

УДК 536.2.023:519:669:699.86

Анатолий Константинович Соколов

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры безопасности жизнедеятельности, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-96-44, e-mail: aks2411@yandex.ru

Владимир Павлович Жуков

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-45, e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Николай Николаевич Смирнов

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной теплоэнергетики, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-97-89, e-mail: nsmimov@bk.ru

Наталья Николаевна Ярунина

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», кандидат технических наук, доцент кафедры химии и химических технологий в энергетике, Россия, Иваново, телефон (4932) 26-99-32, e-mail: yarunina.ispu@yandex.ru

Метод комплексного определения зависимости теплофизических характеристик металла от температуры решением обратной задачи теплопроводности

Авторское резюме

Состояние вопроса. Температурные поля материалов, применяемых в теплоэнергетике, влияют на интенсивность передачи теплоты, качество оценки безопасности оборудования и технико-экономические показатели установок. Точность расчета температурных полей в материалах в значительной степени зависит от достоверности значений теплофизических характеристик материалов: температуропроводности a , $\text{м}^2/\text{с}$, коэффициента теплопроводности λ , $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, и теплоемкости c , $\text{Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$. Методы определения теплофизических характеристик постоянно совершенствуются в целях снижения трудоемкости теплофизического эксперимента, упрощения процедур решения обратной задачи теплопроводности для комплексного определения нескольких теплофизических характеристик. В связи с этим разработка и исследование более эффективных методов остаются актуальными.

Материалы и методы. Теплофизические характеристики материалов определены путем решения обратной задачи теплопроводности аналитическими, численными или численно-аналитическими методами с использованием температурных полей, полученных в результате физического эксперимента.

Результаты. Предлагается численно-аналитический метод, который позволяет по результатам одного эксперимента определять зависимости от температуры теплофизических характеристик металла: λ , c и a . Выполнен расчет теплофизических характеристик по температурам поверхностей неограниченной пластины $T(R, \tau_i)$, $T(x=0, \tau_i)$ толщиной $2R$, симметрично нагретой постоянными потоками теплоты q , $\text{Вт}/\text{м}^2$. По простым алгебраическим формулам, полученным из уравнений баланса теплоты для каждого интервала времени $\Delta \tau_{i+1} = \tau_{i+1} - \tau_i$, определены теплофизические характеристики. Для оценки трудоемкости и погрешности метода выполнен численный эксперимент. Методом конечных разностей при $q = 60000 \text{ Вт}/\text{м}^2$ для 30 моментов времени $0 \leq \tau \leq 2250 \text{ с}$ рассчитаны температуры $T(R, \tau_i)$ и $T(x=0, \tau_i)$ пластины $R = 0,02 \text{ м}$. Исходные зависимости $\lambda_{\text{и}}(T)$ и $a_{\text{и}}(T)$ описаны ломаными линиями. Установлено, что относительные погрешности восстановления $\lambda(T_{\text{ср}})$ не превысили 1 %, а погрешности восстановления $a_{\text{и}}(T_{\text{ср}})$ и $c_{\text{и}}(T_{\text{ср,и}})$ превысили 2 % только в области изменения знака первых производных функций $a_{\text{и}}(T_{\text{ср}})$ и $c_{\text{и}}(T_{\text{ср,и}})$.

Выводы. Предложенный метод позволяет по результатам одного эксперимента рассчитывать зависимости теплофизических характеристик от температуры по простым алгебраическим формулам.

Ключевые слова: обратная задача теплопроводности, температуропроводность, коэффициент теплопроводности, теплоемкость, квазистационарный режим, численный эксперимент

Anatoly Konstantinovich Sokolov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, (Postdoctoral degree), Professor of Health and Safety Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-96-44, e-mail: aks2411@yandex.ru

Vladimir Pavlovich Zhukov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, (Postdoctoral degree), Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-45, e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Nikolay Nikolaevich Smirnov

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Industrial Heat Power Engineering Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-97-89, e-mail: nsmirnov@bk.ru

Natalya Nikolaevna Yarunina

Ivanovo State Power Engineering University, Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Associate Professor of Chemistry and Chemical Technologies Department, Russia, Ivanovo, telephone (4932) 26-99-32, e-mail: yarunina.ispu@yandex.ru

Method of complex determination of the dependence of the thermophysical characteristics of metal on temperature by solving the inverse problem of thermal conductivity

Abstract

Background. The temperature fields of materials used in thermal power engineering affect the intensity of heat transfer, the quality of safety assessment of equipment and technical and economic indicators of installations. The accuracy of calculating temperature fields in materials depends significantly on the reliability of the values of the thermophysical characteristics (TC) of materials: thermal diffusivity a , m^2/s , thermal conductivity coefficient λ , $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, and heat capacity c , $\text{J}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$. Methods to determine thermophysical characteristics are constantly being improved to reduce the labor intensity of a thermophysical experiment, simplify the procedures of solving the inverse problem of heat conductivity for complex determination of several thermophysical characteristics. In this regard, the development and study of more effective methods remain relevant.

Materials and methods. The thermophysical characteristics of materials are determined by solving the inverse problem of thermal conductivity using analytical, numerical, or numerical-analytical methods of the temperature field obtained as a result of a physical experiment.

Results. The authors have proposed a numerical and analytical method. Based on the results of one experiment, it allows us to determine the dependence of the metal TC: λ , c and a on the temperature. The calculation of thermophysical characteristics is performed considering the surface temperatures of an unlimited plate $T(R, \tau_i)$, $T(x=0, \tau_i)$ with a thickness of $2R$, symmetrically heated by constant heat fluxes q , W/m^2 . Thermophysical characteristics are determined by simple algebraic formulas derived from the heat balance equations for each time interval $\Delta\tau_{i+1} = \tau_{i+1} - \tau_i$. A numerical experiment is conducted to assess the complexity and error of the method. The temperatures $T(R, \tau_i)$ and $T(x=0, \tau_i)$ of the plate $R = 0,02$ m have been calculated by the finite difference method at $q = 60000$ W/m^2 for 30 time points $0 \leq \tau \leq 2250$ s. The initial dependencies $\lambda(T)$ and $a(T)$ are described by polygonal lines. The relative errors of $\lambda(T_m)$ have not exceeded 1 %, and the errors of $a(T_{m,int})$ and $c(T_{m,int})$ have exceeded 2 % only in the area of changing the sign of the first-order derivatives of the functions $a(T_{m,int})$ and $c(T_{m,int})$.

Conclusions. The proposed method allows us to calculate the dependence of TC on temperature using simple algebraic formulas based on the results of one experiment

Key words: inverse problem of thermal conductivity, thermal conductivity, coefficient of thermal conductivity, heat capacity, quasi-stationary mode, numerical experiment

DOI: 10.17588/2072-2672.2024.6.023-030

Введение. В теплоэнергетических объектах широко используются металлы, огнеупорные и теплоизоляционные материалы.

Температурные поля в этих материалах влияют на интенсивность передачи теплоты, качество оценки безопасности оборудования и технико-экономических показателей установок.

Точность расчета температурных полей в материалах в значительной степени зависит от достоверности значений теплофизических характеристики (ТФХ) материалов:

температуропроводности a , $\text{м}^2/\text{с}$; коэффициента теплопроводности λ , $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; теплоемкости c , $\text{Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$.

Значения теплофизических характеристик материалов и их зависимости от температуры в основном определяют путем решения обратных задач теплопроводности по параметрам температурных полей $T(x, y, z, \tau)$, полученных в результате теплофизических экспериментов (процессов нагрева или охлаждения материалов).

Разработкой методов решения обратных задач теплопроводности занимались многие научные коллективы. Однако проблема определения теплофизических характеристик материалов остается актуальной, поскольку создаются новые материалы, число которых непрерывно растет, изменяются свойства известных материалов в ходе их эксплуатации, совершенствуются способы формирования температурных полей и процедуры их математического моделирования. Особенно актуально определение зависимости ТФХ от температуры, которая, например, для сталей в области их применения может изменяться в 1,5–2,5 раза.

Обзор и анализ методов определения теплопроводности по нестационарным температурным полям предложены в [1, 2, 3, 4]. Цитирование многих работ с решениями обратных задач теплопроводности представлено в [4, 5].

Определение одной из ТФХ, например коэффициента теплопроводности λ [6], возможно даже для тонкопленочных материалов [6]. Комплексное одновременное определение нескольких ТФХ, например коэффициента теплопроводности λ и теплоемкости или λ и теплопроводности, более сложно и описано в [7–13]. В большей части упомянутых работ для оценки точности определения ТФХ используются численные, а не физические эксперименты.

В [14–17] применяются аналитические методы решения обратных задач теплопроводности, однако численные и численно-аналитические методы, по нашему мнению, более точны и универсальны, так как позволяют учитывать зависимости ТФХ от температуры.

В [7] отмечены недостатки известных методов определения ТФХ и сформулированы основные критерии оптимальности методов:

- удовлетворительная погрешность;
- малая трудоемкость теплофизического эксперимента;
- простота метода решения обратной задачи теплопроводности, доступная инженеру теплотехнику;
- возможность комплексного определения нескольких ТФХ по результатам обработки одного температурного поля.

Методы исследования. В [18, 19, 20] для определения величин температуропроводности a_T по известному температурному полю использован довольно простой (инженерный) метод численно-аналитического моделирования процессов теплопроводности, описанный в [21]. Для решения дифференциального уравнения теплопроводности этим методом предложены аналитические формулы в виде алгебраических выражений, полученных для расчетного интервала времени Δt .

В [7] приведена численно-аналитическая математическая модель температурного поля полуограниченного тела и пример расчета не только температуропроводности a_T , но и коэффициента теплопроводности λ_T , Вт/(м·К) и теплоемкости c , Дж/(м³·К). Комплекс ТФХ (a_T , λ_T , и c) определен по динамике температур на поверхностях пластины $T(x=R, \tau)$, $T(x=0, \tau)$ и потоку теплоты постоянной и заданной величины q , Вт/(м²).

Методика [7] имеет недостатки, которые ограничивают область ее применения:

- она может использоваться только для материалов с низкой теплопроводностью (огнеупорных и теплоизоляционных), так как для металлов период времени, когда их температурное поле можно считать полуограниченным, очень мал;
- ТФХ в результате одного физического эксперимента можно определить только для одной температуры (для нахождения зависимости ТФХ от температуры требуется проведение нескольких экспериментов);
- для вычисления ТФХ на каждом временном интервале необходимо решать систему из трех нелинейных уравнений.

Предлагаемая нами методика лишена отмеченных недостатков: для нахождения зависимости ТФХ металлов от температуры используется чрезвычайно простой алгоритм обработки результатов эксперимента.

ТФХ предполагается определять по динамике изменения двух температур $T(R, \tau)$ и $T(x=0, \tau)$ симметрично нагреваемой постоянным потоком теплоты q , Вт/м², неограниченной пластины толщиной $2R$.

Для того чтобы пластину в форме диска можно было считать неограниченной, предлагается использовать охранные нагреватели [22].

Схема симметричного нагрева пластины постоянными потоками теплоты показана на рис. 1. Охранные нагреватели в форме колец используются, как в патенте [22], для исключения потерь теплоты из зоны, ограниченной основными нагревателями 3. Тепловая изоляция для нагревателей и поверхностей материала условно не показана. Заданная величина потока теплоты q может быть обеспечена, как в патенте [23], с помощью охранных нагревателей, расположенных на наружных поверхностях основных нагревателей 3 (на рис. 1 условно не показаны).

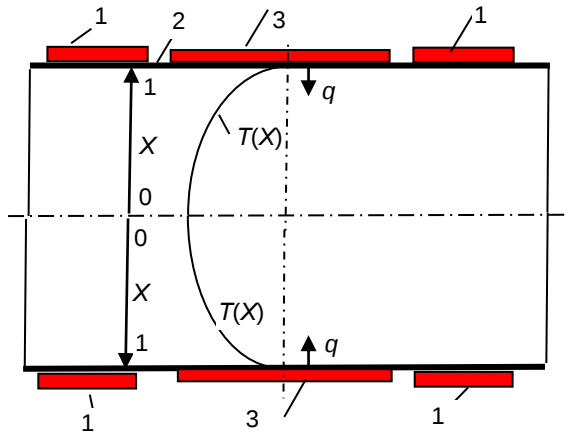


Рис. 1. Схема симметричного нагрева пластины основными и вспомогательными (охранными) нагревателями: 1 – нагреватели вспомогательные; 2 – пластина; 3 – нагреватели основные

Для определения взаимосвязи ТФХ с параметрами $T(R, \tau_i)$, $T(x=0, \tau_i)$ и q , значения которых получены экспериментально в моменты времени τ_i , используем численно-аналитическую модель температурного поля. Запишем дифференциальное уравнение теплопроводности

$$c \frac{\partial T}{\partial \tau}(X, \tau) = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial X} \lambda \frac{\partial T}{\partial X}(X, \tau) \quad (1)$$

с начальным

$$T(X, \tau=0) = T_0, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad X = x/R \quad (2)$$

и граничными условиями теплообмена на поверхностях $X = 1$ и $X = 0$ ($X = x/R$):

$$\frac{\partial T}{\partial X}(1, \tau) = \frac{R}{\lambda} q; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X}(X=0, \tau) = 0. \quad (4)$$

При граничных условиях (3) и (4) и числе Фурье $Fo > 0,3$ наступит квазистационарный режим нагрева, для которого распределение температур по толщине пла-

стины $0 \leq X \leq 1$ в i -й момент времени τ_i можно описать уравнением параболы

$$T(X) = a_0 + a_1 X^2. \quad (5)$$

Тогда из уравнений баланса теплоты на поверхности $x = R$ ($X = 1$) для расчетного момента времени τ_{i+1} получим выражение для определения λ :

$$\lambda_{i+1} = 0,5 \cdot q \cdot R / (T_{1,i+1} - T_{0,i+1}), \quad (6)$$

где $T_{1,i+1} = T(R, \tau_{i+1})$; $T_{0,i+1} = T(X=0, \tau_{i+1})$.

Выражение для определения теплоемкости c получим из уравнения баланса теплоты для пластины толщиной R в расчетном интервале времени $\Delta \tau_{i+1} = \tau_{i+1} - \tau_i$:

$$c_{i+1} = q \Delta \tau_{i+1} / (R (T_{ср,i+1} - T_{ср,i})), \quad (7)$$

где $T_{ср,i+1}$ и $T_{ср,i}$ – среднемассовые по сечению пластины температуры в конце $T_{ср,i+1}$ и начале $T_{ср,i} = T_{ср,ни} = T_{ср,i-1}$ расчетного интервала времени $\Delta \tau_{i+1}$.

Величина $T_{ср,i+1}$ в конце интервала $\Delta \tau_{i+1}$ для распределения температур (5) найдется интегрированием [21]:

$$T_{ср,i+1} = T_{0,i+1} + (T_{1,i+1} - T_{0,i+1}) / 3. \quad (8)$$

Температуропроводности $a_{\tau,i}$ легко определить по известному соотношению:

$$a_{\tau,i+1} = \lambda_{i+1} / c_{i+1}. \quad (9)$$

Таким образом, по данным теплофизического эксперимента, значения λ , c и a_{τ} для каждого расчетного интервала времени можно рассчитать по простым формулам (6)–(9) и получить табличные зависимости $\lambda(T_{ср})$, $a_{\tau}(T_{ср})$ и $c(T_{ср,i})$, где $T_{ср,i}$ – среднеинтегральная температура в интервале времени $\Delta \tau = \tau_{i+1} - \tau_i$:

$$T_{ср,i} = (T_{ср,i} + T_{ср,i+1}) / 2. \quad (10)$$

Результаты исследования. Рассмотрим пример расчета теплофизических характеристик (ТФХ) по результатам экспериментального нагрева стальной неограниченной пластины толщиной $R = 0,02$ м с начальной температурой $T_0 = 300$ К. Теплофизические характеристики стальной пластины опишем ломаными линиями [21]:

$$\begin{aligned} \lambda_{и} &= 63,405 - 32,56 \cdot T / 1000, \quad T \leq 1142,72, \\ \lambda_{и} &= 16,228 + 8,721 \cdot T / 1000, \quad T > 1142,72; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_{и} &= (18,1 - 13,4 \cdot T / 1000) \cdot 10^{-6}, \quad T \leq 977,6, \\ a_{и} &= (3,378 + 1,1667 \cdot T / 1000) \cdot 10^{-6}, \quad T > 977,6; \end{aligned} \quad (12)$$

$$c_{и}(T) = \lambda_{и}(T) / a_{и}(T). \quad (13)$$

Пусть на поверхность пластины $x = R$ поступает поток теплоты $q = 60000 \text{ Вт/м}^2$, а поверхность $x = 0$ считается адиабатной (см. рис. 1 и граничные условия (3), (4)).

Покажем, как рассчитать теплофизические характеристики стали для моментов времени $\tau_i = 0, 75, 150 \text{ с}$, для которых известны экспериментальные температуры $T_1(\tau_i) = T(1, \tau_i) = 300, 366,1, 423,6 \text{ К}$ и $T_0(\tau_i) = T(0, \tau_i) = 300, 354,5, 411,6 \text{ К}$.

1. Определим $\lambda(T_{\text{ср}})$, $c(T_{\text{ср},i})$ и $a_{\text{т}}(T_{\text{ср}})$ для первого интервала времени $i + 1 = 1$ ($\tau_1 = 75 \text{ с}$):

$$\lambda_{i+1} = \lambda_1 = 0,5 \cdot q R / (T_{1,i+1} - T_{0,i+1}) =$$

$$= 0,5 \cdot 60000 \cdot 0,02 / (366,1 - 354,5) = 51,7$$

($\lambda_{\text{и}} = 51,7$) (здесь и далее для сравнения ТФХ в скобках будут приведены исходные (истинные) значения ТФХ, соответствующие функциям (11)–(13));

$$T_{\text{ср},i} = T_{\text{ср},\text{ни}} = T_0 = 300,$$

$$T_{\text{ср},i+1} = T_{0,i+1}, + (T_{1,i+1} - T_{0,i+1}) / 3 =$$

$$= 354,5 + (366,1 - 354,5) / 3 = 358,4;$$

$$T_{\text{ср},\text{и}} = (T_{\text{ср},i} + T_{\text{ср},i+1}) / 2 = (300 + 358,4) / 2 = 329,2;$$

$$c_{i+1} = q \Delta \tau_{i+1} / (R (T_{\text{ср},i} - T_{\text{ср},\text{ни},i})) =$$

$$= 60000 \cdot 75 / (0,02 (358,4 - 300)) = 3,855 \cdot 10^6$$

или

$$c(329,2) = 3,855 \cdot 10^6, (c_{\text{и}}(329,2) = 3,89 \cdot 10^6);$$

$$a_{\text{т}} = \lambda / c = 51,7 / 3,855 \cdot 10^6 = 1,342 \cdot 10^{-5}$$

($a_{\text{и}} = 1,33 \cdot 10^{-5}$).

2. Определим $\lambda(T_{\text{ср}})$, $a_{\text{т}}(T_{\text{ср}})$ и $c(T_{\text{ср},i})$ для второго интервала времени $i + 1 = 2$ ($\tau_2 = 150 \text{ с}$), для которого $T_{\text{ср},\text{ни}} = T_{\text{ср},1} = 358,4$ (!):

$$\lambda_2 = 0,5 \cdot 60000 \cdot 0,02 / (423,6 - 411,6) = 50,0$$

($\lambda_{\text{и}} = 49,9$);

$$T_{\text{ср},2} = 411,6 + (423,6 - 411,6) / 3 = 415,6,$$

$$T_{\text{ср},\text{и}} = (T_{\text{ср},1} + T_{\text{ср},i+1}) / 2 = (358,4 + 415,6) / 2 = 387,$$

$$c = 60000 \cdot 75 / (0,02 (415,6 - 358,4)) = 3,93 \cdot 10^6$$

или

$$c(387) = 3,93 \cdot 10^6, c_{\text{и}}(387) = 3,98 \cdot 10^6;$$

$$a_{\text{т}} = 50,0 / (3,93 \cdot 10^6) = 1,27 \cdot 10^{-5} (a_{\text{и}} = 1,25 \cdot 10^{-5}).$$

Таким образом, даже в начале процесса нагрева расчетные (восстановленные) значения ТФХ практически совпали с истинными.

Для других интервалов времени расчеты проводятся по аналогичной методике.

Для более детального исследования возможностей и погрешности предлагаемого метода определены ТФХ пластины стали в диапазоне температур ее применения $300 \leq T \leq 1700 \text{ К}$.

Температурное поле, которое использовалось для определения ТФХ, было получено в результате численного эксперимента.

Температуры поверхностей $T(R, \tau)$, $T(x=0, \tau)$, перепады их по сечению пластины $\Delta T = T(R, \tau) - T(x=0, \tau)$ и величины приращения температуры поверхности $T(R, \tau)$ на каждом временном интервале $\Delta T(\tau) = T(R, \tau_{i+1}) - T(R, \tau_i)$, рассчитанные по программе TRT [21] методом конечных разностей при $q = 60000 \text{ Вт/м}^2$, приведены в таблице.

Результаты расчета нагрева пластины для 31 момента времени

i	$\tau, \text{ с}$	$T(X=1)$	$T(X=0)$	ΔT	$\Delta T(\tau)$	i	$\tau, \text{ с}$	$T(X=1)$	$T(X=0)$	ΔT	$\Delta T(\tau)$
0	0	300	300			16	1200	1067,2	1046,5	20,7	39,2
1	75	366,1	354,5	11,6	66,1	17	1275	1108,8	1087	21,8	41,6
2	150	423,6	411,6	12	57,5	18	1350	1153	1130,2	22,8	44,2
3	225	479,8	467,3	12,5	56,2	19	1425	1198,2	1175,6	22,6	45,2
4	300	534,6	521,6	13	54,8	20	1500	1243,3	1221	22,3	45,1
5	375	587,9	574,5	13,4	53,3	21	1575	1288,3	1266,4	21,9	45
6	450	639,7	625,7	14	51,8	22	1650	1333,3	1311,7	21,6	45
7	525	689,9	675,4	14,5	50,2	23	1725	1378,4	1357	21,4	45,1
8	600	738,4	723,3	15,1	48,5	24	1800	1423,4	1402,3	21,1	45
9	675	785,2	769,6	15,6	46,8	25	1875	1468,4	1447,6	20,8	45
10	750	830,2	813,9	16,3	45	26	1950	1513,3	1492,8	20,5	44,9
11	825	873,3	856,4	16,9	43,1	27	2025	1558,2	1538	20,2	44,9
12	900	914,5	896,9	17,6	41,2	28	2100	1603,1	1583,2	19,9	44,9
13	975	953,6	935,4	18,2	39,1	29	2175	1648	1628,3	19,7	44,9
14	1050	990,8	971,8	19	37,2	30	2250	1692,9	1673,4	19,5	44,9
15	1125	1028	1008,2	19,8	37,2						

Для всех интервалов времени $\Delta\tau = 75$ с были определены (восстановлены) зависимости теплофизических характеристик $\lambda(T_{cp})$, $a_T(T_{cp})$ и $c(T_{cp,i})$ от температур и проведено их сравнение с исходными значениями, которые были заданы функциями (11)–(13).

На рис. 2 показаны исходные $a_i(T_{cp})$ и восстановленные $a_T(T_{cp})$ зависимости температуропроводности от температуры, а на рис. 3 приведены относительные погрешности восстановления теплофизических характеристик.

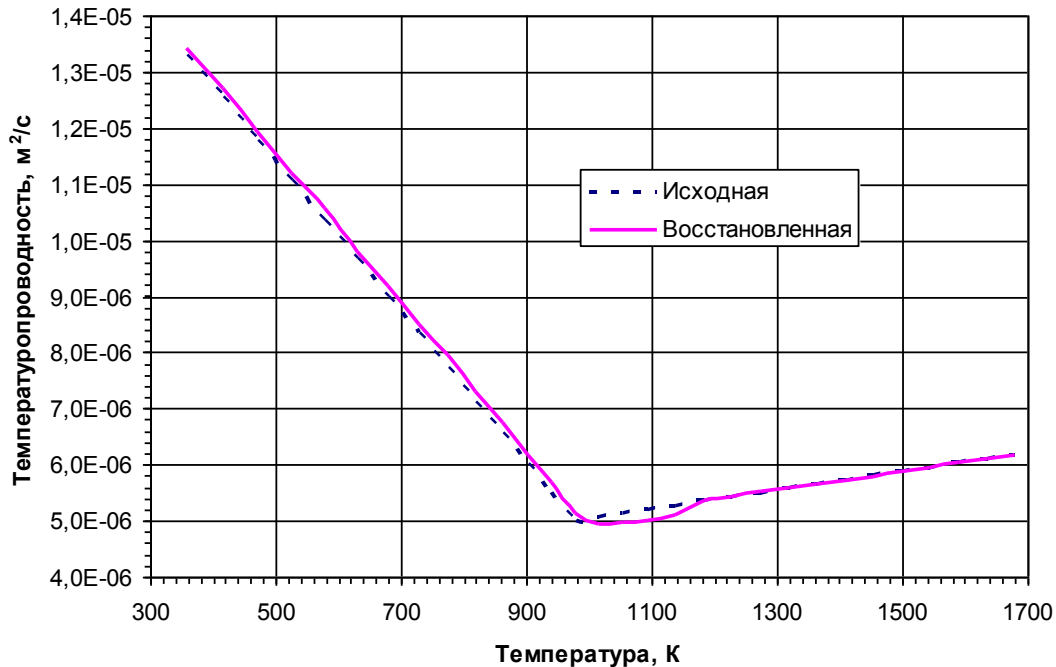


Рис. 2. Зависимости температуропроводности от температуры: 1 – исходные $a_i(T_{cp})$; 2 – восстановленные $a_T(T_{cp})$ численно-аналитическим методом

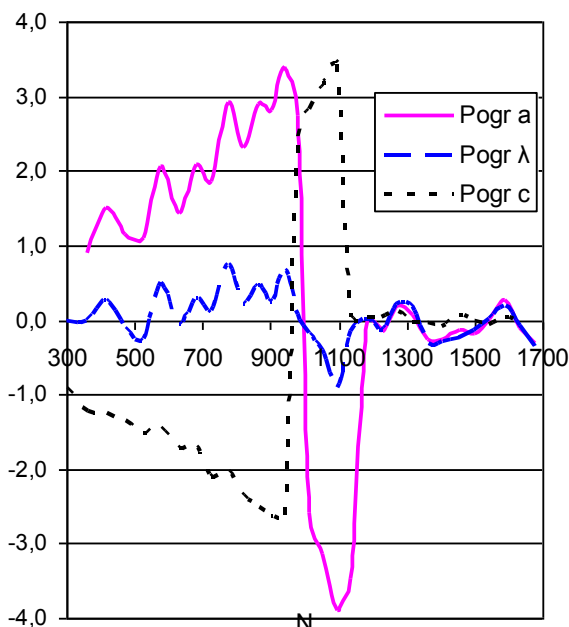


Рис. 3. Относительные погрешности восстановления температуропроводности a , коэффициента теплопроводности λ и теплоемкости c

Анализ полученных результатов (рис. 3) показывает, что погрешности восстановления $\lambda(T_{cp})$ не превышают 1 %, а погрешно-

сти восстановления $a_i(T_{cp})$ и $c_i(T_{cp,i})$ превышают 2 % только в области изменения знака первых производных функций $a_i(T_{cp})$ и $c_i(T_{cp,i})$.

При построении линий тренда вида (11) значения $a_T(T_{cp})$ в области изменения знака первых производных функций можно не учитывать и, таким образом, снизить погрешность аппроксимации.

В данном случае для табличной функции $a_T(T_{cp})$ в диапазоне расчетных температур $1183 \leq T_{cp} \leq 1680$ построена линия тренда $a_T = (3,378 + 1,667 \cdot T/1000) \cdot 10^{-6}$, $T > 977,6$ K, которая абсолютно совпала с исходной (12).

Выводы. Создание простых по реализации способов определения ТФХ материалов является актуальной задачей. Предложенный метод позволяет по результатам одного физического эксперимента рассчитывать зависимости ТФХ от температуры по простым алгебраическим формулам, при этом дает возможность комплексного определения ТФХ стали, зависимости которых от температуры описываются нелинейными функциями.

Список литературы

1. **Определение** теплофизических свойств материалов металлургического производства / Б.П. Юрьев, В.А. Гольцев, В.И. Матюхин, О.Ю. Шешуков. – Екатеринбург: ООО «УИПЦ», 2014. – 180 с.
2. **Фокин В.М., Чернышев В.Н.** Неразрушающий контроль теплофизических характеристик строительных материалов. – М.: Изд-во «Машиностроение-1», 2004. – 212 с.
3. **Жуков Н.П., Майникова Н.Ф.** Многомодельные методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов и изделий. – М.: Изд-во «Машиностроение-1», 2004. – 288 с.
4. **Grysa Kr.** Inverse heat conduction problems // Heat Conduction – Basic Research. Intech Open. URL: <https://www.intechopen.com/books/heat-conduction-basic-research/inverse-heat-conduction-problems>.
5. **Review** of thermal conductance models for joints incorporating enhancement materials / I. Savija, J.R. Culham, M.M. Yovanovich, E.E. Marotta // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. – 2003. – Vol. 17, No. 1. – P. 43–52.
6. **Measurement** Techniques for Thermal Conductivity and Interfacial Thermal Conductance of Bulk and Thin Film Materials / D. Zhao, X. Qian, X. Gu, et al. Department of Mechanical Engineering, University of Colorado, Boulder, CO 80309-0427. <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1605/1605.08469.pdf>
7. **Соколов А.К.** Метод определения теплопроводности и коэффициента теплопроводности по температурам поверхности пластины как полуограниченного тела // Известия высших учебных заведений. Черная Металлургия. – 2022. – Vol. 65, No. 1. – С. 57–65. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-1-57-65>
8. **Weizhen Pan, Fajun Yi, Songhe Meng.** Temperature-dependent thermal properties measurement by solving inverse heat transfer problems // Measurement Science and Technology. – 2016. – Vol. 27, No. 7. Article 075005.
9. **Rostamian M., Shahrezaee A.** Application of meshless methods for solving an inverse heat conduction problem // European Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2016. – Vol. 9, No. 1. – P. 64–83.
10. **Monde M., Kosaka M., Mitsutake Y.** Simple measurement of thermal diffusivity and thermal conductivity using inverse solution for one-dimensional heat conduction // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2010. – Vol. 53(23), No. 11. – P. 5343–5349.
11. **Kosaka M., Monde M.** Simultaneous measurement of thermal diffusivity and thermal conductivity by means of inverse solution for one-dimensional heat conduction (anisotropic thermal properties of CFRP for FCEV) // Int. J. Thermophys. – 2015. – Vol. 36. – P. 2590–2598.
12. **Alaili K., Ordonez-Miranda J., Ezzahri Y.** Simultaneous determination of thermal diffusivity and thermal conductivity of a thin layer using double modulated thermal excitations // Journal of Applied Physics. – 2019. – Vol. 126(14), No. 10. Article 145103.
13. **Cheng-Hung Huang, Chu-Ya Huang.** An inverse problem in estimating simultaneously the effective thermal conductivity and volumetric heat capacity of biological tissue // Applied Mathematical Modelling. – 2007. – Vol. 31(9), No. 9. – P. 1785–1797.
14. **Еремин А.В., Стефанюк Е.В., Абишева Л.С.** Идентификация источника тепла на основе аналитического решения задачи теплопроводности // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2016. – Т. 59, № 5. – С. 339–346.
15. **Nedin R., Nesterov S., Vatulyan A.** On reconstruction of thermalphysic characteristics of functionally graded hollow cylinder // Appl. Math. Model. – 2016. – Vol. 40, issue 4. – P. 2711–2719. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.09.078>
16. **Nedin R., Nesterov S., Vatulyan A.** Identification of thermal conductivity coefficient and volumetric heat capacity of functionally graded materials // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2016. – Vol. 102. – P. 213–218. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.06.027>
17. **Ватульян А.О., Нестеров С.А.** Об особенностях решения коэффициентной обратной задачи теплопроводности для двусоставного слоя // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2019. – Т. 19, вып. 4. – С. 409–423. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-4-409-423>
18. **Sokolov A.K.** Determination of Thermal Diffusivity of Material by the Numerical-Analytical Model of a Semi-Bounded Body // Steel in Translation. – 2020. – Vol. 50, No. 6. – P. 391–396.
19. **Соколов А.К.** Решение обратной задачи теплопроводности для симметричного температурного поля пластины, аппроксимированного степенными функциями // Известия Академии наук. Энергетика. – 2017. – № 6. – С. 108–118.
20. **Соколов А.К.** Определение теплопроводности материала по трем точкам несимметричного температурного поля пластины численно-аналитическим методом // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2017. – Т. 83, № 11. – С. 35–40.
21. **Соколов А.К.** Математическое моделирование нагрева металла в газовых печах. – Иваново, 2011. – 396 с.
22. **Пат. № 2247363** Российская Федерация МПК G01N 25/18. Способ неразрушающего контроля теплофизических характеристик изделий из металлополимеров / Б.Г. Варфоломеев, Н.П. Жуков, Д.Ю. Муромцев, З.М. Селиванова; опубл. 27.02.2005, бюл. № 6.
23. **Пат. № 2785084** Российская Федерация МПК G01N 25/18. Способ определения теплопроводности и коэффициента теплопроводности / А.К. Соколов, О.А. Якубина; опубл.: 02.12.2022, бюл. № 34.

References

1. Yur'ev, B.P., Golt'sev, V.A., Matyukhin, V.I., Sheshukov, O.Yu. *Opredelenie teplofizicheskikh svoystv materialov metallurgicheskogo proizvodstva* [Determination of thermophysical properties of materials of metallurgical production]. Ekaterinburg: ООО «УИПЦ», 2014. 180 p.
2. Fokin, V.M., Chernyshev, V.N. *Nerazrushayushchiy kontrol' teplofizicheskikh kharakteristik stroitel'nykh materialov* [Non-destructive testing of ther-

mophysical characteristics of building materials]. Moscow: Izdatel'stvo «Mashinostroenie-1», 2004. 212 p.

3. Zhukov, N.P., Maynikova, N.F. *Mnogomodel'nye metody i sredstva nerazrushayushchego kontrolya teplofizicheskikh svoystv materialov i izdeliy* [Multi-model methods and means of non-destructive testing of thermophysical properties of materials and products]. Moscow: Izdatel'stvo «Mashinostroenie-1», 2004. 288 p.

4. Grysa, Kr. Inverse heat conduction problems. Heat Conduction – Basic Research. Intech Open. Available at: <https://www.intechopen.com/books/heat-conduction-basic-research/inverse-heat-conduction-problems>.

5. Savija, I., Culham, J.R., Yovanovich, M.M., Marotta, E.E. Review of thermal conductance models for joints incorporating enhancement materials. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2003, vol. 17, no. 1, pp. 43–52.

6. Dongliang Zhao, Xin Qian, Xiaokun Gu, Saad Ayub Jajja, Ronggui Yang. Measurement Techniques for Thermal Conductivity and Interfacial Thermal Conductance of Bulk and Thin Film Materials. Department of Mechanical Engineering, University of Colorado, Boulder, CO 80309-0427. <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1605/1605.08469.pdf>

7. Sokolov, A.K. Metod opredeleniya temperaturoprovodnosti i koeffitsienta teploprovodnosti po temperaturam poverkhnosti plastiny kak poluograniченного tela [Method to determine thermal diffusivity and thermal conductivity coefficient based on surface temperatures of a plate as a semi-bounded body]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Chernaya Metallurgiya*, 2022, vol. 65, no. 1, pp. 57–65. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-1-57-65>

8. Weizhen Pan, Fajun Yi, Songhe Meng. Temperature-dependent thermal properties measurement by solving inverse heat transfer problems. *Measurement Science and Technology*, 2016, vol. 27, no. 7. Article 075005.

9. Rostamian, M., Shahrezaee, A. Application of meshless methods for solving an inverse heat conduction problem. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2016, vol. 9, no. 1, pp. 64–83.

10. Monde, M., Kosaka, M., Mitsutake, Y. Simple measurement of thermal diffusivity and thermal conductivity using inverse solution for one-dimensional heat conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, vol. 53(23), no. 11, pp. 5343–5349.

11. Kosaka, M., Monde, M. Simultaneous measurement of thermal diffusivity and thermal conductivity by means of inverse solution for one-dimensional heat conduction (anisotropic thermal properties of CFRP for FCEV). *Int. J. Thermophys*, 2015, vol. 36, pp. 2590–2598.

12. Alaili, K., Ordóñez-Miranda, J., Ezzahri, Y. Simultaneous determination of thermal diffusivity and thermal conductivity of a thin layer using double modulated thermal excitations. *Journal of Applied Physics*, 2019, vol. 126(14), no. 10. Article 145103.

13. Cheng-Hung Huang, Chu-Ya Huang. An inverse problem in estimating simultaneously the effective thermal conductivity and volumetric heat ca-

capacity of biological tissue. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, vol. 31(9), no. 9, pp. 1785–1797.

14. Eremin, A.V., Stefanyuk, E.V., Abisheva, L.S. Identifikatsiya istochnika tepla na osnove analiticheskogo resheniya zadachi teploprovodnosti [Identification of a heat source based on an analytical solution of the heat conduction problem]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Chernaya metallurgiya*, 2016, vol. 59, no. 5, pp. 339–346.

15. Nedin, R., Nesterov, S., Vatulyan, A. On reconstruction of thermalphysic characteristics of functionally graded hollow cylinder. *Appl. Math. Model*, 2016, vol. 40, issue 4, pp. 2711–2719. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.09.078>.

16. Nedin, R., Nesterov, S., Vatulyan, A. Identification of thermal conductivity coefficient and volumetric heat capacity of functionally graded materials. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, vol. 102, pp. 213–218. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.06.027>

17. Vatul'yan, A.O., Nesterov, S.A. Ob osobennostyakh resheniya koeffitsientnoy obratnoy zadachi teploprovodnosti dlya dvusostavnogo sloya [On the features of the solution of coefficient inverse problem of heat conductivity for a two-component layer]. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2019, vol. 19, issue 4, pp. 409–423. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-4-409-423>

18. Sokolov, A.K. Determination of Thermal Diffusivity of Material by the Numerical-Analytical Model of a Semi-Bounded Body. *Steel in Translation*, 2020, vol. 50, no. 6, pp. 391–396.

19. Sokolov, A.K. Reshenie obratnoy zadachi teploprovodnosti dlya simmetrichnogo temperaturnogo polya plastiny, approksimirovannogo stepennymi funktsiyami [Solution of the inverse problem of heat conduction for a symmetric temperature field of a plate approximated by power functions]. *Izvestiya Akademii nauk. Energetika*, 2017, no. 6, pp. 108–118.

20. Sokolov, A.K. Opredelenie temperaturoprovodnosti materiala po trem tochkam nesimmetrichnogo temperaturnogo polya plastiny chislenno-analiticheskim metodom [Determination of thermal diffusivity of material at three points of an asymmetric temperature field of a plate by a numerical-analytical method]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*, 2017, vol. 83, no. 11, pp. 35–40.

21. Sokolov, A.K. *Matematicheskoe modelirovanie nagreva metalla v gazovykh pechakh* [Mathematical modeling of metal heating in gas furnaces]. Ivanovo, 2011. 396 p.

22. Varfolomeev, B.G., Zhukov, N.P., Muromtsev, D.Yu., Selivanova, Z.M. *Sposob nerazrushayushchego kontrolya teplofizicheskikh kharakteristik izdeliy iz metallopolimerov* [Method of non-destructive testing of thermal characteristics of metal-polymer products]. Patent RF, no. 2247363, 2005.

23. Sokolov, A.K., Yakubina, O.A. *Sposob opredeleniya temperaturoprovodnosti i koeffitsienta teploprovodnosti* [Method to determine thermal diffusivity and thermal conductivity coefficient]. Patent RF, no. 2785084, 2022.