the position controller to improve set point processing time and to compensate for disturbances. Feedforwards are usually tuned manually when the machine is setup, either by applying a series of tests on the motor or by calculation. The calculation requires some information about the magnitudes of disturbances that can be compensated by appropriate feedforwards, but this information is not always available a priori. In this paper, we propose tuning the feedforward coefficients based on the results of the parametric identification of the values of the torques acting on the electric drive, as well as the apparent moment of inertia.

Materials and methods. For parametric identification the methods of electric drive theory, method of least squares, and digital signal processing method are used; mathematical modeling method is applied to assess the compensation quality.

Results. The authors propose the method of tuning the parameters of the control system of electric feed drive based on parametric identification of the values of torques acting on the motor and/or the operating device. The results of control system simulation show both high identification accuracy and significant reduction of dynamic control error when feedforwards are activated.

Conclusions. The considered structure of the control system and the proposed algorithm of identification and adjustment of its parameters can be used in electric drives of metal-cutting machine tools. The simulation results have shown that the use of feedforwards, tuned in accordance with the algorithm, enable to reduce the dynamic position tracking error by more than 50 times, which can be critical in contour machining.

Key words: parametric identification, feedforward, position controller, electric feed drive

DOI: 10.17588/2072-2672.2021.6.045-053

Введение. Для электропривода подачи металлорежущего станка чрезвычайно важны точность и качество отработки задания на положение. Система управления электроприводом должна обеспечивать наилучшую динамику как по заданию, так и по возмущениям. К возмущающим воздействиям относятся моменты сухого и вязкого трения, активный момент, вызванный силой тяжести на вертикальных осях, а также момент нагрузки. Основным фактором, ограничивающим динамику отработки задания, является приведенный момент инерции электропривода.

Одним из известных подходов к построению системы управления является синтез регулятора положения с использованием упреждающих связей (УС) по возмущению, которые требуют непосредственного измерения или оценки возмущающих воздействий. Однако непрерывное измерение всех перечисленных выше

46

моментов в системах управления электроприводом не представляется возможным, а существующие наблюдатели, например описанные в [1, 2, 3], сложны в реализации и настройке.

В качестве альтернативного подхода предлагается использовать УС по заданию, которые при корректной настройке позволяют уменьшить влияние возмущающих моментов и момента инерции. Настройка коэффициентов УС в этом случае может выполняться двумя способами. Ручная настройка, как правило, подразумевает многократное выполнение наладчиком тестов, при которых на двигатель подается задание определенного вида. причем для каждого коэффициента предназначен свой тест. В этой ситуации процесс настройки может занять длительное время, а итоговое качество отработки задания и возмущения будет напрямую зависеть от опыта пользователя.

Менее зависимой от пользователя является настройка УС расчетным путем, исходя из известных значений возмущающих моментов и момента инерции. И если последний задается при проектировании станка и зачастую является известным, то возмущающими моментами на этом этапе пренебрегают. Определить их можно на стадии пусконаладки при помощи параметрической идентификации.

Например, в [4] предлагается процедура идентификации параметров прецизионного вентильного электропривода. Недостаток процедуры в том, что она состоит из нескольких тестов, выполняемых в различных условиях; к тому же не учитывается зашумленность сигналов, используемых для расчета.

В [5] решается задача параметров вентильных двигателей и расчет наблюдателя возмущений на их основе. Как и в [4], здесь рассматривается вентильный электропривод с использованием синхронных двигателей с постоянными магнитами, при этом асинхронные двигатели не рассматриваются.

Ниже предлагается методика параметрической идентификации одновременно всех моментов (возмущающих и инерции) с последующим расчетом коэффициентов УС на их основе независимо от типа используемого двигателя (асинхронный или синхронный с постоянными магнитами). Метод позволяет также уменьшить влияние шумов в измеряемых сигналах на результат идентификации. Подход позволяет сократить время на настройку системы управления и сделать процесс независимым от опыта наладчика.

Методы исследования. Упреждающие связи [6, 7, 8] могут быть использованы для минимизации ошибки слежения и компенсации вызванных возмущениями ошибок путем подачи дополнительных сигналов управления с генератора траектории напрямую на вход регулятора активного тока (момента) с определенными коэффициентами. К УС также будем относить сигналы, необходимые для компенсации постоянных возмущений [9]. При использовании УС контур управления должен быть замкнут для отработки возмущений по моменту нагрузки и коррекции погрешностей регулирования.

На рис. 1 представлена структурная схема ПИД-регулятора положения с УС, основанная на [6, 10, 11, 12], а также схема управляемого объекта – двигателя (асинхронного или синхронного с постоянными магнитами), работающего от силового преобразователя.



Рис. 1. Структура системы управления с УС: *DesPos* – заданное значение положения; *DesVel* – заданное значение скорости; *PosErr* – ошибка регулирования положения; *ActPos* – реальное значение положения; *ActVel* – реальное значение скорости; I_{qCmd} – задание на регулятор тока; *J* – приведенный момент инерции привода; M_a – активный момент сопротивления; M_{Coul} – момент сухого трения; M_{visc} – момент вязкого трения; K_p – пропорциональный; K_i – интегральный; K_d – дифференциальный коэффициенты ПИД-регулятора; K_{aff} – коэффициент упреждения ускорения; K_{fff} – коэффициент упреждения вязкого трения; K_c – коэффициент упреждения активного момента

При описании объекта управления примем следующие допущения:

– система управления – дискретная и работает с тактовой частотой, равной *F*_s;

 динамика контура тока, включающего силовой преобразователь и электромагнитные процессы в двигателе, описывается передаточной функцией 1-го порядка

 $\frac{K_t / K_{dt}}{2T_{kt}s + 1} \approx \frac{Y(z)}{U(z)},$

где K_t – постоянная момента двигателя; K_{dt} – коэффициент датчика тока; T_{kt} – постоянная времени контура тока; s – комплексная переменная Лапласа; Y(z) / U(z) – передаточная функция контура тока в дискретной форме, получаемая с использованием экстраполятора нулевого порядка ($z = e^{sT}$); T – такт квантования контура.

Каждый из коэффициентов УС предназначен для компенсации определенного момента; их соответствие представлено в табл. 1. Отметим, что УС неспособны компенсировать момент нагрузки, так как он, в отличие от остальных, может меняться непредсказуемым образом, поэтому далее его рассматривать не будем.

Таблица 1. Соответствие между величинами и коэффициентами УС

Величина	Компенсирующий коэффициент УС
<i>М_{сои} –</i> момент сухого	$K_{ m fff}$
трения, Нм	
<i>М_{visc}</i> – момент вязкого	K _B
трения 1-го рода, Нм	
<i>М_а</i> – активный момент,	K _c
Нм	
<i>J</i> – момент инерции, кгм ²	K _{aff}

Значения коэффициентов УС могут быть рассчитаны при наличии информации о соответствующих компенсируемых величинах, однако из всех четырех только приведенный момент инерции можно считать заранее известным. Для определения остальных, а также для уточнения значения момента инерции воспользуемся параметрической идентификацией.

Идентификационная модель. Согласно структурной схеме (рис. 1), составим математическую модель механической части электропривода, при помощи которой будет проводиться идентификация компенсируемых моментов:

$$M_{cmd} - M_{visc} - M_{Coul} - M_a = J \frac{d\Omega}{dt}.$$
 (1)

Далее будем считать, что электромагнитный момент двигателя прямо пропорционален активному току с коэффициентом *K*_b, т.е.

$$M_{cmd} = I_q K_t.$$
 (2)

Для синхронного двигателя этот коэффициент указывается в паспорте, а для асинхронного двигателя с векторным управлением, ориентированным по потокосцеплению ротора, он определяется по формуле

$$K_t = \frac{3}{2} Z_p \frac{L_m}{L_r} \Psi_r,$$

где Z_p – число пар полюсов двигателя; L_m – взаимоиндуктивность статора и ротора, Гн; L_r – индуктивность ротора, Гн; Ψ_r – потокосцепление ротора, Вб.

Момент вязкого трения первого рода M_{visc} прямо пропорционален скорости двигателя с коэффициентом *B*, т.е. $M_{visc} = B\Omega$. (3)

Момент сухого трения *M_{Coul}* зависит от знака скорости и коэффициента *M_f*:

$$M_{Coul} = sign(\Omega)M_f.$$
 (4)

Активный момент *M_a* действует на двигатель независимо от скорости и, как правило, вызван силой тяжести на вертикальных осях металлорежущих станков. Отметим, что известны [13] различные способы компенсации активного момента, однако все они требуют специализированных механизмов – противовесов, пружин и т.п., что усложняет конструкцию станка, увеличивает его габариты и стоимость.

С учетом (2)–(4) перепишем уравнение (1):

$$K_t I_q - B\Omega - sign(\Omega) M_f - M_a = J \frac{d\Omega}{dt}.$$
 (5)

Уравнение (5) содержит четыре неизвестных параметра: *B*, *M_f*, *M_a*, *J*. Их можно определить при помощи метода наименьших квадратов, составив и решив переопределенную систему линейных уравнений [14]. В частности, в цифровой системе управления электроприводом можно фиксировать информацию об активном измеренном токе и скорости каждый такт и для каждого замера составлять отдельные уравнения. Таким образом, уравнение (5) можно записать в матричном виде:



Здесь 1,...*п* – номер замера тока или скорости; *n* – число замеров.

Предварительная фильтрация данных. В реальной системе с датчиками тока и положения их показания будут содержать в себе высокочастотные шумы, не несущие полезной информации. Несмотря на большое количество замеров, влияние шумов будет заметно при расчете и приведет к понижению точности, поэтому перед расчетом матриц сигналы тока и скорости необходимо отфильтровать.

Для этого используем фильтр с нулевой фазной задержкой [15], который можно представить как два последовательно включенных БИХ-фильтра низких частот, причем первый фильтрует сигнал в положительном направлении времени, второй – в отрицательном (рис. 2), что обеспечивает отсутствие временной задержки, присущей фильтрам низких частот.

Частота среза фильтра принимается равной максимально возможной полосе пропускания контура положения, т.е. частоты выше этой в данном случае не являются полезными. Операция фильтрации проводится как для сигнала тока, так и для сигнала скорости с одинаковыми параметрами фильтров для обеспечения матричного равенства. Решение и проверка. После фильтрации значения тока и скорости подставляются в (6) на место I_q и Ω соответственно. Эта система уравнений далее решается относительно вектора X при помощи алгоритма QR-разложения для решения переопределенной системы линейных уравнений [14, 16], например функцией mldivide пакета MATLAB [17].

Переход от идентифицированных величин параметров к коэффициентам упреждающих связей в соответствии со схемой рис. 1 осуществляется по формулам:

$$K_{aff} = \frac{JK_{dt}F_{s}^{2}}{K_{t}K_{dp}};$$

$$K_{c} = \frac{M_{a}K_{dt}}{K_{t}};$$

$$K_{fff} = \frac{M_{Coul}K_{dt}}{K_{t}};$$

$$K_{B} = \frac{BK_{dt}}{K_{t}}.$$
(7)

Тестовая программа. Точность получаемых коэффициентов в значительной степени зависит от тестовой программы движения, которая используется для сбора экспериментальной информации. Такая программа должна содержать фрагменты, способные повлиять на все идентифицируемые параметры. Другими словами, программа должна быть составлена таким образом, чтобы в ней присутствовали: постоянное ускорение для определения инерции; движение с постоянной скоростью для вязкого трения; реверс движения – для сухого и постоянного моментов. Экспериментально было выявлено, что программа, состоящая из 2-3 сегментов движения, каждый из которых представляет собой разгон и торможение в одну и другую сторону по S-кривой З-го порядка, удовлетворяет обозначенным требованиям.





Алгоритм настройки УС. Обобщим описанные выше шаги в виде алгоритма (рис. 3).



Рис. 3. Алгоритм настройки УС

Результаты моделирования. На основе схемы рис. 1 в программном комплексе MATLAB Simulink была составлена дискретная модель, включающая в себя ПИД-регулятор положения, упреждающие связи и объект управления, параметры которого занесены в табл. 2. Такт квантования модели принят равным 400 мкс.

ПИД-регулятор положения настроен средствами MATLAB (PID Tuner App) на переходный процесс с перерегулированием 2 %, временем регулирования 5 мс. При его настройке принимается $M_f = M_a = B = 0$ (рис. 4).

Введем значения *M_f*, *M_a*, *B* согласно данным табл. 2 и в соответствии с предложенным алгоритмом (рис. 3) сформируем программу движения, снимем необходимые данные (рис. 5).

Таблица 2. Параметры моделируемого электропривода

Параметр	Значение	
Коэффициент датчика тока,	1000 дискр./А	
K _{dt}		
Коэффициент датчика поло-	10000 имп./об	
жения, <i>К</i> _{др}		
Частота дискретизации конту-	2500 Гц	
ра положения, <i>F_s</i>		
Постоянная момента двигате-	0,5 Нм/А	
ля, <i>K</i> _t		
Постоянная времени контура	400 мкс	
тока, <i>Т_{кt}</i>		
Момент инерции привода, Ј	0,001 кгм ²	
Момент сухого трения, <i>М_f</i>	0,5 Нм	
Коэффициент вязкого трения, В	0,02 Нм/рад	
Активный момент, <i>М_а</i>	1 Нм	



Рис. 4. Переходный процесс настроенного ПИД-регулятора



Рис. 5. Заданная программа движения и ее отработка

Поскольку в модели (рис. 6) все сигналы являются чистыми от шумов, этап фильтрации можно пропустить, однако при работе на реальном объекте наличие шумов может ухудшить качество идентификации.



Рис. 6. Модель системы управления

В этом случае альтернативой будет увеличение амплитуды входных сигналов или количества повторений испытаний.

Составив и решив систему уравнений (6), получим вектор X с искомыми параметрами. Пересчитаем параметры по (7) и занесем результаты идентификации и расчета коэффициентов упреждающих связей в табл. 3.

a children a	Таблица 3. Рез	ультаты идентис	рикации и	расчета
---	----------------	-----------------	-----------	---------

На рис. 7–10 изображены графики положений (заданного и реального) и ошибки слежения при отработке задания на перемещение на 600000 дискрет, что соответствует 60 оборотам двигателя, по S-кривой 3-го порядка. Каждому графику соответствует своя комбинация приложенных моментов и компенсирующих их упреждающих коэффициентов.

Величина	Реальное значение	Идентифицированное	Ошибка	Рассчитанные
		значение		коэффициенты
J	0,001 кгм ²	0,00101 кгм ²	1 %	$K_{aff} = 1265, 6$
M_{f}	0,5 Нм	0,515 Нм	3 %	$K_{\rm fff} =$ 1030,1
В	0,02 Нм/рад	0,0197 Нм/рад	1,5 %	K _B = 39,5
M _a	1 Нм	1,003 Нм	0,3 %	$K_c = 2006, 4$







Рис. 8. Компенсация сухого трения (максимальная ошибка слежения 1860 имп. без УС и 340 имп. после введения *K*_{fff} = 1030,1)



Рис. 9. Компенсация вязкого трения (максимальная ошибка слежения 18550 имп. без УС и 330 имп. после введения *K*_B = 39,5)



Рис. 10. Компенсация активного момента (максимальная ошибка слежения 4120 имп. без УС и 335 имп. после введения *K*_c = 2006,4)

Анализ графиков (рис. 7–10) показывает, что присутствие в электроприводе сухого, вязкого и/или активного момента увеличивает ошибку слежения в динамике. Компенсация каждого момента по отдельности в несколько раз уменьшает динамическую ошибку. Степень компенсации напрямую зависит от точности определения величин возмущающих моментов.

Выводы. Предложенный алгоритм настройки упреждающих связей позволяет получить значения их коэффициентов по результатам параметрической идентификации момента инерции, сухого, вязкого трения и активного момента, электропривода. Идентификация выполняется в автоматизированном режиме и основывается на анализе реакции системы на тестовую программу движения. Алгоритм может использоваться как с синхронными, так и с асинхронными двигателями, в том числе, при наличии шумов в каналах обратной связи. Результаты моделирования показали, что погрешность идентификации составляет менее 5 % и применение упреждающих связей с ПИД-регулятором положения позволяет снизить динамическую ошибку слежения более чем в 50 раз.

Список литературы

1. Liu S., Wang L., Wang X.V. Sensorless force estimation for industrial robots using disturbance observer and neural learning of friction approximation // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. – 2021. – Vol. 71. – P. 1–11.

2. Odabaş C., Morgül Ö. Observer Based Friction Cancellation in Mechanical Systems // 14th International Conference on Control, Automation and Systems. – 2014. – P. 12–16.

3. Friction Observer and Compensation for Control of Robots with Joint Torque Measurement / L. Le Tien, A. Albu-Schaffer, A. De Luca, G. Hirzinger // 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. – 2008. – P. 3789–3795.

4. Балковой А.П., Цаценкин В.К. Прецизионный электропривод с вентильными двигателями. – М.: Изд. дом МЭИ, 2010. – 328 с.

5. Балковой А.П., Сливинская Г.А., Цаценкин В.К. Методы идентификации параметров электромеханической части безредукторных электроприводов с вентильными двигателями // Электричество. – 2011. – № 7. – С. 38–47.

6. **Ellis G.** Control System Design Guide. – 4th ed. – Elsevier, 2012. – 498 p.

7. Younkin G.W. Current Feedforward Control. URL: https://support.controltechnologycorp. com/customer/elearning/younkin/currentFeedForwar d.pdf

8. **Malek M., Makys P., Stulrajter M.** Feedforward Control of Electrical Drives – Rules and Limits // Advances in electrical and electronic engineering. – 2011. – Vol. 9. – P. 35–42.

9. **Pat.** 6470225B1 United States. Method and apparatus for automatically tuning feedforward parameters / Yutkowitz S.J. 2002.

10. **EPOS** Positioning Controller Application Note "Position Regulation with Feed Forward". URL: https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/ root/8834324791326/EPOS-Application-Note-Position-Regulation-with-Feed-Forward-En.pdf

11. **Power PMAC** User's Manual. URL: https://www.manualslib.com/manual/1262060/Delta-Tau-Power-Pmac.html

12. **Parker Motion** – 6270 Motion Controller User Guide. URL: https://www.parkermotion.com/ manuals/6270/6270.pdf

13. Arakelian V. Gravity compensation in robotics // Advanced Robotics. – 2015. – Vol. 30. – P. 1–18.

14. Lindfield G., Penny J. Numerical Methods. – 4th ed. – Academic Press, 2019. – 608 p. 15. Lyons R.G. Understanding Digital Signal

Processing. – 2nd ed. – Prentice Hall, 2004. – 736 p.

16. **Strang G.** Linear Algebra and Learning from Data. – 1st ed. – Wellesley: Wellesley Cambridge Press, 2019. – 449 p.

17. **Solve** system of linear equations. URL: https:// www.mathworks.com/help/matlab/ref/mldivide.html

References

1. Liu, S., Wang, L., Wang, X.V. Sensorless force estimation for industrial robots using disturbance observer and neural learning of friction approximation. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, vol. 71, pp. 1–11.

2. Odabaş, C., Morgül, Ö. Observer Based Friction Cancellation in Mechanical Systems. 14th International Conference on Control, Automation and Systems, 2014, pp. 12–16.

3. Le Tien, L., Albu-Schaffer, A., De Luca, A., Hirzinger, G. Friction Observer and Compensation for Control of Robots with Joint Torque Measurement. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008, pp. 3789–3795.

4. Balkovoy, A.P., Tsatsenkin, V.K. *Pretsizionnyy elektroprivod s ventil'nymi dvigatelyami* [Pricesion Electric Drive with a valve motor]. Moscow: Izdatel'skiy dom MEI, 2010. 328 p.

5. Balkovoy, A.P. Slivinskaya, G.A., Tsatsenkin, V.K. Metody identifikatsii parametrov elektromekhanicheskoy chasti bezreduktornykh elektroprivodov s ventil'nymi dvigatelyami [Methods of identification of parameters of electromechanical part of gearless electric drives with valve motors]. *Elektrichestvo*, 2011, vol. 7, pp. 38–47.

6. Ellis, G. Control System Design Guide. Elsevier, 2012. 498 p.

7. Younkin, G.W. Current Feedforward Control. URL: https://support.controltechnologycorp.com/ customer/elearning/younkin/currentFeedForward.pdf

8. Malek, M., Makys, P., Stulrajter, M. Feedforward Control of Electrical Drives – Rules and Limits. Advances in electrical and electronic engineering, 2011, vol. 9, pp. 35–42.

9. Yutkowitz, S.J. Method and apparatus for automatically tuning feedforward parameters. United States Patent № 6470225B1, 2002.

10. EPOS Positioning Controller Application Note "Position Regulation with Feed Forward". URL: https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/ro ot/8834324791326/EPOS-Application-Note-Position-Regulation-with-Feed-Forward-En.pdf

11. Power PMAC User's Manual. URL: https://www.manualslib.com/manual/1262060/Delta-Tau-Power-Pmac.html

12.Parker Motion – 6270 Motion Controller User Guide. URL: https://www.parkermotion.com/ manuals/6270/6270.pdf

13. Arakelian, V. Gravity compensation in robotics. Advanced Robotics, 2015, vol. 30, pp. 1–18.

14. Lindfield, G., Penny, J. Numerical Methods. Academic Press, 2019. 608 p.

15. Lyons, R.G. Understanding Digital Signal Processing. Prentice Hall, 2004. 736 p.

16. Strang, G. Linear Algebra and Learning from Data. Wellesley: Wellesley Cambridge Press, 2019. 449 p.

17. Solve system of linear equations. URL: https:// www.mathworks.com/help/matlab/ref/mldivide.html