

УДК 621.316.925

Расчет электрического поля и распределения зарядов в потоке слабопроводящей диэлектрической жидкости

В.К. Слышалов¹, Ю.В. Кандалов²

¹ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация

²Представительство ОАО «СО ЕЭС» в Ивановской области, г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: Kandalov_YUV@kos.so-ups.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В настоящее время отсутствуют корректные оценки условий искрообразования, возникновения поверхностных и объемных разрядов, обусловленных зарядами статического электричества, выносимыми потоками диэлектрических жидкостей в различные участки трубопроводных систем и возникающими при технологических операциях налива, перекачки, перемешивания, слива и т.д., выполняемых над жидкими диэлектриками с высоким удельным сопротивлением сопровождаются.

Материалы и методы: Оценка зарядов статического электричества и расчет создаваемого ими электрического поля в потоке слабопроводящей диэлектрической жидкости выполнены путем математического моделирования.

Результаты: Получено решение для распределения потенциала по длине трубопровода с учетом процесса электризации потока диэлектрической жидкости.

Выводы: Полученное решение позволяет усовершенствовать предложенную ранее математическую модель электромагнитных процессов в наземных трубопроводах. На основе найденных решений представляется возможным выполнить практические оценки величин выносимых зарядов и потенциалов для типовых трубопроводных систем в реальных технологических схемах.

Ключевые слова: диэлектрическая жидкость, потенциал, электризация, электрическое поле.

Calculation of electric field and charge distribution in a low-conductivity dielectric liquid stream

V.K. Slyshalov¹, U.K. Kandalov²

¹Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation

²OAO «System Operator of the Unified Power System» agency in Ivanovo region, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: Kandalov_YUV@kos.so-ups.ru

Abstract

Background: Currently, there are no correct tools to assess conditions of sparking, occurrence of surface and space discharges, caused by static charges carried with dielectric liquid flows to different parts of pipeline systems and arising from technological operations of pouring, pumping, mixing, discharging, etc. of liquid dielectrics with high specific resistance.

Materials and methods: Mathematical modeling was used to calculate static electricity charges and electric field generated by them in low-conductivity dielectric liquid flows.

Results: A solution has been found for the distribution of potential along the pipeline length with an allowance for electrization of low-conductivity dielectric liquid flow.

Conclusions: The obtained solution allows upgrading the earlier offered mathematical model of electromagnetic processes in above-ground pipelines. These solutions also make it possible to practically assess the values of carried charges and potentials of typical pipeline systems in real technological schemes.

Key words: dielectric liquid, potential, electrization, electric field.

Технологические операции налива, перекачки, перемешивания, слива и т.д., выполняемые над жидкими диэлектриками с высоким удельным сопротивлением, сопровождаются, как правило, электризацией последних, что, в свою очередь, приводит к искрообразованию и возникновению пожаров и взрывов. В этой связи становятся актуальными оценки условий искрообразования, возникновения поверхностных и объемных разрядов, обусловленных зарядами статического электричества, выносимых потоками диэлектрических жидкостей в различные участки трубопроводных систем. Постановку задачи о переносе зарядов стати-

ческого электричества и расчете создаваемого ими электрического поля в потоке слабопроводящей диэлектрической жидкости поясняет рис. 1, где цифрой 1 обозначен резервуар, являющийся одним из важнейших элементов систем топливоснабжения, в котором протекает процесс релаксации зарядов статического электричества. Для любого элементарного объема в нем, согласно закону непрерывности, для плотности полного тока можем записать

$$\operatorname{div}\left(\gamma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) = 0, \quad (1)$$

где $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля; $\vec{D}$ – вектор электрического смещения; γ – удельная объемная проводимость.

С учетом постулата Максвелла $\text{div} \vec{D} = \text{div} \epsilon_0 \epsilon \vec{E} = \rho$ (ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость; ρ – плотность объемных зарядов) из (1) получаем для распределения $\rho(x, y, z, t)$ формулу

$$\rho(x, y, z, t) = \rho_0(x, y, z, 0) e^{-\frac{\gamma}{\epsilon_0 \epsilon} t}, \quad (2)$$

описывающую процесс релаксации зарядов в объеме резервуара.

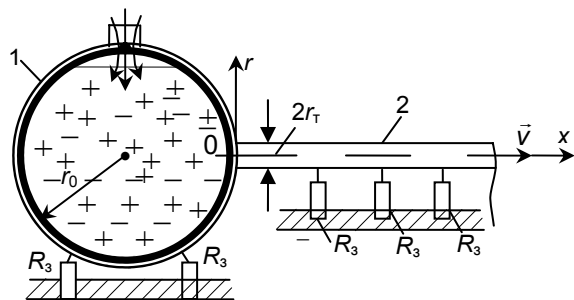


Рис. 1. Схема системы топливоснабжения: 1 – резервуар (релаксационная емкость); 2 – трубопровод, R_3 – сопротивление системы заземления; r, x – оси цилиндрической системы координат

Постоянная времени этого процесса $\tau = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\gamma}$

для нефтепродуктов ($\gamma \approx 10^{-14} \div 10^{-12}$ 1/ом·м, $\epsilon = 2 \div 4$) имеет порядок $\sim 10^3$ с.

Для оценки величины потенциала резервуара относительно «земли» и напряженности на оси входного сечения трубопровода (рис. 1, точка «0») полагаем, что резервуар имеет сферическую форму и заполнен авиационным топливом, для которого по данным [1] может быть вычислено значение ρ_0 в формуле (2). Расчеты по данным [1] дают значение $\rho_0 = 1,35 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$.

Поскольку релаксация объемных зарядов и заряда резервуара в целом $q(t) = \rho(x, y, z, t) \cdot V_p$ (V_p – объем резервуара) физически осуществляется за счет тока в заземлении $i_3(t)$, для потенциала резервуара получаем оценочное значение:

$$\begin{aligned} \varphi_p(t) &= i_3(t) R_{3\Omega} = -R_{3\Omega} \frac{dq(t)}{dt} = \\ &= -\frac{\gamma}{\epsilon_0 \epsilon} \rho_0(t) e^{-\frac{\gamma}{\epsilon_0 \epsilon} t} \cdot R_{3\Omega} V_p, \end{aligned} \quad (3)$$

где $R_{3\Omega}$ – эквивалентное сопротивление системы заземления резервуара и контактирующих с ним трубопроводов. Потенциал $\varphi_p(t)$ в расчетах может быть принят, согласно (3), равным нулю.

Это, однако, не означает, что близок к нулю потенциал $\varphi(r, x)|_{x=0} = \varphi_0(r)$ во входном се-

чении трубопровода 2 на рис. 1. Для его расчета обратимся к решению известной задачи об электрическом поле диафрагмы – плоскости с круговым вырезом (рис. 2), помещенной в равномерное поле с напряженностью E_0 [2].

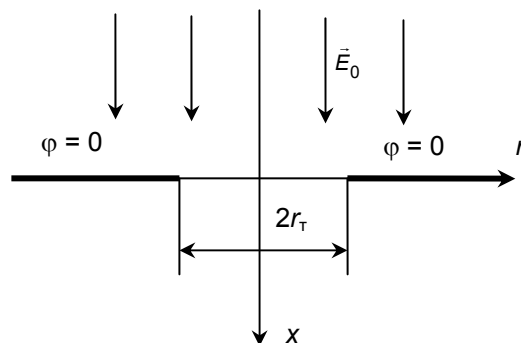


Рис. 2. К расчету электрического поля вблизи входного сечения трубопровода

В условиях решаемой задачи, когда радиусы резервуара и трубопровода соотносятся согласно неравенству $r_0 \gg r_T$, допустимо воспользоваться результатом [2] для плоскости, записав его в координатах r, x , приведенных на рис. 2.

В плоскости $x = 0$ имеем

$$\varphi|_{x=0} = \varphi_0(0, r) = \frac{r_T E_0}{\pi} \left[1 - \left(\frac{r}{r_T} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$0 \ll r \ll r_T$.

Эта формула будет справедлива и для резервуара любой формы, характеристический размер которого $d \gg r_T$.

В случае сферического резервуара, минимальный объем которого, согласно [1], $V_p = 10 \text{ м}^3$, имеем $r_0 = 1,6 \text{ м}$; значение напряженности E_0 при $\rho_0 = 1,35 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$ получаем равным $\sim 1,19 \cdot 10^6 \text{ В/м}$, а значение потенциала на оси трубы при $r_T = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, согласно формуле (4), $\varphi_T(0, r_T) = 1,89 \cdot 10^4 \text{ В} \sim 20 \text{ кВ}$.

Перейдем к рассмотрению электрического поля в трубопроводе длины ℓ . Основным уравнением этой задачи является уравнение Пуассона:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \rho_0[r(t), x(t)], \quad (5)$$

$0 \leq x \leq \ell, 0 \leq r \leq r_T$,

в котором значения пространственных переменных x, r и времени t связывает закон движения частиц жидкости. Оценка по критерию Рейнольдса, базирующаяся на данных о скоростях прокачки топлива [1], позволяет считать поток в трубопроводе турбулентным со средней по сечению трубы скоростью V_x , величина которой определяется интенсивностью прокачки. В турбулентном потоке распределение зарядов $\rho(r, x)$ становится неопределенным. Физически оправданным в данном случае являет-

ся использование в расчетах средней по сечению плотности объемных зарядов:

$$\bar{\rho}(x) = \frac{1}{\pi r_T^2} \int_0^{r_T} \rho(r, x) 2\pi r dr. \quad (6)$$

Уравнение для этой функции получается из закона непрерывности (1), который для тока в трубе следует записать с учетом токов диффузии и переноса. Вывод соответствующего уравнения и его анализ выполнен в [3, 4] с указанием базовых работ [5, 6], на основе которых для функции $\bar{\rho}(x)$ устанавливается обобщенный закон релаксации, позволяющий учесть изменения проводимости жидкости при ее электризации. Для настоящей задачи имеем

$$\bar{\rho}(t) = \frac{\gamma_0 / \alpha_k}{(1 + \gamma_0 / \alpha_k \bar{\rho}(0)) \exp(\gamma_0 t / \varepsilon_0 \varepsilon) - 1}, \quad (7)$$

$$\gamma = \gamma_0 + \alpha k \rho,$$

где γ_0 – удельная проводимость жидкости при отсутствии электризации; $\alpha(\gamma)$ – коэффициент, учитывающий изменение электропроводности за счет электризации (график $\alpha(\gamma)$ см. в [6]); k – подвижность носителей заряда; $\bar{\rho}(0)$ – плотность зарядов во входном сечении трубопровода.

Заменяя в (7) время t на отношение $\frac{x}{V_x}$ и подставляя полученную зависимость $\bar{\rho}(x)$ в (5), получаем уравнение задачи о распределении потенциала в потоке наэлектризованной диэлектрической жидкости, протекающей в трубопроводе кругового сечения.

Практически значимыми вариантами зависимости (7) являются формулы для жидкостей с достаточно высокой проводимостью ($\gamma > 10^{-12}$ / ом·м), для которых имеем $\gamma \gg \alpha k \rho(0)$, и жидкости с $\gamma \rightarrow 0$ (углеводороды с высокой степенью очистки), т.е. $\gamma \ll \alpha k \rho(t)$, причем $\alpha = 1$.

В первом случае получаем

$$\bar{\rho}(x) = \rho(0) \exp\left(-\frac{\gamma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x}{V_x}\right), \quad (8)$$

во втором

$$\bar{\rho}(x) = \frac{\rho(0)}{1 + \frac{\rho(0)k}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x}{V_x}}. \quad (9)$$

Ограничимся рассмотрением первого случая, который является наиболее важным при исследовании электромагнитных процессов, связанных с транспортировкой нефтепродуктов надземными трубопроводами.

Подставляя выражение (9) в правую часть уравнения (5), получаем

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \rho_0(r, 0) e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{x}{V_x}}, \quad (10)$$

где $0 \leq x \leq \ell$, $0 \leq r \leq r_T$.

Граничные условия для этого уравнения имеют следующий вид:

1) на поверхности трубы, согласно (3), следует принять

$$\varphi(r, x)|_{r=r_T} = \varphi_T(r_T, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq \ell; \quad (11)$$

2) во входном сечении в силу равенства (4) имеем

$$\varphi(r, x)|_{x=0} = \varphi_T(0, r) = \frac{r_T E_0}{\pi} \left[1 - \left(\frac{r}{r_T} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad 0 \leq r \leq r_T; \quad (12)$$

3) в выходном сечении вид функции $\varphi(r, \ell)$ определяется режимом слива (свободная струя, контактный слив в емкость и т.д.). В любом случае, если не считаться с процессами электризации, обусловленными контактом потока со стенками трубы, имеет место следующее предельное условие:

$$\lim_{\ell \rightarrow \infty} \varphi(r, \ell) = 0, \quad 0 \leq r \leq r_T, \quad (13)$$

т.е. при достаточно большой длине трубы релаксация объемных зарядов завершается и $\lim_{\ell \rightarrow \infty} \bar{\rho}(\ell) = 0$.

В общем случае, т.е. при наличии электризации за счет шероховатостей стенок трубы, правую часть уравнения (10) необходимо скорректировать по току электризации [6] в трубе $I_0 = \bar{\rho}(0) \exp\left(-\frac{\gamma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x}{V_x}\right)$, вводя в него до-

полнительное слагаемое, обусловленное контактом потока со стенками:

$$I_0 = I_0 + I_\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{x}{V_x}\right) \right], \quad (14)$$

где $I_\infty = \bar{\rho}(\ell_3) \pi r_T^2 V_x$ – ток в сечении трубы, удаленном от выхода в нее на расстоянии $\ell_3 \gg V_x \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\gamma_0}$, т.е. это ток, обусловленный заря-

дами, вносимыми в поток из контактного слоя жидкости у стенки трубы. Уравнение этого процесса является частным случаем общего уравнения задачи [6]:

$$V_x \frac{d\bar{\rho}(x)}{dx} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \bar{\rho}(x) - \frac{2DF(C_0 - C_c)}{r_T n d} = 0, \quad (15)$$

где D – коэффициент диффузии; F – число Фарадея; C_0 , C_c – концентрации зарядов в объеме жидкости и у стенки; d – эффективная толщина пленки, в пределах которой концентрация изменяется от C_c до C_0 ; $n = 0,5$ – число переноса.

Решая (15), получаем

$$\bar{\rho}(x) = \frac{2DF(C_0 - C_c)}{r_T n d} \cdot \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\gamma_0} \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{x}{V_x}\right) \right). \quad (16)$$

Этот заряд и будет определять эксплуатационную характеристику тока переноса в трубопроводном потоке.

Решение уравнения (10) при краевых условиях (11)–(14) представим в форме суммы частных решений [7, 8]:

$$\varphi(r, x) = \sum_{k>1}^{\infty} \varphi_k(x) J_0\left(j_{0k} \frac{r}{r_T}\right), \quad (17)$$

где $J_0(r)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, а j_{0k} – положительные корни уравнения $J_0(r) = 0$.

Это решение удовлетворяет условию (11), а для получения уравнений относительно $\varphi_k(x)$ умножаем (17) на $r J_0\left(j_{0k} \frac{r}{r_T}\right)$ и интегрируем от 0 до r_T . В итоге этого преобразования [7, 8] получаем следующее уравнение:

$$\frac{d^2 \varphi_k}{dx^2} - \left(\frac{j_{0k}}{r_T}\right)^2 \varphi_k(x) = -\frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{2}{j_{0k} J_1(j_{0k})} e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon_0 \varepsilon} x}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (18)$$

где $J_1(j_{0k})$ – функция Бесселя первого рода, первого порядка.

Аналогичным образом должны быть преобразованы условия (12) и (13). Условие (4), в частности, приобретает вид

$$\varphi_k(0) = \frac{2}{J_1^2(j_{0k})} \int_0^1 \varphi_T\left(0, \frac{r}{r_T}\right) \left(\frac{r}{r_T}\right) J_0\left(j_{0k} \frac{r}{r_T}\right) d\left(\frac{r}{r_T}\right), \quad (19)$$

причем функция $\varphi_T(0, r)$ задается выражением (12). Решение уравнения (18) получаем в форме

$$\varphi_k(x) = -\frac{a_k}{\mu_k^2 - \beta^2} e^{-\alpha x} + C_k \operatorname{ch} \mu_k x + D_k \operatorname{sh} \mu_k x, \quad (20)$$

где $\mu_k^2 = \left(\frac{j_{0k}}{r_T}\right)^2$; $a_k = -\frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{2}{j_{0k} J_1(j_{0k})}$;

$$\beta = \frac{\gamma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{1}{v_x}. \quad (21)$$

Постоянные C_k , D_k находим по условиям (19), (13). Имеем

$$C_k = \varphi_k(0) + \frac{a_k}{\mu_k^2 - \beta^2}. \quad (22)$$

При $x = \ell$ значение $\varphi_k(\ell)$ находится по формуле (12), в которой следует заменить $\varphi_T(0, r)$ на $\varphi_T(\ell, r)$. В случае, когда $\ell \rightarrow \infty$, выполняется условие (13) и получаем $D_k = -C_k$. Следовательно, при достаточно больших значениях ℓ имеем

$$\varphi_k(x) = -\frac{a_k}{\mu_k^2 - \alpha^2} e^{-\beta x}, \quad (23)$$

т.е. распределение потенциала по длине трубы перестает зависеть от его распределения во входном сечении $\varphi_k(0)$ и вычисляется по формуле (16).

Дальнейший расчет распределения потенциала-функции $\varphi(r, x)$ выполняется путем суммирования частных распределений

$$\varphi_k(x) J_0\left(j_{0k} \frac{r}{r_T}\right) \text{ согласно выражению (17).}$$

Список литературы

1. Нейтрализация зарядов статического электричества в авиационном топливе / Б.К. Максимов, А.А. Обух, В.М. Ануров, Е.И. Кухтерин // Электричество. – 1973. – № 2. – С. 72–74.
2. Смайт В. Электростатика и электродинамика. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1954. – 604 с.
3. Максимов Б.К., Обух А.А., Тихонов А.В. Расчет токов электризации нефтепродуктов с учетом изменения их электропроводности // Электричество. – 1980. – № 4. – С. 70–71.
4. Koszman J., Garis J. Development of charge Low-Conductivity Ligwids, Flowing past semfaces // Chemical Ing. – 1962. – Vol. 17.
5. Asano K., Kramer H. On the Estimation of Ionic Mobilities in Dielectric Ligwids from Charge Relaxation Studies // Journal of Electrostatic. – 1976/1977.
6. Максимов Б.К., Обух А.А., Тихонов А.В. Электрическая безопасность при заполнении резервуаров нефтепродуктами. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 152 с.
7. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. – М.: Изд. АН СССР. – 727 с.
8. Методы расчета электростатических полей / Н.Н. Миролюбов, М.В. Костенко, М.Л. Левинштейн, Н.Н. Тиходеев. – М.: Высш. шк., 1963. – 415 с.
9. Кандалов Ю.В. Расчет электромагнитных параметров надземных трубопроводных участков заземляющих систем и разработка математических моделей электромагнитных процессов в них // Вестник ИГЭУ. – 2010. – Вып. 3. – С. 30–38.

References

1. Maksimov, B.K., Obukh, A.A., Anurov, V.M., Kukhterin, E.I. Neytralizatsiya zaryadov staticheskogo elektrichstva v aviatsionnom toplive [Static charge neutralization in aviation fuel]. *Elektrichestvo*, 1973, no. 2, pp. 72–74.
2. Smayt, V. *Elektrostatika i elektrodinamika* [Electrostatics and electrodynamics]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoy literatury, 1954. 604 p.
3. Maksimov, B.K., Abukh, A.A., Tikhonov, A.V. Raschet tokov elektrizatsii nefteproduktov s uchetom izmeneniya ikh elektroprovodnosti [Calculation of current of petroleum product electrization taking account of the change in their electrical conductivity]. *Elektrichestvo*, 1980, no. 4, pp. 70–71.
4. Koszman, J., Garis, J. Development of charge Low-Conductivity Ligwids, Flowing past semfaces. *Chemical Ing.*, 1962, vol. 17.
5. Asano, K., Kramer, H. On the Estimation of Ionic Mobilities in Dielectric Ligwids from Charge Relaxation Studies. *Journal of Electrostatic*, 1976/1977.
6. Maksimov, B.K., Abukh, A.A., Tikhonov, A.V. *Elektricheskaya bezopasnost' pri zapolnenii rezervuarov nefteproduktami* [Electrical safety of petroleum product tanks filling]. Moscow, Energoatomizdat, 1989. 152 p.
7. Grinberg, G.A. *Izbrannyye voprosy matematicheskoy teorii elektricheskikh i magnitnykh yavleniy* [Selected problems of mathematical theory of electricity and magnetism]. Moscow; Leningrad, Izdatel'stvo ANSSSR. 727 p.
8. Mirolyubov, N.N., Kostenko, M.V., Levinshyteyn, M.L., Tikhodeev, N.N. *Metody rascheta elektrostatischeskikh poley* [Electrostatic field calculation methods]. Moscow, Vysshaya shkola, 1963. 415 p.
9. Kandalov, Yu.V. Raschet elektromagnitnykh parametrov nadzemnykh truboprovodnykh uchastkov zazemlyayushchikh sistem i razrabotka matematicheskikh modeley elektromagnitnykh protsessov v nikh [Calculation of electromagnetic parameters of above-ground pipeline sections of grounding systems and development of mathematical models of electromagnetic processes in them]. *Vestnik IGEU*, 2010, issue 3, pp. 30–38.

Слышалов Владимир Константинович,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры электрических систем,
e-mail: zav_es@es.ispu.ru

Кандалов Юрий Владимирович,
Представительство ОАО «СО ЕЭС» в Ивановской области,
кандидат технических наук, главный эксперт,
e-mail: Kandalov_YUV@kos.so-ups.ru