

УДК 004.021

**Сергей Николаевич Литвинов**

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», старший преподаватель кафедры электрических станций, подстанций и диагностики электрооборудования, Россия, Иваново, e-mail: litvinov.sn@ispu.ru

## Численное моделирование датчиков частичных разрядов на основе метода конечных элементов для задач диагностики изоляции

### Авторское резюме

**Состояние вопроса.** Для диагностики частичных разрядов в изоляции высоковольтного оборудования используются различные типы датчиков, в том числе и индуктивные. Традиционные подходы не позволяют полноценно анализировать переходные процессы, возникающие в электрической цепи, содержащей индуктивный датчик, поскольку они не учитывают его характеристик. Для получения сколько-нибудь достоверных результатов требуется градуировка измерительного канала, что не всегда возможно в условиях реальной эксплуатации. В то же время точное моделирование индуктивного датчика, учитывающее все физические процессы, возникающие в нем при проекции импульсного тока частичного разряда, позволит не только получить его характеристики, но и рассчитать кажущийся заряд – ключевой параметр для оценки состояния изоляции. Таким образом, разработка модели, позволяющей исключить необходимость градуировки измерительного канала и напрямую связать зарегистрированный сигнал с физическими параметрами разряда, является актуальной задачей.

**Материалы и методы.** Разработка гибридной имитационной модели основана на сочетании численного решения уравнений Максвелла методом конечных элементов с анализом эквивалентной электрической цепи и учете магнитного поля, токов смещения через межвитковые емкости и взаимодействия с внешней цепью. Для анализа импульсного сигнала использовано дискретное преобразование Фурье и метод наложения гармоник. Расчет кажущегося заряда выполнен интегрированием тока за четверть периода.

**Результаты.** Разработана гибридная имитационная модель, позволяющая рассчитывать индуктивность датчика с погрешностью 3,1 % относительно аналитического решения, определять резонансную частоту и добротность, восстанавливать форму импульсного сигнала частичных разрядов по первой и третьей гармоникам с погрешностью 1,84 %, вычислять величину кажущегося заряда.

**Выводы.** Предложенная модель позволяет проектировать и анализировать индуктивные датчики частичных разрядов, исключать градуировку измерительного канала и получать характеристики разряда расчетным методом, напрямую связывая зарегистрированный сигнал с физическими параметрами разряда. Модель универсальна, ее можно применять как для традиционных измерительных преобразователей, так и для систем на базе датчиков без ферромагнитного сердечника. Результаты подтверждены сравнением с аналитическими расчетами и могут быть использованы для автоматизированной диагностики изоляции.

**Ключевые слова:** индуктивный датчик частичных разрядов, математическое моделирование, метод конечных элементов, гибридная модель, кажущийся заряд, дискретное преобразование Фурье, амплитудно-частотная характеристика, диагностика изоляции

**Sergey Nikolaevich Litvinov**

Ivanovo State Power Engineering University, Senior Lecturer of Power Plants, Substations and Electrical Equipment Diagnostics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: litvinov.sn@ispu.ru

## Numerical simulation of partial discharge sensors based on the finite element method for insulation diagnostics

### Abstract

**Background.** Various types of sensors, including inductive ones, are used for partial discharge diagnostics in the insulation of high-voltage equipment. Conventional approaches do not allow a comprehensive analysis of transient processes occurring in an electrical circuit with an inductive partial discharge sensor, as they fail to account for the sensor actual characteristics. Therefore, to obtain any reliable results, calibration of the measurement channel is required, which is not always feasible under real operating conditions. At the same time, accurate modeling of an inductive sensor that considers all physical phenomena occurring during the passage of a partial discharge impulse current, enables not only to determine its characteristics but also to calculate the apparent charge, which is the key parameter to assess insulation condition. Thus, it is relevant to develop a model that eliminates the need for calibration of the measuring channel and directly links the measured signal with the physical parameters of the discharge.

**Materials and methods.** A hybrid simulation model has been developed based on combination of the numerical solution of Maxwell's equations using the finite element method with the analysis of an equivalent electrical circuit. The model

accounts for the magnetic field, displacement currents through inter-turn capacitances, and interaction with the external circuit. Discrete Fourier transform and harmonic superposition method are employed for impulse signal analysis. The apparent charge is calculated by integrating the current over a quarter of the period.

**Results.** The author has developed the hybrid simulation model that allows us to calculate the sensor inductance with an error of 3,1 % compared to the analytical solution, determine the resonant frequency and quality factor (Q-factor), reconstruct the partial discharge impulse waveform using the first and third harmonics with an error of 1,84 %, and calculate the apparent charge value.

**Conclusions.** The proposed model allows for the design and analysis of inductive partial discharge sensors without requiring measurement channel calibration, directly correlating the registered signal with the physical parameters of the discharge. The model is universal and can be applied both for conventional measuring transducers and systems based on sensors without a ferromagnetic core. The results have been validated through comparison with analytical calculations and can be used for automated insulation diagnostics.

**Key words:** inductive partial discharge sensor, mathematical modeling, finite element method, hybrid model, apparent charge, discrete Fourier transform, amplitude-frequency characteristic, insulation diagnostics

**DOI:** 10.17588/2072-2672.2025.6.058-068

**Введение.** Частичные разряды (ЧР) – это микроскопические электрические пробои в изоляции высоковольтного оборудования, такого как трансформаторы, кабели или генераторы [1]. Хотя они не вызывают немедленного отказа, но со временем разрушают изоляцию и могут привести к аварии. В связи с этим диагностика ЧР, особенно для измерительных преобразователей, – важная задача для обеспечения надежности энергосистем [2].

Одним из распространенных способов регистрации ЧР является использование индуктивных датчиков. Они представляют собой катушку, подключаемую последовательно заземляющему проводнику, или магнитопровод с обмоткой, располагаемый на проводнике, и регистрируют импульсы тока, вызванные разрядами [3, 4]. Однако явления, возникающие в таких датчиках, имеют сложную физическую природу: их отклик зависит от геометрии, числа витков, паразитных емкостей между витками и резонансных явлений. Из-за этого простые методы расчета частичных разрядов не дают точных результатов, а экспериментальные установки, предназначенные для регистрации и измерения характеристик частичных разрядов, требуют градуировки измерительного канала<sup>2</sup> [5, 6]. Градуировка заключается в подаче калибровочного импульса известной величины и построении зависимости между параметрами сигнала (обычно амплитуды импульса напряжения на датчике) и величиной кажущегося заряда. Но на практике, особенно при мониторинге технического состояния оборудования, это сделать сложно или невозможно. Кроме того, не учитываются реальные энергетические преобразования в цепи, содержащей дефект.

Ниже предложена гибридная математическая модель, которая точно описывает работу датчика и позволяет напрямую рассчитать кажущийся заряд по зарегистрированному сигналу частичного разряда, исключая необходимость

градуировки измерительной цепи. Это повышает точность диагностики и упрощает эксплуатацию систем мониторинга, а также позволяет определять характеристики средств измерения в результате численного расчета.

**Методы исследования.** Предложено использовать гибридную модель датчика, которая учитывает теорию электромагнитного поля и электрических цепей при анализе процессов, происходящих в датчике во время регистрации сигнала. Схема замещения, отражающая основные свойства моделируемого датчика, представлена на рис. 1. Следует отметить, что в схеме в первом приближении не представлены влияния внешних элементов оборудования исходя из того, что выбранное расположение датчика выполнено так, чтобы существенно минимизировать влияние на него внешних электромагнитных связей.

Для создания модели использован метод декомпозиции – задача разбита на три части.

Первая часть – моделирование магнитного поля. С помощью программы COMSOL Multiphysics методом конечных элементов решено уравнение Максвелла, описывающее распределение магнитного поля в датчике частичных разрядов при протекании по нему тока разряда. На основании предварительного анализа геометрии индуктивного датчика и структуры электромагнитного поля следует вывод о необходимости оптимизации задачи моделирования и поиске решения уравнений на двухмерной осесимметричной расчетной области, позволяющей повысить точность и скорость расчетов. Ввиду того что поле затухает со скоростью, пропорциональной внутреннему радиусу катушки в третьей степени [7], граница расчетной области выбирается с учетом минимального влияния на точность расчетов. Кривизна внешней границы выбрана таким образом, чтобы линии поля скользили по границе расчетной области [7]. Расчетная область полевой модели показана на рис. 2.

<sup>2</sup> ГОСТ Р 55191-2012 (МЭК 60270:2000). Методы испытаний высоким напряжением, Измерения частичных разрядов.

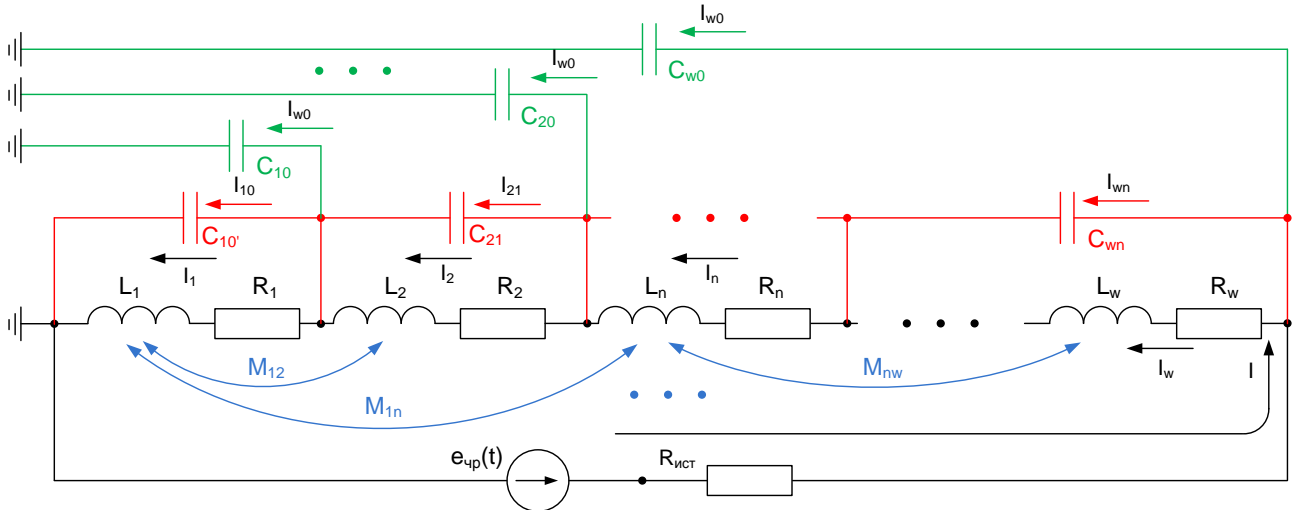


Рис. 1. Схема замещения индуктивного датчика частичных разрядов с учетом наличия емкостных связей и взаимной индукции:  $R_w$  – активное сопротивление витка;  $L_w$  – собственная индуктивность витка;  $M_{nw}$  – взаимная индуктивность между витками;  $I_w$  – ток, проходящий по виткам соленоида;  $I_{wn}$  – емкостный ток между витками;  $I_{w0}$  – емкостный ток между витками и землей;  $e_{чр}(t)$  – электродвижущая сила (ЭДС) эквивалента источника ЧР;  $R_{ист}$  – эквивалент сопротивления источника ЧР

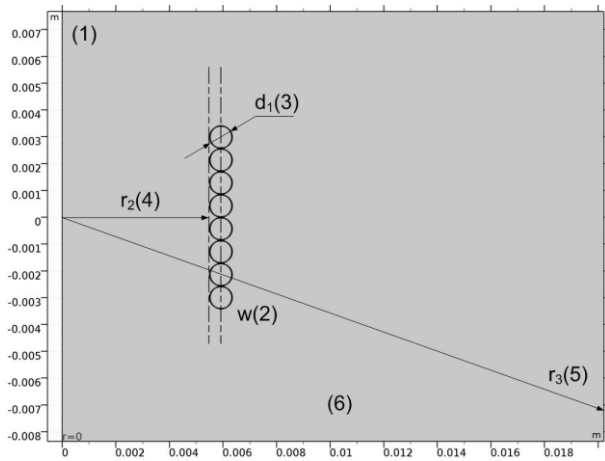


Рис. 2. Расчетная область для исследования характеристик индуктивного датчика ЧР: 1 – ось симметрии; 2 – витки индуктивного датчика; 3 – диаметр сечения витка; 4 – внутренний радиус индуктивного датчика; 5 – радиус внешней границы расчетной области; 6 – среда, в которой находится датчик

Варьируемыми параметрами математической модели являются: количество витков индуктивного датчика  $w$ ; диаметр медного проводника с учетом толщины полиэфирного лака  $d_1$ ; внутренний радиус датчика  $r_2$ ; радиус внешней границы расчетной области  $r_3$ . Данные параметры могут варьироваться в целях получения требуемых характеристик датчика.

Для исследования влияния степени дискретизации конечноэлементной сетки на результаты расчетов были проведены эксперименты с компьютерной моделью. В результате исследований выбран уровень оптимальной дискретизации конечноэлементной сетки, число элементов которой составило 14660 шт. для расчетной области с радиусом границы  $r_3 = 10$  см (рис. 3).

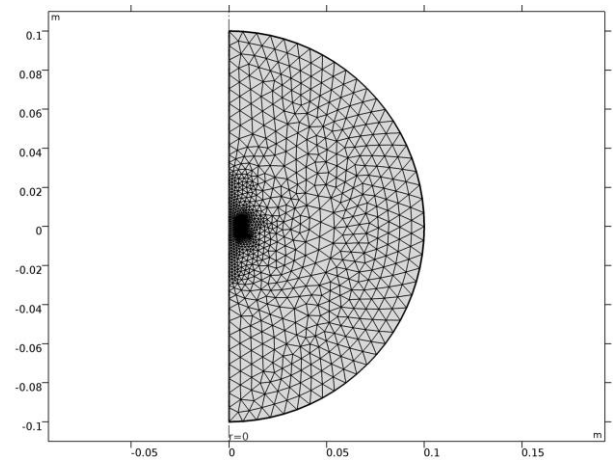


Рис. 3. Конечноэлементная сетка для расчетной области определения параметров электромагнитного поля индуктивного датчика ЧР

Учтено, что частотный спектр сигналов ЧР лежит в широком диапазоне частот [8], но размеры датчика малы по сравнению с длиной волны, поэтому для расчета электрического и магнитного полей можно использовать упрощенное (квазистационарное) приближение. Поставленную задачу удобно решать относительно векторного магнитного потенциала  $\vec{A}$ , поэтому запишем теорему о циркуляции вектора магнитной индукции, учитывая параметры среды и выражение для векторного магнитного потенциала  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ :

$$\nabla \times (\mu^{-1} \mu_0^{-1} \cdot \nabla \times \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{ст}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  – магнитная постоянная, Гн/м;  $\vec{A}$  – векторный магнитный потенциал, Вб/м;  $\sigma$  – удельная электропроводность среды,

См/м;  $\vec{J}_{\text{ст}}$  – вектор плотности стороннего (созданного частичным разрядом) тока в индуктивном датчике, А/м<sup>2</sup>.

Для рассматриваемой осесимметричной задачи входящий в уравнение (1) вектор  $\vec{A}$  имеет лишь одну отличную от нуля азимутальную компоненту при поиске решения в цилиндрических координатах, т.е.

$$\dot{A} = \dot{A}_\varphi \vec{e}_\varphi, \quad (2)$$

где  $\vec{e}_\varphi$  – единичный вектор в азимутальном направлении.

При переходе от временной зависимости к комплексным амплитудам уравнение (1) примет следующий вид:

$$\nabla \times (\mu^{-1} \mu_0^{-1} \cdot \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma \dot{A} = \frac{\sigma \dot{U}_{\text{витка}}}{2\pi r_1}, \quad (3)$$

где  $\dot{U}_{\text{витка}}$  – напряжение на витке обмотки датчика ЧР, В;  $r_1$  – радиус провода обмотки датчика ЧР, м;  $\omega = 2\pi f$  – циклическая частота, рад/с;  $f$  – частота, Гц;  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица.

Для решения уравнения (3) используются следующие граничные условия:

1) граничные условия Неймана:

– осевая симметрия при  $r = 0$ ;

– непрерывность нормальной составляющей вектора индукции магнитного поля  $\vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$  для всех внутренних границ разделов сред;

2) граничное условие Дирихле

– магнитная изоляция  $\vec{n} \times \vec{A} = \dot{A}_\varphi = 0$  для

внешней границы расчетной области.

Вторая часть задачи – цепное моделирование. При внешнем возмущающем воздействии (частичном разряде) в цепи индуктивного

датчика протекает ток. В схеме замещения внешнее возмущающее воздействие представлено сторонней эквивалентной ЭДС  $e_{\text{чр}}(t)$ . Внутреннее сопротивление источника представлено активным сопротивлением  $R_{\text{ист}}$ . Переменный ток, протекающий по виткам индуктивного датчика, порождает переменное магнитное поле, которое наводит ЭДС индукции в витках  $e_{\text{витка}}(t)$  и складывается из ЭДС самоиндукции  $e_L(t)$  витка и ЭДС взаимной индукции  $e_M(t)$  между витками. Уравнение по второму закону Кирхгофа для комплексных амплитуд в описанной схеме замещения будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{чр}} = & iR_{\text{ист}} + iR_1 + \dot{E}_{B1} + iR_2 + \dot{E}_{B2} + \\ & + iR_3 + \dot{E}_{B3} + iR_4 + \dot{E}_{B4} + iR_5 + \dot{E}_{B5} + \\ & + iR_6 + \dot{E}_{B6} + iR_7 + \dot{E}_{B7} + iR_8 + \dot{E}_{B8}. \end{aligned} \quad (4)$$

Сумма значений ЭДС витка  $\dot{E}_B$  и падения напряжения на активном сопротивлении витка формируют напряжение витка  $\dot{U}_{\text{витка}}$ :

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{чр}} = & iR_{\text{ист}} + \dot{U}_{\text{витка1}} + \dot{U}_{\text{витка2}} + \dot{U}_{\text{витка3}} + \\ & + \dot{U}_{\text{витка4}} + \dot{U}_{\text{витка5}} + \dot{U}_{\text{витка6}} + \dot{U}_{\text{витка7}} + \dot{U}_{\text{витка8}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение (5) устанавливает взаимосвязь магнитного и электрического полей, при которой электрический ток, протекающий в витках индуктивного датчика, равен суперпозиции токов от действия сторонней ЭДС и наведенных токов. В качестве искомой величины выступает напряжение на витках индуктивного датчика, по которому осуществляется взаимосвязь полевой и цепной моделей (рис. 4).

Третья часть задачи – моделирование электрического поля и расчет токов смещения. Ток смещения обусловлен емкостными связями между витками датчика (рис. 5).

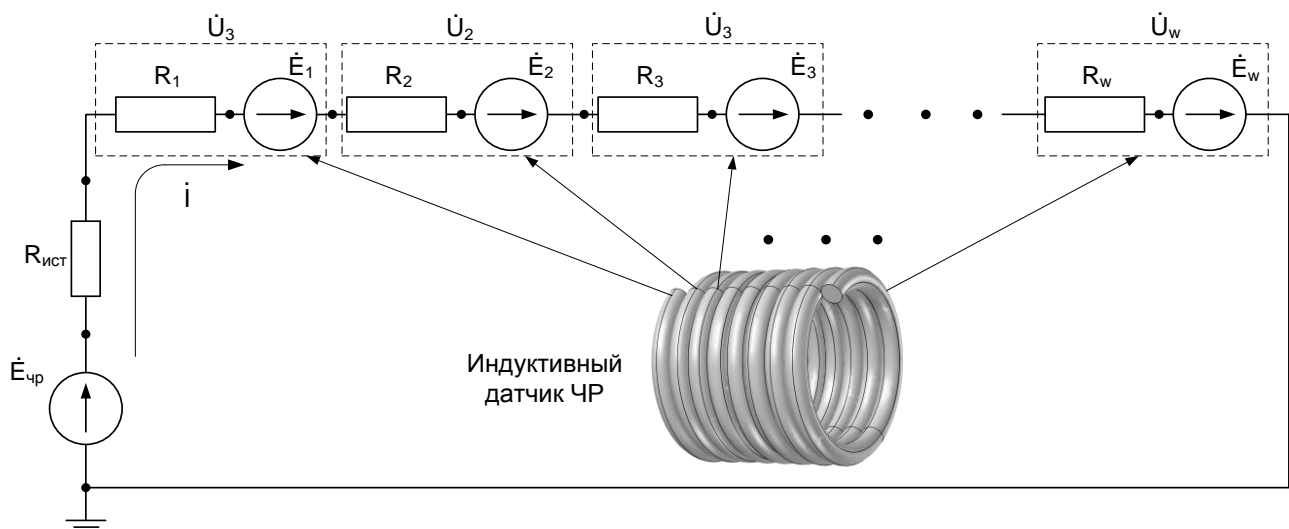


Рис. 4. Схема, отражающая взаимосвязь напряжений на витках индуктивного датчика в полевой и цепной моделях

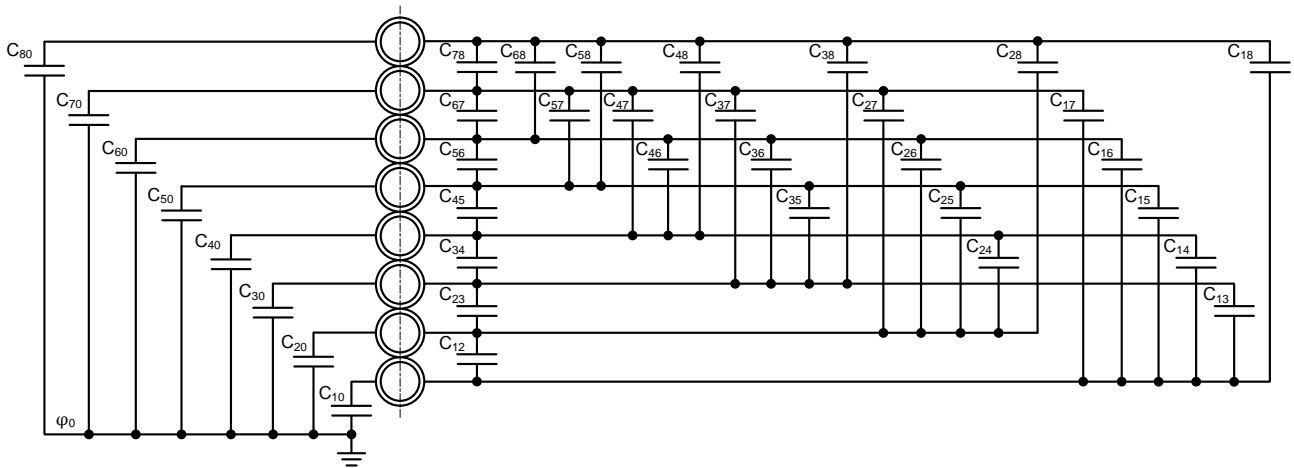


Рис. 5. Схема, отражающая емкостные связи в системе виток-виток и виток-земля индуктивного датчика

С учетом наличия частичных емкостей между витками и потенциального характера электрического поля задача поиска токов через емкости между витками сводится к поиску плотности тока в соответствии с законом Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{J}_{\text{емк}} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_{\text{ст}}. \quad (6)$$

где  $\vec{J}_{\text{емк}}$  – вектор плотности тока смещения через емкостные связи между витками индуктивного датчика, А/м².

Пренебрегая малым значением перпендикулярной компоненты электрического поля  $\sigma \vec{E} \ll \vec{J}_{\text{ст}}$ , исключаем ее из расчетной области. Принимая допущение о том, что весь сторонний ток протекает по поверхности проводников индуктивного датчика, поставим ему в соответствие ток смещения между витками. Переходя к комплексным амплитудам и учитывая взаимосвязь потенциала и напряженности электрического поля, конечное уравнение (6), определяющее ток смещения, примет вид

$$\vec{J} = j\omega \varepsilon \varepsilon_0 (-\nabla \varphi), \quad (7)$$

где  $\varphi$  – скалярный потенциал электрического поля, В;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды;  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума, Ф/м.

Для решения уравнения (7) используются следующие граничные условия:

1) граничные условия Неймана:

– осевая симметрия при  $r = 0$ ;

– скачок вектора электрического смещения на границе раздела сред на величину, соответствующую поверхностному заряду

$$\vec{n} (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma;$$

2) граничное условие Дирихле:

– электрическая изоляция  $\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$  для внешней границы расчетной области;

– электрический потенциал  $\varphi = \varphi_{i \text{ витка}}$ ,  $i = 1, 2, 3 \dots n$  для внешних границ медного провода индуктивного датчика, где  $n$  – число витков.

**Результаты исследования.** Представленная имитационная модель совмещает цепную модель включения датчика во внешнюю цепь и модель его квазистационарного электромагнитного поля. Полученная модель является гибридной, она позволяет исследовать характеристики датчика, в том числе, и в переходных режимах. Структурная схема гибридной имитационной модели датчика частичных разрядов показана на рис. 6.

Для отображения результатов расчета модели датчика, а также определения некоторых его характеристик были заданы произвольные начальные условия: пусть в цепи установки датчика, включающего 8 витков (диаметр проводника 12,71 мм, длина обмотки 8,7 мм), действует сторонний источник гармонического синусоидального сигнала ЭДС (источник частичных разрядов). Тогда с учетом перехода к форме записи в комплексных амплитудах выражение для ЭДС примет вид

$$\vec{E} = E_{\text{max}} \cdot e^{j\varphi_0}, \quad (8)$$

где  $E_{\text{max}}$  – амплитудное значение сторонней ЭДС, В;  $\varphi_0$  – начальная фаза изменения сторонней ЭДС, град.

Результаты расчета магнитного поля, создаваемого током стороннего источника ЭДС, протекающего через индуктивный датчик ЧР при  $E_{\text{max}} = 1$  В, частоте  $f = 50$  Гц,  $\varphi_0 = 0$  град. и  $R_{\text{ист}} = 1$  МОм, показаны на рис. 7, где отображены силовые линии магнитного поля, направление вектора индукции магнитного поля и распределение плотности магнитного потока в расчетной области.

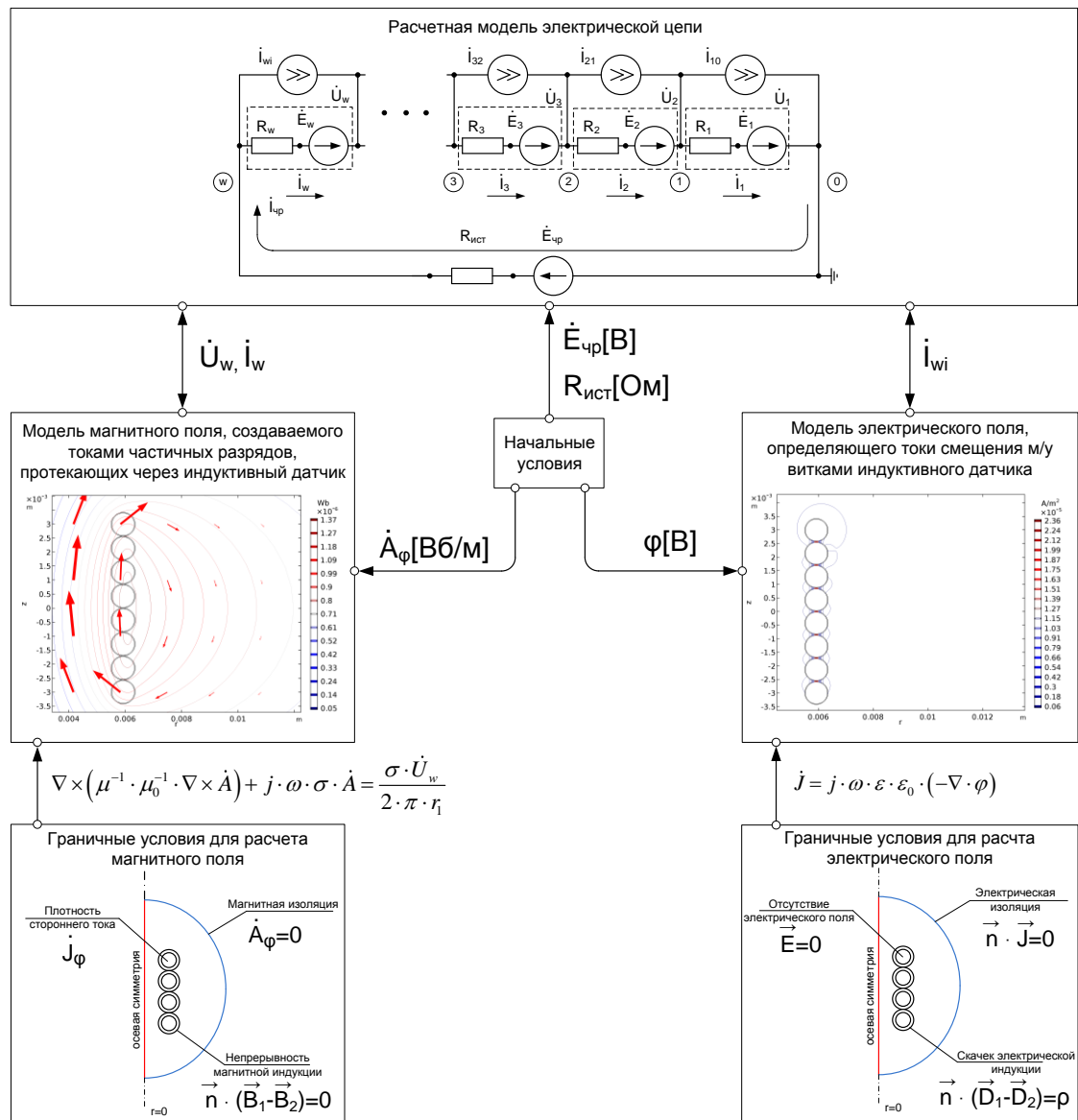


Рис. 6. Структурная схема имитационной гибридной цепной и полевой моделей индуктивного датчика частичных разрядов

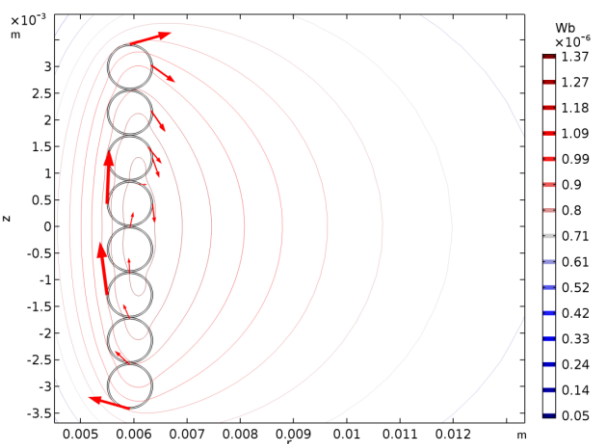


Рис. 7. Линии векторного магнитного потенциала и направление вектора магнитной индукции

Значения тока, протекающего в индуктивном датчике, и значения падений напряжений на его витках представлены в табл. 1

Результаты расчета электрического поля, а именно распределения электрического потенциала и плотности тока смещения в расчетной области при частоте изменения ЭДС источника ЧР 50 Гц, показаны на рис. 8 и 9 соответственно.

Таблица 1. Значения тока, протекающего через индуктивный датчик и значения падений напряжений на его витках

Ток через индуктивный датчик, А	91,95-1,81i
Напряжение на 1-м витке, В	0,11-1,56E-4i
Напряжение на 2-м витке, В	0,11+1,97E-4i
Напряжение на 3-м витке, В	0,11+3,88E-4i
Напряжение на 4-м витке, В	0,11+4,75E-4i
Напряжение на 5-м витке, В	0,11+4,75E-4i
Напряжение на 6-м витке, В	0,11+3,88E-4i
Напряжение на 7-м витке, В	0,11+1,97E-4i
Напряжение на 8-м витке, В	0,11-1,56E-4i
Суммарное падение напряжения на индуктивном датчике, В	0,91+0,0018i

Проинтегрировав плотность тока по контуру сечения витков, получим значения полных токов, втекающих в виток или вытекающих из него (табл. 2).

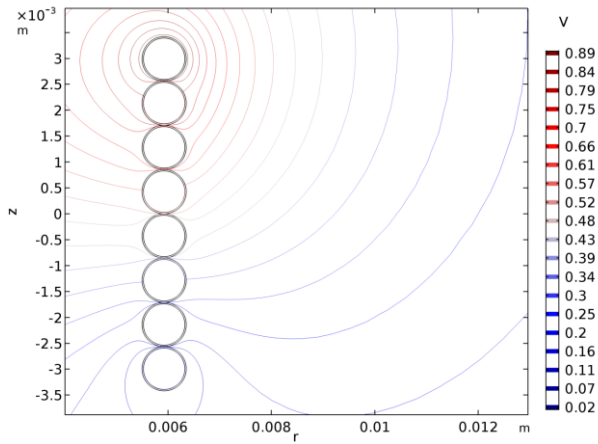


Рис. 8. Распределение электрического потенциала в расчетной области

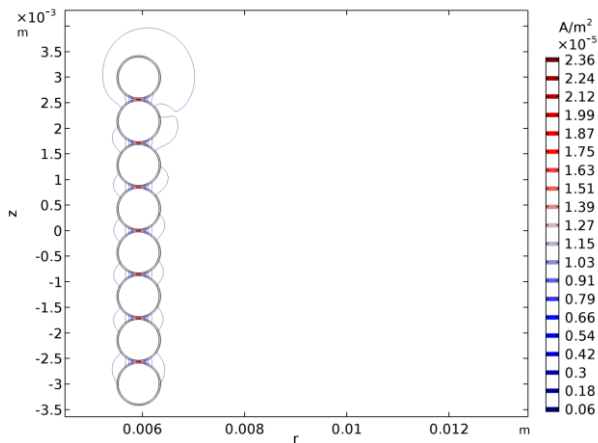


Рис. 9. Плотность тока смещения через частичные емкости между витками индуктивного датчика

Таблица 2. Значения токов, протекающих между витками индуктивного датчика

Номер витка и тока (порядок от верхнего витка к нижнему в соответствии с рис. 9)	Значение тока, А
Ток 8-го витка	-2,49E-8+3.88E-6i
Ток 7-го витка	2,3E-8+6.24E-7i
Ток 6-го витка	1,44E-8+4.02E-7i
Ток 5-го витка	6,86E-9+2.31E-7i
Ток 4-го витка	9,25E-11+7.58E-8i
Ток 3-го витка	-6,67E-9-8.07E-8i
Ток 2-го витка	-1,39E-8-2.63E-7i

Анализ значений токов смещения (табл. 2) показывает, что их величина незначительна (как показало моделирование, даже при высокой частоте изменения ЭДС источника ЧР). Таким образом, можно пренебречь емкостными составляющими между витками и землей, а также между витками, расположенными друг от друга на расстоянии больше одного витка.

С учетом действия токов смещения между витками индуктивного датчика распределение векторного магнитного потенциала в расчетной области приобретает вид, показанный на рис. 10.

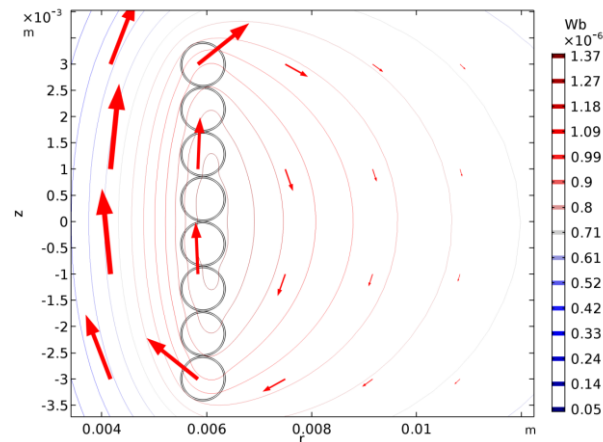


Рис. 10. Линии векторного магнитного потенциала и направление вектора магнитной индукции при частоте 50 Гц с учетом действия токов смещения

Для построения частотных зависимостей датчика в функциях тока (рис. 11) и модуля комплексного сопротивления (рис. 12) производится расчет квазистационарного электромагнитного поля в логарифмическом диапазоне изменения частот от 0 Гц до 1 ГГц и с числом значений частоты на декаду, равным 100.

Для определения резонансной частоты и соответствующей добротности (или сопротивления) схемы модель позволяет рассчитать численно индуктивность датчика частичных разрядов и емкость между его витками.

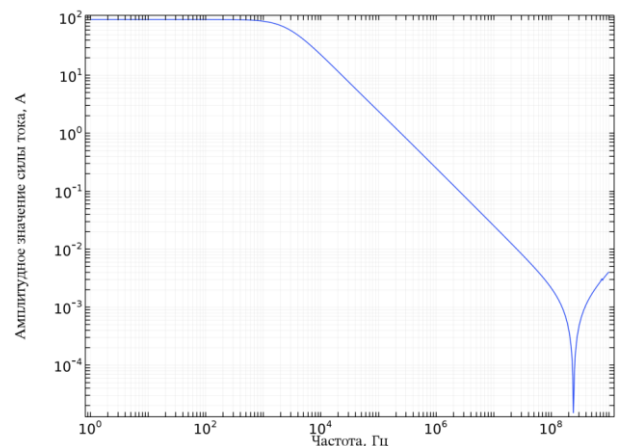


Рис. 11. Частотная зависимость силы тока индуктивного датчика ЧР

Для определения емкости между витками решается задача электростатики с определением третьей группы формул Максвелла для двух витков индуктивного датчика:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \varphi_1 C_{11} + U_{12} C_{12}, \\ \sigma_2 = \varphi_2 C_{22} + U_{21} C_{21}, \end{cases} \quad (9)$$



где  $\sigma_1$  – поверхностная плотность заряда первого витка, Кл/м;  $\sigma_2$  – поверхностная плотность заряда второго витка, Кл/м;  $\varphi_1$  – потенциал первого витка, В;  $\varphi_2$  – потенциал второго витка, В;  $C_{11}$  – собственная емкость первого витка на землю, Ф;  $C_{22}$  – собственная емкость второго витка на землю, Ф;  $C_{12} = C_{21}$  – взаимные емкости между первым и вторым витками, Ф;  $U_{12} = U_{21}$  – разность потенциалов между первым и вторым витками, В.

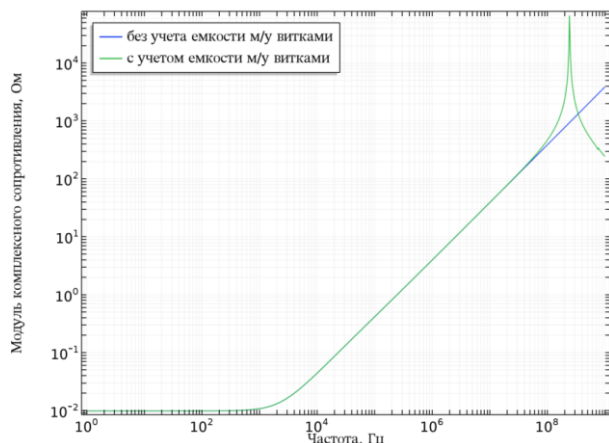


Рис. 12. Частотная зависимость модуля комплексного сопротивления индуктивного датчика ЧР

Решая систему уравнений Максвелла, определим взаимные частичные емкости (рис. 13).

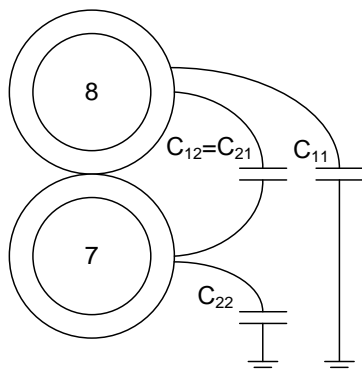


Рис. 13. Собственные и взаимная емкости витков индуктивного датчика

Для поиска взаимных емкостей используется теорема Гаусса, в соответствии с которой определяется величина поверхностного заряда:

$$\nabla \varepsilon_0 (-\nabla \varphi) = \rho. \quad (10)$$

Задавая потенциалы на витках в соответствии с рассчитанными ранее значениями, получим следующее значение взаимной емкости:

$$C_{12} = C_{21} = 5,5 \cdot 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Для определения индуктивности датчика частичных разрядов используется выражение для его комплексного сопротивления:

$$L = \frac{\text{Im}(\bar{Z})}{2 \cdot \pi \cdot f}, \quad (11)$$

где  $\bar{Z}$  – комплексное сопротивление индуктивного датчика, Ом:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}},$$

где  $\bar{U}$  – напряжение на индуктивном датчике, В;  $\bar{I}$  – ток, протекающий через индуктивный датчик, А.

Индуктивность также может быть рассчитана по аналитическому выражению [9]

$$L = \frac{\pi}{4} \mu_0 N^2 \frac{d_{\text{внеш}}}{a} K_\alpha, \quad (12)$$

где  $N$  – число витков датчика, шт;  $d_{\text{внеш}}$  – внешний диаметр датчика, м;  $a$  – длина обмотки датчика, м;  $K_\alpha$  – коэффициент формы, значение которого зависит от  $\alpha = a / d_{\text{внеш}}$  [9].

В табл. 3 показаны значения индуктивности, рассчитанные численным методом и по аналитическому выражению, при частоте ЭДС источника 50 Гц.

Таблица 3. Сравнение результатов расчетов индуктивности датчика ЧР

Расчетное условие	Индуктивность датчика частичных разрядов, Гн
Численный метод	$L_1 = 6,8153 \cdot 10^{-7}$ Гн
Аналитическое выражение	$L_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8^2 \cdot \frac{12,71 \cdot 10^{-3}}{8,7 \cdot 10^{-3}} \times 0,599781 = 7,03 \cdot 10^{-7}$ Гн

Относительная погрешность расчетов численным методом по сравнению с аналитическим выражением составляет

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{L_2 - L_1}{L_2} \cdot 100 \% = \\ &= \frac{7,03 \cdot 10^{-7} - 6,81 \cdot 10^{-7}}{7,03 \cdot 10^{-7}} \cdot 100 \% = 3,1 \%. \end{aligned} \quad (13)$$

Расчетное значение резонансной частоты составит

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{L \frac{C}{8}}} = \\ &= \frac{1}{2\pi \sqrt{6,8153 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{5,5 \cdot 10^{-12}}{8}}} = 232 \text{ МГц.} \end{aligned} \quad (14)$$

Расчетное значение добротности схемы составит

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi \cdot 232 \cdot 10^6 \cdot 6,8153 \cdot 10^{-7}}{8 \cdot 0,0098712} = \\ &= 12585,14. \end{aligned} \quad (15)$$



Для расчета характеристик частичных разрядов (в частности, кажущегося заряда) с учетом параметров датчика без использования градуировочных коэффициентов воспользуемся зарегистрированным на датчике сигналом напряжения. Для использования его в качестве источника напряжения в модели проведем эквивалентные энергетические преобразования (симметризацию импульса): заменим участок кривой регистрируемого напряжения с момента достижения им максимума зеркально отраженным убывающим участком и дополним полученный полупериод до целого периода полувольтной обратной полярности (рис. 14)

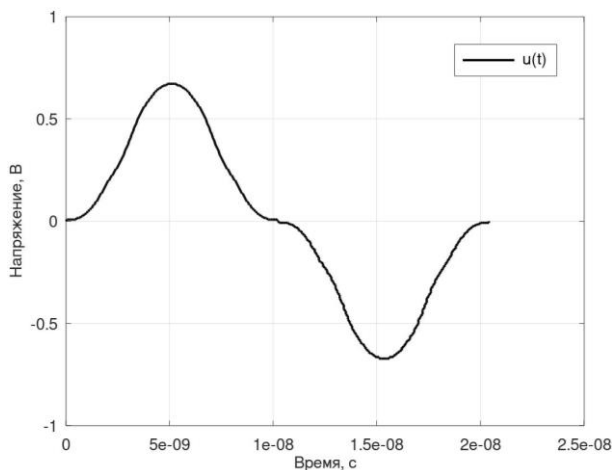


Рис. 14. Период регистрируемого напряжения с учетом преобразований

Для расчета величины кажущегося заряда выполним дискретное Фурье-преобразование периода напряжения. Гистограммы амплитудного и фазового спектров, полученных в ходе Фурье-преобразования, показаны на рис. 15 и 16 соответственно.

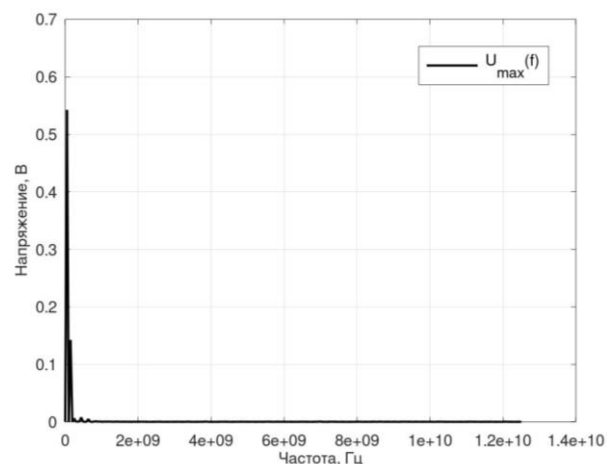


Рис. 15. Амплитудный спектр преобразованного сигнала напряжения

При анализе спектра регистрируемого напряжения выявлено, что значимыми являются первая и третья гармоники (табл. 4), остальные –

при дальнейших расчетах не учитываются. При этом относительная погрешность расчетов составляет 1,84 %.

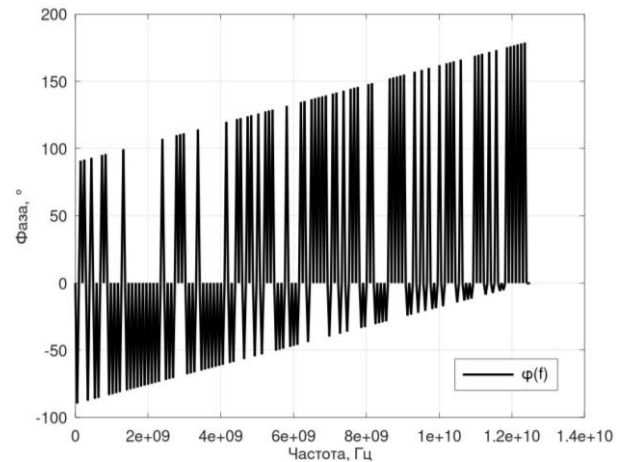


Рис. 16. Фазовый спектр преобразованного сигнала напряжения

Таблица 4. Значимые гармоники в спектре преобразованного напряжения

Частота, МГц	Амплитуда гармоники, В	Фаза гармоники, рад
48,8	0,542	0,0061
146,5	0,142	-3,12

Воспользовавшись методом наложения, рассчитаем значение тока в цепи индуктивного датчика как сумму гармоник тока при действии соответствующей гармоники ЭДС источника в модели (рис. 17).

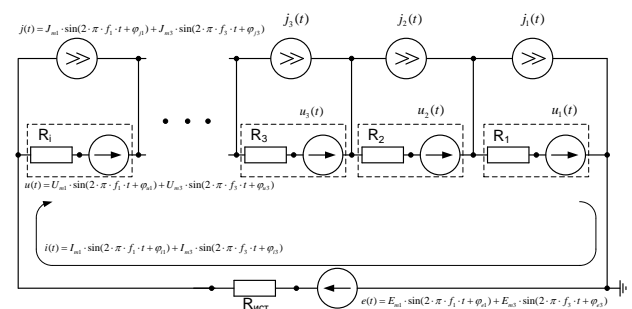


Рис. 17. Модель для определения тока через индуктивный датчик при действии в цепи несинусоидального источника ЭДС

Значения рассчитанных гармонических составляющих тока, протекающего через индуктивный датчик, показаны в табл. 5.

Таблица 5. Значения гармонических составляющих тока, протекающего через индуктивный датчик

Частота, МГц	Амплитуда гармоники, А	Фаза гармоники, рад
48,8	0,00274	-1,56
146,5	0,00016	1,59

Для определения величины кажущегося заряда проинтегрируем кривую изменения тока в течение четверти периода:

$$q_{\text{чр}} = \int_0^{t_1} (I_{m1} \cdot \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) + I_{m3} \times \\ \times \sin(2\pi f_3 t + \varphi_3)) dt = \int_0^{5 \cdot 10^{-9}} (0,542 \times \\ \times \sin(2\pi \cdot 48,8 \cdot 10^6 t + 0,006) + \\ + 0,142 \cdot \sin(2\pi \cdot 146,5 \cdot 10^6 t - 3,12)) dt = \\ = 1600 \text{ пКл},$$

где  $t_1 = 5 \cdot 10^{-9}$  – момент времени, когда функция тока достигает своего максимального значения в течение первого полупериода.

Выбор временного интервала обусловлен тем, что основной вклад в перенос заряда при частичном разряде вносит первый полупериод импульса. Последующие колебания (связанные, например, с резонансом датчика) носят реактивный характер и не связаны непосредственно с энергией разряда. С учетом симметризации импульса интервал был сокращен до четверти периода.

Для определения точности результатов расчета был измерен уровень кажущегося заряда частичных разрядов при таких же условия, при которых был зарегистрирован сигнал напряжения, используемый для расчетов выше. В качестве средства измерения использовалась система MPD 600 фирмы Omicron с емкостным датчиком.

На рис. 18 показана величина кажущегося заряда, определенная с помощью прибора, которая составила 1,382 нКл, т. е. относительная разница с расчетным значением составила 13,6 %. Для оценки качества изоляции такая погрешность считается приемлемой, поскольку критическими являются значения кажущегося заряда частичных разрядов, отличающиеся на порядок.

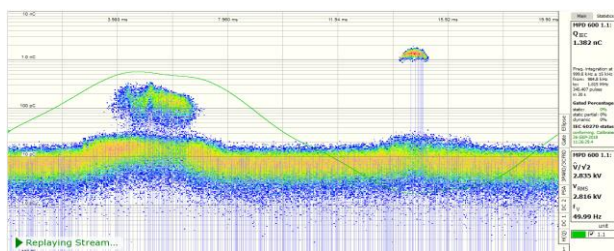


Рис. 18. Фазово-амплитудное распределение частичных разрядов и текущее значение кажущегося заряда частичных разрядов

В данном случае погрешность вызвана различием в технических средствах, которые использовались для измерений и, соответственно, с разной погрешностью измерительных систем. Кроме того, показано сравнение по единичному измерению, в то время как частичные разряды имеют стохастический характер. Наконец, в

модели присутствует ряд допущений, которые также приводят к погрешности в расчетах.

Таким образом, предложенная модель позволяет получить все необходимые характеристики датчика и самого разряда без градуировки измерительного канала.

Границы применимости модели определяются следующими факторами: квазистационарным приближением (т. е. не учитываются волновые процессы, что допустимо для рассматриваемого частотного спектра сигналов ЧР); упрощением геометрической конструкции датчика (в случае большой асимметрии погрешность может возрасти). Таким образом, предложенная модель наиболее эффективна при проектировании и анализе малогабаритных индуктивных датчиков (в том числе, бескаркасных), используемых для регистрации импульсов ЧР с частотным спектром до ~300–500 МГц без насыщаемых магнитных материалов и при отсутствии сильных внешних электромагнитных помех.

**Выводы.** Разработанная гибридная имитационная модель индуктивного датчика ЧР, объединяющая полевое и цепное моделирование, учитывает магнитное поле, создаваемое токами частичных разрядов, токи смещения в витках индуктивного датчика и внешнюю цепь, в которую он установлен.

Предложенная модель исключает необходимость градуировки измерительного канала для оценки характеристик частичных разрядов, кажущийся заряд при этом рассчитывается напрямую по физической модели датчика и зарегистрированному сигналу. Модель позволяет проектировать индуктивные датчики ЧР и анализировать их характеристики.

Точность модели подтверждена: погрешность расчета индуктивности 3,1 % считается допустимой для инженерных задач; относительная разница между единично взятым измеренным и расчетным значением кажущегося заряда частичных разрядов составила 13,6 %.

Модель универсальна: ее можно применять как для классических датчиков с сердечником, так и для современных решений без ферромагнетиков. Такие датчики удобно размещать в конструкции высоковольтного оборудования, в частности в электронных (цифровых) измерительных трансформаторах, подключая их последовательно в цепь заземления.

В дальнейшем планируется совершенствование модели с учетом реального размещения датчика, ее внедрение в системы автоматизированного мониторинга технического состояния изоляции, верификация при более длительных испытаниях различного вида.

#### Список литературы

1. Коробейников С.М., Вечеркин М.В. Физика возникновения, характеристика и классификация частичных разрядов в высоковольтном оборудовании //

Электротехнические системы и комплексы. – 2010. – № 18. – С. 204–212.

2. **Kunicki M., Kabot O., Kozio M.** Partial Discharge Diagnostics of High Voltage Instrument Transformers – Case study // 2023 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2023 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe). – Madrid, Spain, 2023. P. 1–5. DOI: 10.1109/EEEIC/ICPSEurope57605.2023.10194710.

3. **Исследование** частотных характеристик индуктивных датчиков в схемах измерения частичных разрядов / А.В. Жуйков, П.А. Колпакова, Д.А. Матвеев и др. // Электричество. – 2023. – № 7. – С. 35–46. DOI: 10.24160/0013-5380-2023-7-35-46. – EDN DGVVHX.

4. **О применении** высокоиндуктивных датчиков для измерения сигналов частичных разрядов электрическим методом в условиях заводских испытаний / А.В. Жуйков, П.А. Колпакова, Д.А. Матвеев и др. // Электричество. – 2023. – № 10. – С. 37–47. DOI: 10.24160/0013-5380-2023-10-37-47. – EDN CYOCBK.

5. **Calibration** Methods of Partial Discharge Measuring for Online Insulation Diagnosis / A. Fujimoto, T. Harakawa, M. Takanezawa, H. Tsubakihara // 2022 9th International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). – Kitakyushu, Japan, 2022. P. 550–554. DOI: 10.23919/CMD54214.2022.9991632.

6. **Теоретические** основы электротехники: учебник для вузов: в 3 т. Т. 3 / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – 377 с.

7. **Mor A.R., Castro Heredia L.C.** Practical frequency response characterization of a test circuit for partial discharge measurements // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. – August 2018. – Vol. 25, No. 4. – P. 1535–1544. DOI: 10.1109/TDEI.2018.006884.

8. **Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.** Расчет индуктивностей: Справочная книга. – 3-е изд. – Ленинград: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. – 488 с.

## References

1. Korobeynikov, S.M., Vecherkin, M.V. Fizika vozniknoveniya, kharakteristika i klassifikatsiya chastichnykh razryadov v vysokovol'tnom oborudovanii [Physics of appearance, characterization and classification of partial discharges in high-voltage equipment].

*Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы*, 2010, no. 18, pp. 204–212.

2. Kunicki, M., Kabot, O., Kozio, M. Partial Discharge Diagnostics of High Voltage Instrument Transformers – Case study. 2023 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2023 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe). Madrid, Spain, 2023, pp. 1–5. DOI: 10.1109/EEEIC/ICPSEurope57605.2023.10194710.

3. Zhuykov, A.V., Kolpakova, P.A., Matveev, D.A., Frolov, M.B., Khrenov, S.I. Issledovanie chastotnykh kharakteristik induktivnykh datchikov v skhemakh izmereniya chastichnykh razryadov [Studying the frequency characteristics of Inductive sensors used in partial discharge measurement circuits]. *Elektrichestvo*, 2023, no. 7, pp. 35–46. DOI: 10.24160/0013-5380-2023-7-35-46. EDN DGVVHX.

4. Zhuykov, A.V., Kolpakova, P.A., Matveev, D.A., Nikulov, I.I., Frolov, M.B. O primeneniі vysokoinduktivnykh datchikov dlya izmereniya signalov chastichnykh razryadov elektricheskim metodom v usloviyakh zavodskikh ispytaniy [On the use of high-inductive sensors for partial discharge signals measurement by the electrical method in the factory test environment]. *Elektrichestvo*, 2023, no. 10, pp. 37–47. DOI: 10.24160/0013-5380-2023-10-37-47. EDN CYOCBK.

5. Fujimoto, A., Harakawa, T., Takanezawa, M., Tsubakihara, H. Calibration Methods of Partial Discharge Measuring for Online Insulation Diagnosis. 2022 9th International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). Kitakyushu, Japan, 2022, pp. 550–554. DOI: 10.23919/CMD54214.2022.9991632.

6. Demirchyan, K.S., Neyman, L.R., Kоровкин, N.V., Chechurin, V.L. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki v 3 t., t. 3* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering in 3 vols., vol. 3]. Saint-Petersburg: Piter, 2003. 377 p.

7. Mor, A.R., Castro Heredia, L.C. Practical frequency response characterization of a test circuit for partial discharge measurements. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, August 2018, vol. 25, no. 4, pp. 1535–1544. DOI: 10.1109/TDEI.2018.006884.

8. Kalantarov, P.L., Tseytlin, L.A. *Raschet induktivnostey: spravochnaya kniga* [Inductance Calculations: Reference Book]. Leningrad: Energoatomizdat. Leningradskoe otdelenie, 1986. 488 p.