

УДК 536.75

Методика моделирования совмещенных тепловых и механических процессов на основе обобщенного уравнения Больцмана

А.Н. Беляков

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация

E-mail: ab_pm@mail.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Совмещение механических и тепловых процессов встречается во многих отраслях промышленности, и в частности, в теплоэнергетике. В совмещенных процессах две или несколько стадий (процессов) осуществляются одновременно. Примером реализации совмещенных механических и тепловых процессов может служить барботажная ступень деаэратора с затопленным коллектором для подачи пара, в которой одновременно протекают процессы движения, теплопереноса и массопереноса в гетерогенной среде, состоящей из воды, пара, газа, растворенного в воде, и газа, растворенного в паре. Следует отметить, что совмещенные процессы в силу существенного влияния отдельных процессов друг на друга достаточно сложно моделируются. При описании различных совмещенных процессов до настоящего времени отсутствует единая терминология даже в самих названиях этих процессов, далеко не полно освещаются общие принципиальные возможности совмещенных процессов, а также отсутствует какая-либо их классификация. Все это в целом не может способствовать развитию теории и практики рассматриваемых процессов. В связи с этим совместное описание процессов, выполненное в рамках единых подходов и на базе одной методологии, наряду с повышением точности прогнозирования результатов расчета, позволит формулировать и решить задачи оптимального управления совмещенными процессами и аппаратами, в которых эти процессы реализуются.

Методы и материалы: Стратегия моделирования совмещенных процессов разработана на основе обобщения кинетического уравнения Больцмана и его дискретных моделей.

Результаты: Предложена стратегия описания совмещенных механических и тепломассообменных процессов в гетерогенных средах на основе обобщения дискретных моделей уравнения Больцмана. Приведены примеры и результаты моделирования совмещенных процессов на основе предложенной стратегии.

Выводы: Предложенный подход позволяет рассчитывать кинетику совмещенных тепломеханических процессов, а также ставить и решать задачи эффективного управления указанными процессами.

Ключевые слова: совмещенные процессы, тепломеханические процессы, методика моделирования, кинетическое уравнение Больцмана, дискретные модели.

Method of modeling combined thermal and mechanical processes based on the generalized Boltzmann equation

A.N. Belyakov

Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

E-mail: ab_pm@mail.ru

Abstract

Background: A combination of mechanical and thermal processes can be found in many industries and, in particular, in heat power engineering. In combined processes, two or several subprocesses occur simultaneously. An example of combined mechanical and thermal processes is a bubble stage deaerator with a flooded steam collector in which processes of motion, heat transfer and mass transfer occur simultaneously in a heterogeneous environment consisting of water, steam, gas dissolved in water and gas dissolved in steam. It should be noted that it is rather difficult to model combined processes due to significant mutual influence of separate processes in them. Further theoretical and practical development of combined processes is hindered by the fact that there is no common terminology to name the subprocesses, there is little information about their potential, and they are not properly classified. Thus, a unified approach to describing combined processes using the same techniques can help formulate and solve problems of optimal control of combined processes and apparatuses in which these processes are realized.

Materials and methods: The strategy of simulation of combined processes is developed on the basis of combining the Boltzmann kinetic equation and its discrete models.

Results: A strategy has been suggested to describe combined mechanical and heat and mass transfer processes in heterogeneous environments based on a combination of Boltzmann equation discrete models. The paper presents examples and results of modeling some of combined processes based on the proposed strategy.

Conclusions: The proposed approach allows calculating the kinetics of combined thermal and mechanical processes, as well as formulating and solving problems of the processes effective control.

Key words: combined processes, thermal and mechanical processes, modeling methods, the Boltzmann kinetic equation, discrete models.

В совмещенных процессах две или несколько стадий (процессов) осуществляются одновременно. Примером организации совмещенных механических процессов может служить струйная мельница кипящего слоя [1], в которой одновременно протекают процессы движения, измельчения и классификации частиц по крупности. Примером реализации совмещенных механических и тепловых процессов может служить барботажная ступень деаэрата с затопленным коллектором для подачи пара [2], в которой одновременно протекают процессы движения, теплопереноса и массопереноса в гетерогенной среде, состоящей из воды, пара, газа, растворенного в воде, и газа, растворенного в паре. Следует отметить, что совмещенные процессы в силу существенного их влияния друг на друга достаточно сложно моделируются. Для описания совмещенных технологических процессов традиционно используются методы анализа [3], т. е. представление совмещенных процессов совокупностью несвязанных процессов с их отдельным описанием и последующим объединением (синтезом) этих описаний раздельных процессов в интегральную модель. При этом чем теснее связь между указанными процессами, тем, очевидно, больше погрешность, которую вносит в результаты расчетного анализа такое раздельное описание совмещенных процессов.

Одним из наиболее перспективных подходов к описанию совмещенных процессов является использование теории случайных процессов, в частности теории цепей Маркова [4], в рамках которой эволюция состояния системы описывается через вектор состояний моделируемой системы и матрицу переходных вероятностей. Преимуществом этого подхода для описания технологических процессов в химической технологии является универсальность его апробированного математического аппарата. К ограничению подхода следует отнести привлечение физико-химических представлений о процессе только на поздних стадиях моделирования при определении переходных вероятностей, т. е. сам аппарат теории цепей Маркова инвариантен к описываемым процессам.

Хотя исследованиям совмещенных процессов посвящены работы целого ряда авторов, однако к настоящему времени остаются невыясненными подходы к разработке единых научных и методических основ построения моделей таких процессов, которые бы опирались на фундаментальные физические законы и уравнения. При описании различных совмещенных процессов до сих пор отсутствует единая терминология даже в самих названиях этих процессов, далеко не полно освещаются общие принципиальные возможности совмещенных процессов, а также отсутствует какая-либо их классификация. Все это в целом не может способствовать развитию теории и практики рассматриваемых процессов. Совместное описание процессов, выполненное в рамках единых подходов и на базе одной методологии,

наряду с повышением точности прогнозирования результатов расчета, позволяет формулировать и решать задачи оптимального управления совмещенными процессами и аппаратами, в которых эти процессы реализуются.

Одним из фундаментальных уравнений статистической физики, которое может послужить основой для единого описания совмещенных процессов, является кинетическое уравнение Больцмана [5, 6] – основное уравнение в кинетической теории газов. Оно описывает изменение функции распределения молекул газа по скоростям и координатам в рассматриваемый момент времени. Для описания тех или иных физических процессов в газах часто используют различные дискретные модели этого уравнения, под которыми понимаются уравнения, представленные для отдельных интервалов скоростей. Дискретные модели уравнения Больцмана привлекли пристальное внимание исследователей в период бурного развития вычислительной техники, однако еще Дж. Максвелл и Л. Больцман использовали эти модели для прояснения свойств самого уравнения Больцмана, характера сходимости к равновесию и других фундаментальных вопросов.

В связи с этим актуальной является разработка методики описания совмещенных механических и тепломассообменных процессов в гетерогенных средах на основе обобщения дискретных моделей уравнения Больцмана.

Указанное обобщение уравнения Больцмана выполнено нами ранее [7] путем дополнительного введения в модель дискретных технологических координат: крупности частиц для механических процессов и фазового состояния теплоносителей для тепловых процессов.

К механическим процессам в сыпучих материалах относятся измельчение, транспорт частиц материала, их внутренняя классификация и т.д. Каждый из этих процессов имеет более или менее ясно выраженную стохастическую составляющую, что делает весь процесс вероятностным. Для описания совокупности механических процессов на основе одного кинетического уравнения выполнено указанное обобщение уравнения Больцмана. Следует отметить, что в классической форме уравнения Больцмана рассматриваются пространственные координаты частиц и проекции скорости частиц на эти координаты, что не позволяет описывать кинетику измельчения, в ходе которого изменяется размер зерен. В [7] предложено обобщение уравнения Больцмана путем введения координаты крупности частиц в рассматриваемое расчетное пространство. В общем случае пространственных координат может быть три и, соответственно, три проекции скорости вдоль этих координат. В этом случае в качестве искомой функции $f(\vec{r}, \vec{v}, \delta, t)$ рассматривается плотность распределения вещества по координатам $\vec{r}(x_1, x_2, x_3)$, скоростям $\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ и размерам частиц δ . Произведение функции

$f(\vec{r}, \vec{v}, \delta, t)$ на фазовый объем $dV = dx_1 dx_2 dx_3 dv_1 dv_2 dv_3 d\delta$ показывает вероятность в момент времени $(t, t + dt)$ частицы размера $(\delta, \delta + d\delta)$, находящейся в точке с координатами $(x_1, x_1 + dx_1)$, $(x_2, x_2 + dx_2)$, $(x_3, x_3 + dx_3)$, двигаться со скоростью $(v_1, v_1 + dv_1)$, $(v_2, v_2 + dv_2)$, $(v_3, v_3 + dv_3)$. В общем случае изменение функции распределения в фазовом объеме dV обусловлено, во-первых, физическим перемещением частиц $div_r(\vec{v}f)$, во-вторых, изменением скорости частиц $div_v(\vec{a}f)$, и в-третьих, переходом частиц в другой класс крупности за счет разрушения. В дифференциальной форме обобщенное уравнение Больцмана для совмещенного процесса, вывод которого приводится в [7], записывается в виде

$$f'_t + (v_k f)_{x_k}' + (a_k f)_{v_k}' = -fS + \int_{\delta}^{\delta_{\max}} f S b d\varepsilon, \quad (1)$$

где S , b – селективная и распределительная функции разрушения; a – ускорение; δ , ε – наблюдаемый и текущий размеры частиц; повторение индекса « k » в слагаемых левой части показывает суммирование по этому индексу.

Левая часть уравнения (1) совпадает с уравнением Больцмана для распределения одинаковых молекул (в нашем случае – частиц одного размера). При описании полидисперсного ансамбля уравнение (1) записывается для каждой фракции. Каждая фракция в данном случае описывается своим уравнением, а полученную систему уравнений будем называть дискретными моделями уравнения Больцмана. Для конечного числа выделенных фракций уравнение (1) превращается в систему уравнений, связь между которыми осуществляется через правые части уравнений системы.

Полученное уравнение, с одной стороны, является обобщением кинетического уравнения Больцмана на случай учета крупности частиц и, с другой стороны, обобщением модели селективного измельчения, позволяющей учитывать конвективный перенос частиц и силы, действующие на эти частицы при различных условиях протекания совмещенных процессов.

Для построения модели совмещенных механических и тепловых процессов на основе дискретных моделей уравнений Больцмана разработана специальная методика, которая включает следующие этапы.

На первом этапе построения модели определяются существенные координаты рассматриваемого процесса, которые определяют структуру расчетного пространства системы. Выделенное пространство будем называть фазовым пространством или фазовым портретом моделируемой системы. Для численного решения дискретного уравнения Больцмана используется ячейочный подход, построенный на предварительной декомпозиции рабочей области на конечное чис-

ло ячеек. Фазовое пространство в зависимости от решаемой задачи может иметь разную размерность. Подход справедлив для фазовых пространств любой размерности. Для обеспечения универсальности предложенного алгоритма все выбранные ячейки фазового пространства нумеруются и располагаются в одномерный вектор F , представляющий искомую плотность распределения вещества по ячейкам. Алгоритм расчета искомого распределения F в произвольные моменты времени (k) следующий. Сначала для каждой ячейки фазового пространства определяются номера ячеек, с которыми она может взаимодействовать. Затем составляются уравнения балансов вещества и энергии и определяются потоки энергии или вещества между этими ячейками. Известные потоки энергии и массы позволяют определить вероятности переходов за рассматриваемый промежуток времени. Указывая для каждой ячейки адреса ячеек, в которые возможен переход, и вероятности этих переходов, определяется состояние системы в следующий момент времени. Предложенное расчетное выражение по сравнению с традиционным матричным описанием процессов [4] позволяет существенно экономить машинные ресурсы за счет исключения операций с нулевыми элементами.

В качестве тестового примера, иллюстрирующего предложенную методику моделирования, рассматривается использование уравнения Больцмана для описания одномерного движения ансамбля невзаимодействующих частиц материала под действием силы тяжести при линейном сопротивлении среды [7]. Целью тестового примера является сопоставление результатов расчета, полученных с помощью решения уравнения Больцмана и описания процесса в рамках механики Ньютона.

Для описания одномерного процесса движения невзаимодействующих частиц уравнение Больцмана (1) записывается с нулевой правой частью. Фазовое пространство процесса в данном случае представляется координатами x и v . Для решения уравнения Больцмана разработан численный метод [7], который является модификацией метода конечных объемов. В работе [7] представлено сопоставление результатов численного решения уравнения Больцмана с помощью разработанного метода и аналитического решения уравнения динамики движения (второго закона Ньютона). Анализ результатов расчетных исследований показывает практически полное совпадение результатов аналитического и численного решений задачи, выполненного в рамках предложенного подхода. Приведенные результаты показывают, что уравнение Больцмана и предложенный метод его решения описывают движение аналогично классическому подходу Ньютона для рассмотренных случаев. Кроме этого, проведенный расчетный анализ показывает хорошее качество предложенного метода решения уравнения Больцмана.

В качестве следующего примера рассматриваются совмещенные процессы движения полидисперсного ансамбля частиц в гравитационном аэродинамическом классификаторе [7]. Гравитационный аэродинамический классификатор выполнен в виде вертикального вентилируемого канала. Классификация частиц по размерам осуществляется за счет действия на частицу альтернативных сил: силы тяжести и силы сопротивления воздуха. Мелкие частицы, для которых сила сопротивления существенно больше силы тяжести, уносятся из аппарата потоком воздуха. Более крупные частицы, для которых сила тяжести существенно больше силы сопротивления, покидают аппарат через нижний патрубок. Фазовое пространство определяется тремя фазовыми координатами: скоростью, крупностью частиц и координатой их положения. Приведенные результаты расчетного исследования условий подачи материала в аппарат на эффективность разделения [7] показали, что наиболее эффективная классификация материала по крупности реализуется при подаче исходного материала в середину аппарата с нулевой вертикальной скоростью, что хорошо согласуется с известными результатами экспериментальных исследований профессора М.Д. Барского [8].

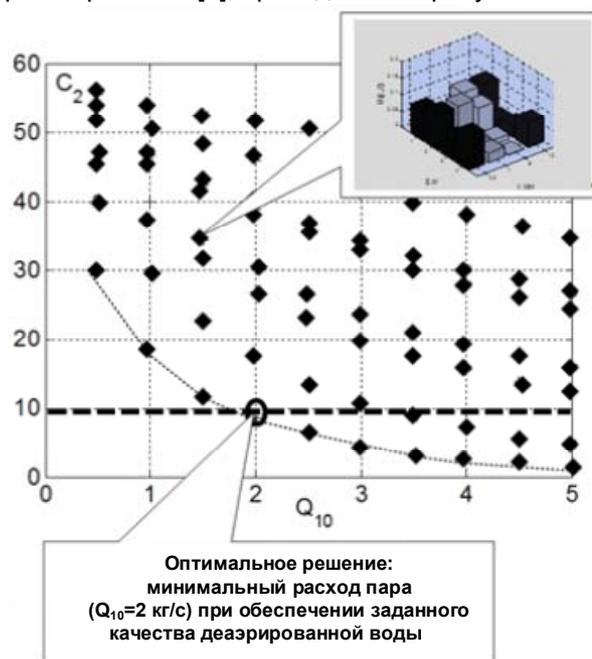
Предложенная методология моделирования совмещенных механических процессов, основанная на дискретных моделях уравнения Больцмана, успешно применяется также для описания совмещенных тепломеханических процессов.

Применение разработанной методологии моделирования рассматривается на примере описания совмещенных процессов движения теплоносителей и теплообмена в многофазной среде барботажной ступени деаэриатора с затопленным коллектором для подачи пара [9]. Выбор и обоснование определяющих координат процесса был проведен на основе специальных теоретических исследований, которые позволили уменьшить число определяющих координат процесса. В частности, практически мгновенное установление скорости всплытия пузырька пара [9] позволило координату скорости и координату размера пузырька пара представить одной координатой размера пузырька, которая однозначно определяет скорость его движения. С учетом проведенного анализа в качестве определяющих координат выбраны геометрическая координата x , координата размера паровых пузырьков δ и координата Φ , вдоль которой откладываются фазовые состояния гетерогенного потока и тип теплоносителей (воды, пара, газа в паровой фазе и газа в жидкой фазе). Результаты расчетного анализа получены в виде распределения размеров пузырьков пара по рабочему объему деаэриаторного бака [9].

В качестве следующего объекта моделирования совмещенных тепломеханических процессов рассматривается конденсатор турбины

[10]. Определяющими координатами процесса выбраны ширина y и высота z аппарата и координата Φ , вдоль которой откладываются фазовые состояния гетерогенного потока и тип теплоносителей (1 – конденсат; 2 – пар; 3 – газ в конденсате; 4 – газ в паре). Вероятности переходов между ячейками расчетного пространства представлены с учетом влияния на процесс конденсации наличия растворенных газов в гетерогенном потоке.

Предложенная методика моделирования и разработанные на ее основе модели совмещенных процессов позволили на следующем этапе исследования поставить и решить задачу оптимального формирования межфазной поверхности в барботажной ступени [9]. Оптимизационная задача формулируется следующим образом: определить оптимальное распределение подачи пара в ступень по высоте слоя z и по размеру пузырьков x $U(x,z)$, которое наилучшим образом обеспечивает протекание процесса деаэрации в барботажной ступени. В качестве критерия наилучшего протекания процесса выбирается минимальный расход пара на деаэрацию, при котором обеспечивается заданное качество деаэрированной воды. Решение оптимизационной задачи, полученное методом статистического программирования [3], приводится на рисунке.



Решение задачи оптимального управления формированием межфазной поверхности в виде зависимости концентрации газов в деаэрированной воде C_2 , мкг/дм³, от расхода пара на барботаж Q_{10} , кг/с, при различных условиях подачи пара: штриховой линией показано ограничение по качеству деаэрированной воды; кружком – оптимальное решение (подача пара вниз слоя пузырьками размера 1 мм); каждая точка графика, отмеченная ромбиком, соответствует своему виду распределения подачи пара в ступень по высоте слоя z и по размеру пузырьков x (пример одного такого распределения проиллюстрирован на рисунке в виде столбчатой диаграммы); пунктирной линией показаны точки решения, которые при фиксированном расходе показывают минимальное значение концентрации кислорода в деаэрированной воде (оптимальное решение показано кружком)

Заключение

Предложенная методика моделирования совмещенных механических и тепловых процессов в гетерогенных средах на основе обобщения дискретных моделей уравнения Больцмана путем дополнительного введения в модель дискретных технологических координат (крупности частиц для механических процессов и фазового состояния теплоносителей для тепловых процессов) позволила разработать: математические модели процессов движения и классификации гетерогенных сред в аэродинамических классификаторах; математические модели теплообмена в гетерогенных средах поверхностных подогревателей – конденсаторов; математическую модель процессов теплообмена в барботажной ступени деаэрационного бака атмосферных деаэраторов, позволяющую учитывать влияние на процесс деаэрации площади межфазной поверхности.

В рамках предложенной методики моделирования сформулирована и решена задача оптимального формирования межфазной поверхности в барботажной ступени деаэратора.

Список литературы

1. Fukunaka T., Golman B., Shinohara K. Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling // International Journal of Pharmaceutics. – 2006. – 311. – P. 89–96.
2. Шарапов В.И., Цюра Д.В. Термические деаэраторы. – Ульяновск, 2003. – 560 с.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Дрофа, 2004. – 207 с.
4. Berthiaux H., Mizonov V., Zhukov V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology // Powder Technology. – 2005. – 157. – P. 128–137.
5. Вулис Л.А. Теория и расчет магнитогазодинамических течений в каналах. – М.: Атомиздат, 1971. – 384 с.
6. Веденяпин В.В. Кинетическое уравнение Больцмана и Власова. – М.: Физматлит, 2001. – 112 с.
7. Жуков В.П., Беляков А.Н., Otwinowski H. Применение кинетического уравнения Больцмана к моделированию эволюции дисперсных систем // Сб. науч. тр. XV Междунар. Плесской науч. конф. по нанодисперсным магнитным жидкостям, Плес, 2012. – Иваново, 2012. – С. 260–267.

Беляков Антон Николаевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, докторант кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: ab_pt@mail.ru

8. Барский М.Д. Гравитационная классификация зернистых материалов. – М.: Недра, 1974. – 232 с.

9. Оптимальное управление межфазной поверхностью в барботажной ступени атмосферных деаэраторов / Е.В. Барочкин, В.П. Жуков, А.Ю. Ненаездников и др. // Вестник ИГЭУ. – 2012. – Вып. 4. – С. 58–62.

10. Моделирование теплообмена в многофазной среде конденсатора турбины / А.Е. Барочкин, В.П. Жуков, А.Н. Беляков, Г.В. Ледуховский // Вестник ИГЭУ. – 2012. – Вып. 1. – С. 52–56.

References

1. Fukunaka, T., Golman, B., Shinohara, K. Batch grinding kinetics of Ethenzamide particles by fluidized-bed jet-milling. International Journal of Pharmaceutics, 2006, 311, pp. 89–96.
2. Sharapov, V.I., Tsyura, D.V. *Termicheskie deaeratory* [Thermal deaerators]. Ulyanovsk, 2003. 560 p.
3. Venttsel', E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsiipy, metodologiya* [Operations research: problems, principles, methods]. Moscow, Drofa, 2004. 207 p.
4. Berthiaux, H., Mizonov, V., Zhukov, V. Application of the theory of Markov chains to modelling different processes in particle technology. Powder Technology, 2005, 157, pp. 128–137.
5. Vulis, L.A. *Teoriya i raschet magnitogazodinamicheskikh techeniy v kanalakh* [Theory and calculation of magnetogasodynamic channel flows]. Moscow, Atomizdat, 1971. 384 p.
6. Vedenyapin, V.V. *Kineticheskoe uravnenie Bol'tsmana i Vlasova* [Boltzmann and Vlasov kinetic equation]. Moscow, Fizmatlit, 2001. 112 p.
7. Zhukov, V.P., Belyakov, A.N., Otwinowski, H. Prime-nenie kineticheskogo uravneniya Bol'tsmana k modelirovaniyu evolyutsii dispersnykh sistem [Applying Boltzmann kinetic equation to disperse system evolution modelling]. *Sbornik nauchnykh trudov XV Mezhdunarodnoy Plesской nauchnoy konferentsii po nanodispersnym magnitnym zhidkostyam* [Collected scientific works of the XVth International Plyos Scientific Conference on Nanodispersed Magnetic Fluids]. Ivanovo, 2012, pp. 260–267.
8. Barskiy, M.D. *Gravitatsionnaya klassifikatsiya zernistykh materialov* [Gravitational classification of graded materials]. Moscow, Nedra, 1974. 232 p.
9. Barochkin, E.V., Zhukov, V.P., Nenaezdnikov, A.Yu. Optimal'noe upravlenie mezhfaznoy poverkhnost'yu v barbotazhnoy stupeni atmosferykh deaeratorov [Optimal control of interphase area in a bubble stage of atmospheric deaerators]. *Vestnik IGEU*, 2012, issue 4, pp. 58–62.
10. Barochkin, A.E., Zhukov, V.P., Belyakov, A.N., Ledukhovskiy, G.V. Modelirovanie teplomassopere-dachi v mnogo-faznoy srede kondensatora turbiny [Modelling of heat and mass transfer in a turbine condenser multi-phase medium]. *Vestnik IGEU*, 2012, issue 1, pp. 52–56.