

УДК 621.321

Комбинация моделей в виртуальном лабораторном стенде для работ по электромагнетизму

А.И. Тихонов, Н.Г. Демьянцева, И.А. Корнев, С.М. Кузьмин
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: ait@dsn.ru, dem@fizika.ispu.ru, kornevispu@gmail.com, smk@isc-ras.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В настоящее время актуальной является проблема использования компьютерных тренажеров в учебном процессе. Создание таких тренажеров требует наличия наукоемких математических моделей, позволяющих имитировать в реальном времени работу исследуемых виртуальных устройств с высокой степенью адекватности. Компьютерные системы, позволяющие моделировать работу электротехнических устройств, построены на основе либо цепных, либо полевых, либо комбинированных моделей. В последнее время ускоренными темпами развивается моделирование на основе метода Монте-Карло.

Материалы и методы: Используются динамически подключаемые библиотеки моделирования электрических цепей методом переменных состояния и магнитных полей методом конечных элементов. Для моделирования магнетрона использован метод Монте-Карло.

Результаты: Рассмотрены результаты разработки и использования в виртуальном лабораторном стенде математических моделей, построенных на основе комбинации модели электрической цепи с моделями других типов, в частности: с имитационной моделью магнетрона на основе метода Монте-Карло, конечно-разностной моделью электрического поля и конечно-элементной моделью магнитного поля.

Выводы: Разработка тренажеров для имитации физических процессов в лабораторном практикуме по электромагнетизму требует развития имитационных высокоскоростных наукоемких комбинированных моделей.

Ключевые слова: электромагнетизм, виртуальные тренажеры, моделирование, метод Монте-Карло, метод конечных разностей, метод конечных элементов.

Combination of models in a virtual laboratory bench for electromagnetism studies

A.I. Tikhonov, N.G. Dem'yantseva, I.A. Kornev, S.M. Kuz'min
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: ait@dsn.ru, dem@fizika.ispu.ru, kornevispu@gmail.com, smk@isc-ras.ru

Abstract

Background: It is an urgent task now to study the use of computer simulators in the training process. Development of such simulators requires knowledge-intensive mathematical models ensuring a high adequacy of real-time simulation of the virtual devices under study. Computer systems used to simulate electrical devices are based on chain, field or combined models. Recent years have seen a rapid development of the Monte Carlo modeling technique.

Materials and methods: The study employed dynamic link libraries of state-variable simulation of electric circuits and finite-element simulation of magnetic fields. The Monte Carlo method was used to simulate magnetrons.

Results: The authors have analyzed the results of development and use of virtual laboratory bench mathematical models based on a combination of the electric circuit model and other model types such as: the Monte-Carlo-method-based magnetron simulation model, the finite-difference model of electric field and the finite-element magnetic field model.

Conclusions: Development of simulators for modelling physical processes in a laboratory workshop on electromagnetism requires the development of knowledge-based high-speed combined simulation models.

Key words: electromagnetism, virtual simulators, simulation, Monte Carlo method, finite-difference method, finite-element method.

В настоящее время идет поиск оптимальной структуры образовательного процесса. Особое внимание уделяется разработке эффективных форм организации самостоятельной работы студентов. Большая роль при этом отводится компьютерным технологиям, в частности виртуальным тренажерам, способным совместить в себе современные достижения в области численного моделирования физических процессов с высокой степенью подобия

при имитации внешнего вида и функционала виртуальных устройств.

В ИГЭУ продолжает развиваться система, являющаяся виртуальным тренажером лаборатории исследования электротехнических устройств [1]. Развитие идет в направлении совершенствования визуальных элементов и математических моделей виртуальных устройств, из которых могут быть собраны электрические цепи и каскады электромеханических устройств.

В том числе, идет адаптация данной системы к курсу общей физики. В частности, на рис. 1 представлен внешний вид виртуального лабораторного стенда (ВЛС) с собранной на нем электрической цепью для исследования электрического колебательного контура.

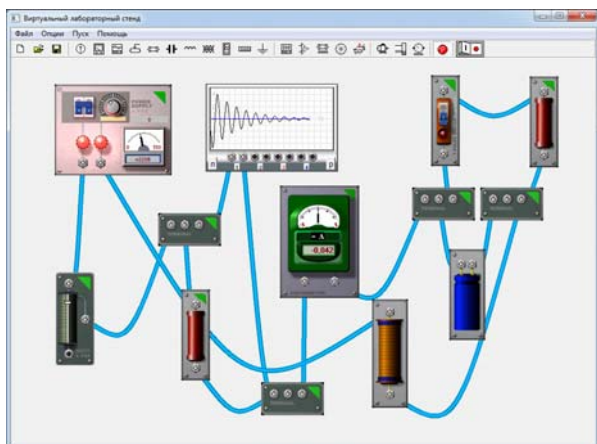


Рис. 1. Имитация электрического колебательного контура на виртуальном лабораторном стенде

Математический аппарат ВЛС строится на методе переменных состояния [2, 3], который реализуется с помощью динамически подключаемой библиотеки моделирования электрических цепей ECLib [4]. Библиотека может быть интегрирована в любое открытое приложение, поставляя в него функции для формирования и решения системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику моделируемой электрической цепи.

Для формирования системы уравнений по собранной на панели ВЛС электрической цепи строится матрица соединений $[A]$, вектор номиналов $\{N\}$ и вектор типов $\{T\}$ элементов цепи. Библиотека ECLib осуществляет анализ матрицы соединений, строит граф электрической цепи и его дерево, формирует систему уравнений, имеющую вид

$$\begin{bmatrix} [D_y] & [Y_y] & [D_y]^t & [F_{zy}]^t \\ [F_{zy}] & [C_z] & [Z_z] & [C_z]^t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_y\} \\ \{I_z\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$[D_y] = \begin{bmatrix} [1] & [D_{2yy}] \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$[C_z] = \begin{bmatrix} [F_{zz}] & [1] \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$[D_{2yy}]$ – матрица, соответствующая u -связям графа, которые пересекаются сечениями, соответствующими u -ветвям дерева; $[F_{zy}]$ – матрица, соответствующая u -ветвям дерева графа, которые входят в контуры, образованные z -связями; $[F_{zz}]$ – матрица, соответствующая z -ветвям дерева, которые входят в контуры, образованные z -связями; $\{U_y\}$ – вектор напряжений на u -ветвях графа электрической цепи (под u -ветвями понимаются ветви, соответствующие источникам ЭДС и электрическим ем-

костям); $\{I_z\}$ – вектор токов в z -ветвях графа электрической цепи (под z -ветвями понимаются ветви, соответствующие источникам тока, сопротивлениям и индуктивностям); $[1]$ – единичная матрица; $\{0\}$ – вектор, заполненный нулевыми элементами; матрицы $[Y_y]$ и $[Z_z]$ являются квадратными матрицами переходных проводимостей и сопротивлений, которые строятся на основе векторов $\{N\}$ и $\{T\}$ (данные матрицы являются диагональными при отсутствии взаимных индуктивностей и емкостей, в противном случае в них появляются ненулевые недиагональные элементы).

В каждом уравнении системы (1) выражается диагональный элемент. При этом все уравнения группируются в три подсистемы:

$$\{I_L\} = \frac{1}{j\omega} [L]^{-1} \{\dot{U}_L\}; \quad (4)$$

$$\{\dot{U}_C\} = \frac{1}{j\omega} [C]^{-1} \{I_C\}; \quad (5)$$

$$\{I_R\} = [R]^{-1} \{\dot{U}_R\}, \quad (6)$$

где $\{I_L\}$, $\{I_C\}$, $\{I_R\}$ – векторы комплексных токов в ветвях с индуктивностями, емкостями и сопротивлениями; $\{\dot{U}_L\}$, $\{\dot{U}_C\}$, $\{\dot{U}_R\}$ – векторы комплексных напряжений на ветвях с индуктивностями, емкостями и сопротивлениями; $[L]$ – матрица индуктивностей; $[C]$ – матрица емкостей; $[R]$ – диагональная матрица сопротивлений.

Полученные системы уравнений описывают электрическую цепь на переменном токе. Для расчета переходных процессов делается замена $j\omega \rightarrow p = \frac{d}{dt}$, комплексные величины

заменяются на мгновенные. Поле этого из уравнений (4)–(5) выражаются элементы, содержащие производные по времени от искомым величин. При этом системы (4)–(6) соответственно принимают следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \{I_L\} = [L]^{-1} \{u_L\}; \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \{u_C\} = [C]^{-1} \{I_C\}; \quad (8)$$

$$\{I_R\} = [R]^{-1} \{u_R\}, \quad (9)$$

где $\{I_L\}$, $\{I_C\}$, $\{I_R\}$ – векторы мгновенных токов в ветвях с индуктивностями, емкостями и сопротивлениями; $\{u_L\}$, $\{u_C\}$, $\{u_R\}$ – векторы мгновенных напряжений на ветвях с индуктивностями, емкостями и сопротивлениями.

Системы уравнений (7)–(8) интегрируются методом Эйлера или Рунге-Кутты. На каждом шаге интегрирования могут пересчитываться значения элементов матриц $[L]$, $[C]$, $[R]$, а также номиналов источников ЭДС и тока.

Модель электрической цепи может быть расширена моделями виртуальных устройств.

Простейшие модели могут быть построены в виде электрических схем замещения с переменными параметрами. Например, электрический диод может быть представлен нелинейным сопротивлением, номинал которого определяется по вольтамперной характеристике.

В более сложных случаях модель электрической цепи можно комбинировать с другими математическими моделями. Для примера рассмотрим модель магнетрона [5] (рис. 2).

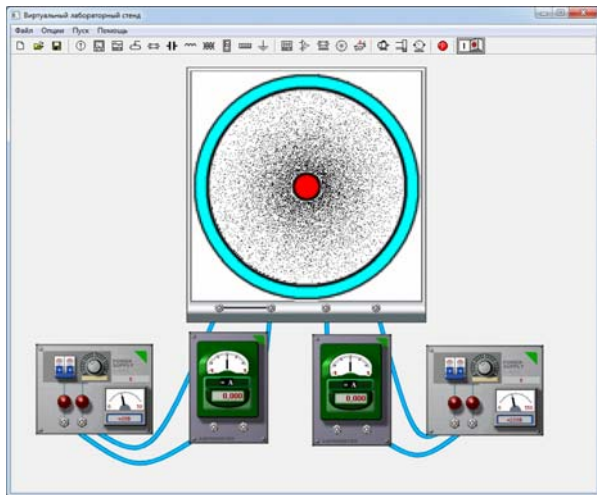


Рис. 2. Модель магнетрона в ВЛС

Магнетроном называется двухэлектродная электронная лампа (диод), в которой управление током осуществляют внешним магнитным полем, создаваемым соленоидом, внутри которого расположена лампа. Линии электрического поля $\vec{E}$ внутри магнетрона направлены радиально от анода к катоду, а постоянное магнитное поле $\vec{B}$ направлено вдоль оси катода. Изменение скорости электронов происходит в основном вблизи катода, и затем их скорость остается практически постоянной.

Электроны, ускоренные анодным напряжением U_a , приобретают энергию

$$\frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = e U_a, \quad (10)$$

где m – масса электрона; $\langle v^2 \rangle$ – средний квадрат скорости электронов.

В отсутствие магнитного поля электроны движутся под действием электрического поля $\vec{E}$ прямолинейно в радиальных направлениях. При этом в анодной цепи протекает ток, величина которого зависит от анодного напряжения и тока накала катода. Величину анодного тока I_a можно определить по вольтамперной характеристике магнетрона $I_a = f(U_a, I_n)$, которая в ВЛС преобразуется к виду $R_a = R_a(U_a, I_n)$, где $R_a = dU_a / dI_a$ – сопротивление анодной цепи при токе в цепи нагревательного элемента I_n .

Для расчета влияния магнитного поля соленоида на величину анодного тока определя-

ется среднеквадратичная скорость электронов при заданном анодном напряжении:

$$u = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \frac{m}{2} = \sqrt{\frac{2eU_a}{m}}. \quad (11)$$

Модель магнетрона в ВЛС строится на основе метода Монте-Карло. Движение электронов имитируется потоком частиц, излучаемых катодом и двигающихся к аноду.

Зная размеры магнетрона, можно вычислить метрический масштабный коэффициент

$$m_L = \frac{L'}{L}, \quad (12)$$

где L и L' – соответственно линейный размер реального устройства и соответствующий ему размер в изображении магнетрона.

Количество частиц N , которое излучается с поверхности катода в направлении анода за время $\Delta t'$ при анодном токе в 1 А, задается произвольно. Величина среднеквадратичной скорости движения частиц u' задается такой, чтобы было удобно наблюдать данное движение визуально. Масштаб по скорости равен

$$m_v = \frac{u'}{u}. \quad (13)$$

Скорость i -й частицы определяется как

$$v'_i = m_v v(p), \quad (14)$$

где $v(p)$ – функция, позволяющая рассчитать скорость электрона для случайно заданной величины $0 \leq p \leq 1$. Данная функция обеспечивает распределение Максвелла по скоростям при известной температуре катода T .

При движении в магнитном поле с индукцией B на движущиеся электроны действует сила Лоренца. Электрон в магнетроне будет двигаться по окружности, радиус которой

$$R = \frac{mv}{eB} \quad (15)$$

уменьшается с ростом B .

Аналогично вычисляется радиус окружности, по которой будет двигаться i -я частица:

$$R'_i = \frac{m_L}{m_v} \frac{v'_i}{B} \frac{m}{e}. \quad (16)$$

Увеличивая ток соленоида, можно визуально пронаблюдать искривление траекторий движения частиц, имитирующих электроны.

За счет искривления траекторий частиц при увеличении тока соленоида некоторые из них перестанут достигать анода. При этом анодный ток уменьшится. Данный процесс имитируется в ВЛС изменением сопротивления в анодной цепи:

$$R_a = R_a(U_a, I_n) \frac{N}{N_a}, \quad (17)$$

где N – количество частиц, излучаемых с поверхности катода за время $\Delta t'$; N_a – количество частиц, достигающих анода за время $\Delta t'$.

Наибольший интерес вызывают варианты комбинирования модели электрической цепи, реализованной в ВЛС, с моделями физических

полей. Например, элемент «токопроводящая пластина», используемый в лабораторной работе по моделированию электрического поля (рис. 3), моделируется достаточно большим сопротивлением, разность потенциалов на котором выставляется на электроды, размеры и положение которых можно менять с помощью опций. Распределение электрического потенциала по полю токопроводящей пластины рассчитывается методом конечных разностей и визуализируется с помощью эквипотенциалей.

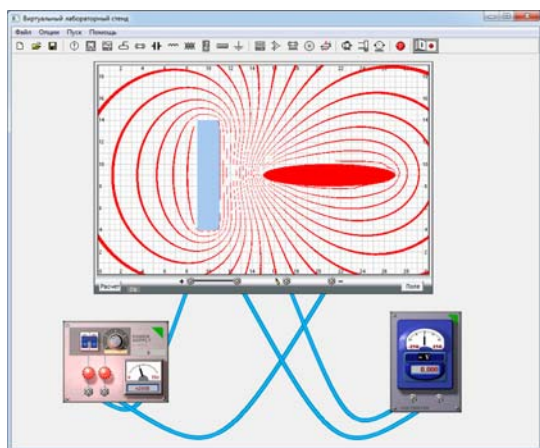


Рис. 3. Имитация модели электрического поля двух электродов в ВЛС

Метод конечных разностей прост в алгоритмизации, но имеет проблемы при аппроксимации границ раздела сред. Более сложными и гибкими являются модели, построенные на основе комбинации моделей электрической цепи и магнитного поля, реализуемой средствами динамически подключаемой библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля EMLib, интегрируемой в ВЛС. В частности, на рис. 4 приведена модель для исследования в динамике неявнополюсной машины постоянного тока (МПТ).

На рис. 5 представлена картина магнитного поля в исследуемой МПТ при протекании в ее обмотках токов, рассчитываемых с помощью ВЛС. Обе модели связаны друг с другом и рассчитываются одновременно.

Математическая модель МПТ представлена следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_f}{dt} = u_f - R_f i_f, \\ \frac{d\Psi_a}{dt} = u_a - R_a i_a, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \sum M, \end{cases} \quad (18)$$

где Ψ_a , Ψ_f – потокосцепления обмотки якоря (ОЯ) и обмотки возбуждения (ОВ); u_a , u_f – напряжения на ОЯ и ОВ; i_a , i_f – токи ОЯ и ОВ; R_a , R_f – сопротивления ОЯ и ОВ; ω – частота вращения МПТ; J – момент инерции на валу якоря; $\sum M$ – суммарный момент на валу МПТ.

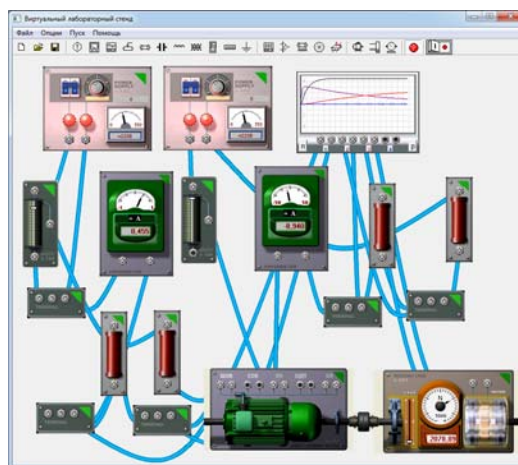


Рис. 4. Модели для исследования в динамике машины постоянного тока

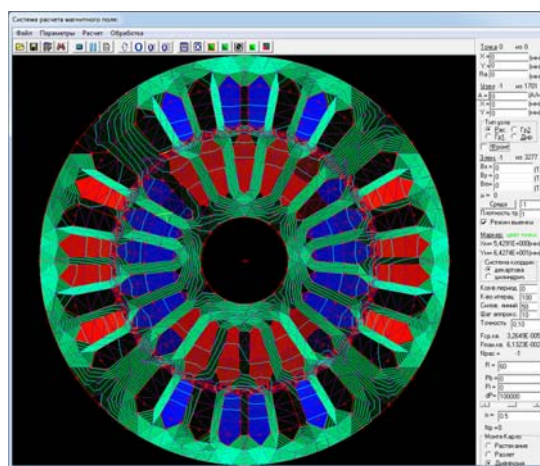


Рис. 5. Картина магнитного поля в машине постоянного тока в процессе пуска

Обмотки МПТ индуктивно связаны друг с другом. Поэтому потокосцепление k -й обмотки Ψ_k есть функция токов во всех обмотках и угла поворота ротора α :

$$\Psi_k = \Psi_k(i_f, i_a, \alpha). \quad (19)$$

Это значит, что при дифференцировании данной функции справедливо разложение

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_k}{dt} &= \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_f} \frac{di_f}{dt} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_a} \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \\ &= L_{kf} \frac{di_f}{dt} + L_{ka} \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha} \omega. \end{aligned} \quad (20)$$

При реализации данной модели в ВЛС по мгновенным значениям токов обмоток, вычисляемым в цепной модели на каждом шаге итераций, с помощью конечно-элементной модели рассчитываются частные производные потокосцеплений обмоток МПТ:

$$L_{kj} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j} \approx \frac{\Delta \Psi_k}{\Delta i_j}, \quad L_{k\alpha} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha} \approx \frac{\Delta \Psi_k}{\Delta \alpha}, \quad (21)$$

и электромагнитный момент машины.

Численный эксперимент можно ускорить, если использовать вариант модели МПТ с предварительным расчетом матриц потокос-

цеплений (19) путем варьирования токов в обмотках в пределах $I_{\min} \leq I_j \leq I_{\max}$ с некоторым шагом ΔI_j и положения якоря относительно индуктора в пределах зубцового деления якоря с шагом $\Delta \alpha$. Полученные матрицы аппроксимируются многомерными сплайнами.

При большом количестве индуктивно связанных обмоток в электротехническом устройстве модель может усложниться. В частности, в [6] приведена динамическая полевая модель асинхронной машины, в [7] — динамическая модель трехфазного трансформатора, в [8] — модель токоограничивающего реактора.

По результатам работы можно сделать вывод о том, что, несмотря на учебные цели, решаемые использованием ВЛС, разработка подобных тренажеров для имитации физических процессов требует дальнейшего развития имитационных высокоскоростных наукоемких комбинированных моделей.

Список литературы

1. **Использование** виртуального лабораторного стенда в качестве подсистемы расширенного поверочного расчета в функциональном проектировании электромеханических устройств / А.И. Тихонов, С.Ю. Кучеров, И.М. Лашманов, Д.В. Рубцов // Вестник ИГЭУ. — 2008. — Вып. 3. — С. 11–14.
2. **Нейман Л.Р., Демирчан К.С.** Теоретические основы электротехники. — 3-е изд., перераб. и доп. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1981. — Т. 1. — 536 с.
3. **Чуа Л.О., Лин Пен-Мин.** Машинный анализ электронных схем: алгоритмы и вычислительные методы: пер. с англ. — М.: Энергия, 1980. — 640 с.
4. **Тихонов А.И.** Динамически подключаемая библиотека моделирования электрических цепей / Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2013618819. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 18.09.2013.
5. **Крылов И.А.** Определение удельного заряда электрона методом магнетрона: метод. указ. / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». — Иваново, 2011. — 16 с.
6. **Булатов Л.Н.** Автоматизация проектирования асинхронных машин с использованием полевых динамических моделей: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12. — Иваново, 2013. — 133 с.

Тихонов Андрей Ильич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой физики,
e-mail: ait@dsn.ru

Демьянцева Наталья Григорьевна,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат химических наук, доцент кафедры физики,
e-mail: dem@fizika.ispu.ru,

Корнев Илья Александрович,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
ассистент кафедры физики,
e-mail: kornevispu@gmail.com

Кузьмин Сергей Михайлович,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат химических наук, доцент кафедры физики,
e-mail: smk@isc-ras.ru

7. **Климов Д.А.** Математическое моделирование динамических режимов работы силовых трансформаторов для автоматизированного проектирования и диагностики: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12. — Иваново, 2007. — 20 с.

8. **Иванов А.В.** Разработка моделей и методики проектирования токоограничивающих реакторов из ленты: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12. — Иваново, 2011. — 126 с.

References

1. Tikhonov, A.I., Kuchеров, S.Yu., Lashmanov, I.M., Rubtsov, D.V. Ispol'zovanie virtual'nogo laboratornogo stenda v kachestve podsistemy rasshirennogo poverochnogo rascheta v funktsional'nom proektirovanii elektromekhanicheskikh ustroystv [A Virtual Laboratory Bench as a Subsystem of Extended Confirmatory Analysis in Functional Design of Electromechanical Devices]. *Vestnik IGEU*, 2008, issue 3, pp. 11–14.
2. Neyman, L.R., Demirchan, K.S. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki* [Theory of Electrical Engineering]. Leningrad, Energoatomizdat. Leningradskoe otdelenie, 1981, vol. 1. 536 p.
3. Chua, L.O., Lin, Pen-Min. *Mashinnyy analiz elektronnykh skhem: algoritmy i vychislitel'nye metody* [Computerized Analysis of Electrical Circuits: Algorithms and Computational Methods: translated from English]. Moscow, Energiya, 1980. 640 p.
4. Tikhonov, A.I. *Dinamicheski podklyuchaemaya biblioteka modelirovaniya elektricheskikh tsepey* [Dynamic Link Library of Electric Circuit Simulation]. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2013618819 [State Registration Certificate of a Computer Program No 2013618819. Registered in the Computer Program Register on September 18, 2013], 2013.
5. Krylov, I.A. *Opreделение udel'nogo zaryada elektrona metodom magnetrona* [Specific Electronic Charge Calculation: a study guide]. Ivanovo, 2011. 16 p.
6. Bulatov, L.N. *Avtomatizatsiya proektirovaniya asinkhronnykh mashin s ispol'zovaniem polevykh dinamicheskikh modeley*. Diss. kand. tekhn. nauk [Automation of Asynchronous Machine Design by Using Dynamic Field Models. Cand. tech. sci. diss.]. Ivanovo, 2013. 133 p.
7. Klimov, D.A. *Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh rezhimov raboty silovykh transformatorov dlya avtomatizirovannogo proektirovaniya i diagnostiki*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Mathematical Modelling of Dynamic Modes of Power Transformers for Automated Design and Diagnosis. Abstract of Cand. tech. sci. diss.]. Ivanovo, 2007. 20 p.
8. Ivanov, A.V. *Razrabotka modeley i metodiki proektirovaniya tokoogranichivayushchikh reaktorov iz lenty*. Diss. kand. tekhn. nauk [Development of Models and Methods of Current Limiting Ribbon Reactor Design. Cand. tech. sci. diss.]. Ivanovo, 2011. 126 p.