

УДК 621.321

## Разработка уточненных математических моделей для создания подсистем САПР распределительных трансформаторов с обмотками из ленты

А.В. Стулов, А.С. Зайцев, И.А.Трофимович, В.И. Печенкин  
ЗАО «Трансформер», Московская обл., г. Подольск, Российская Федерация  
E-mail: alxstl@mail.ru, as\_zaitsev@mail.ru, i.trofimovich@mail.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** В настоящее время математический аппарат систем автоматизированного проектирования распределительных трансформаторов базируется на инженерных методиках, разработанных в конце 80-х годов прошлого века. Применение инженерных методик к расчету трансформаторов с обмотками из ленты приводит к существенным погрешностям, так как в них не учитывается эффект вытеснения тока на края обмоток, вызванный поперечным полем рассеяния обмоток. В связи с этим становится необходимой разработка математических моделей для расчета потерь в активной части трансформатора с учетом эффекта вытеснения тока и адекватных тепловых моделей для разработки подсистем поверочного и теплового расчета САПР распределительных трансформаторов.

**Материалы и методы:** Использованы системы программирования Visual Basic for Excel, MATLAB, система твердотельного моделирования Solidworks 2014 и ее приложения, а также результаты испытаний физических образцов в лаборатории ЗАО «Трансформер» (г. Подольск, Московская область).

**Результаты:** Разработаны уточненные быстродействующие модели электромагнитного и теплового расчета. Результаты тепловых расчетов представлены в виде распределения температуры по высоте обмоток, что позволяет сделать выводы о нахождении наиболее нагретой точки и тем самым определить выбор системы охлаждения. С помощью предлагаемых моделей определен уровень добавочных потерь в трансформаторе.

**Выводы:** Разработанные модели успешно применены для создания подсистем поверочного, теплового и оптимизационного расчетов распределительных трансформаторов ТСЛ 250-1600 кВА, производимых ЗАО «Трансформер». Результаты расчета разработанных моделей подтверждены результатами приемо-сдаточных и тепловых испытаний физических образцов. Разработанные модели могут быть использованы при создании быстродействующих подсистем оптимизации САПР трансформаторов с высокой точностью.

**Ключевые слова:** поверочный расчет трансформаторов, комбинированные модели, тепловой расчет, генетические алгоритмы, полевые модели.

## Development of sophisticated mathematical models for creating CAD subsystems of distribution transformers with tape windings

A.V. Stulov, A.S. Zaichev, I.A. Trofimovich, V.I. Pechenkin  
CJSC «Transformer», Moscow region, Podolsk, Russian Federation  
E-mail: alxstl@mail.ru, as\_zaitsev@mail.ru, i.trofimovich@mail.ru

### Abstract

**Background:** Currently, mathematical tools for computer-aided design of distribution transformers are based on engineering techniques developed in the late 1980s. The application of such techniques to the calculation of transformers with tape windings leads to significant errors as these techniques do not take into account the effect of current displacement to the winding edges caused by the transverse scattering field of the windings. In this regard, it becomes necessary to develop mathematical models for calculation of losses in the active part of the transformer taking into account the effect of current displacement and adequate thermal models for the development of CAD confirmatory and thermal calculation subsystems of distribution transformers.

**Materials and methods:** The study employed the use of the programming systems Visual Basic for Excel, MATLAB, the solid modeling system Solidworks 2014 and its applications, and the results of testing physical samples made at the laboratory of ZAO «Transformer» (Podolsk, Moscow region).

**Results:** Refined fast-acting models of electromagnetic and thermal calculation have been developed. The results of thermal calculations are represented as temperature distribution over the winding height, which enables us to make a conclusion about the location of the hottest point and to choose a cooling system. The suggested models were used to determine the level of transformer added losses.

**Conclusions:** The developed models were successfully applied to developing subsystems of confirmatory, thermal and optimization calculations of TSL 250–1600 kW distribution transformers produced by OOO «Podolsk Transformer Plant». The calculation results of the developed models are confirmed by the results of acceptance and thermal tests of physical samples. The developed models can be used for the development of fast-acting transformer high accuracy CAD optimization subsystems.

**Key words:** transformer acceptance tests, combined models, thermal calculation, genetic algorithms, field models.

Развитие технологий в производстве распределительных трансформаторов в 90-е годы прошлого века было вызвано потребностью в повышении производительности и надежности трансформаторного оборудования. Одним из технологических решений было внедрение ленточной технологии намотки низковольтных обмоток трансформаторов. Ленточная технология намотки позволила:

- 1) девальвировать вероятность межвиткового замыкания внутри слоя обмотки;
- 2) повысить плотность тока в обмотках за счет удобства исполнения системы охлаждения;
- 3) повысить электродинамическую стойкость обмоток за счет девальвации действия осевой составляющей напряженности электромагнитного поля, действующего в обмотке;
- 4) повысить технологичность производства обмоток.

Но в то же время при обмотке, выполненной из широкой полосы ленты, поперечный магнитный поток почти полностью оттесняется вихревыми токами даже при частоте 50 Гц [1, 2]. Вихревые токи, вызванные поперечным полем рассеяния, концентрируются в торцевых частях (тонких слоях) обмоток, создавая эффект перераспределения части тока нагрузки к торцам обмоток. Слоистая структура таких обмоток почти не оказывает влияния на распределение токов, так как линии вихревых токов не пересекаются слоями изоляции между витками, вихревые токи могут замыкаться по ширине фольги [2].

Применение существующих инженерных методик расчета таких обмоток на основе руководящих документов (РД) к расчету распределительных трансформаторов с обмотками из ленты приводит к существенным погрешностям, так как в них не учитывается упомянутый эффект неравномерного распределения плотности тока по высоте обмотки.

Для расчета потерь в обмотках из ленты с учетом эффекта вытеснения тока была разработана комбинированная модель активной части трансформатора.

В качестве прототипа расчетной модели был выбран трансформатор ТСП-2000/10.

Расчет эпюры распределения плотности тока по высоте обмотки можно осуществить с использованием методики, разработанной в [1] для расчета обмоток из алюминиевой ленты токоограничивающих реакторов.

В соответствии с [1], алюминиевая лента, которой наматывается обмотка низшего напряжения (ОНН), условно разбивается на  $N_s$  элементарных параллельных лент. С незначительной погрешностью можно считать, что в пределах каждого центра ОНН эти параллельные ленты электрически не контактируют друг с другом через торцевые поверхности, что позволяет представить центр ОНН в виде

нескольких соосных расчетных секций (катушек, галет), соединенных параллельно. Это допущение приемлемо, так как элементарные токи, протекающие по сечению ленты на незначительном участке длины, можно считать параллельными. Протекание тока по нескольким параллельно соединенным лентам тождественно протеканию тока по сплошной ленте. Однако это справедливо лишь на незначительном участке длины ленты, т. е. в пределах нескольких витков катушки. При таком допущении ОНН трансформатора может быть представлена схемой замещения, изображенной на рис. 1.

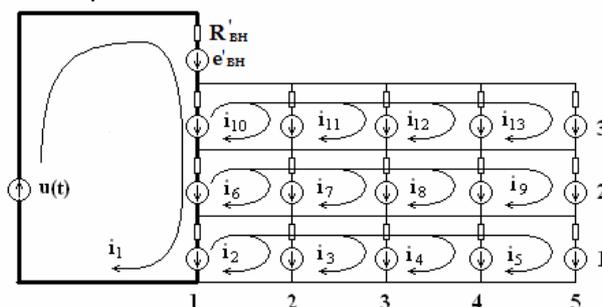


Рис. 1. Электрическая схема замещения фольговой ОНН

На рис. 1 схема замещения ОНН трансформатора содержит  $N_k = 3$  концентрических витка, каждый из которых условно разбит на  $N_s = 5$  расчетных секций (по количеству элементарных параллельных лент). Каждая  $j$ -я расчетная секция  $k$ -го концентрического витка представлена активным сопротивлением

$$R_{k,j} = \rho \frac{\pi D_k}{dh} W_k N_s \quad (1)$$

и ЭДС, наведенной собственным магнитным полем данной секции и полями соседних секций

$$e_{k,j} = - \frac{d\Psi_{k,j}}{dt}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — удельное сопротивление проводника;  $D_k$  — средний диаметр  $k$ -го концентрического витка;  $d$  — толщина фольгового проводника;  $h$  — высота обмотки, равная ширине фольги;  $W_k$  — число витков в  $k$ -м концентре;  $\Psi_{k,j}$  — потокосцепление  $s$ -й секции  $k$ -го концентрического витка с общим магнитным полем обмотки.

Так как на вытеснение тока в ОНН влияют потоки рассеяния, то эпюру плотности тока в ОНН удобнее рассчитывать путем моделирования опыта короткого замыкания трансформатора, при котором обмотка высшего напряжения (ОВН) замыкается накоротко, а на ОНН подается пониженное напряжение  $u(t)$  (рис. 2). При этом током в ветви намагничивания, а следовательно, и самой ветвью намагничивания в схеме замещения трансформатора можно пренебречь. ОВН в данной схеме

замещения представлена приведенным сопротивлением

$$R'_{\text{ВН}} = R_{\text{ВН}} \left( \frac{W_1}{W_2} \right)^2 \quad (3)$$

и приведенной ЭДС

$$e'_{\text{ВН}} = e_{\text{ВН}} \frac{W_1}{W_2}, \quad (4)$$

где  $R_{\text{ВН}}$  и  $e_{\text{ВН}}$  – реальные значения сопротивления и ЭДС ОВН (вытеснением тока в ОВН при данной постановке задачи пренебрегаем);  $W_1$  и  $W_2$  – число витков в ОНН и ОВН соответственно.

ОВН трансформатора является либо слоевой (из прямоугольного или круглого провода), либо галетной (из алюминиевой фольги) и рассчитывается по РД традиционным способом (в галетных ОВН вытеснение тока незначительно).

По методу контурных токов для схемы на рис. 1 можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} u + \sum_{k=1}^{N_c} e_{k,1} + e'_{\text{ВН}} = i_1 R'_{\text{ВН}} + i_1 \sum_{k=1}^{N_c} R_{k,1} - \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{q=2}^{N_s} R_{k,1} i_{k,q}, \\ e_{k,j} - e_{k,1} = R_{k,j} i_{k,j} - R_{k,1} i_1 + R_{k,1} \sum_{q=2}^{N_s} i_{k,q} \end{cases} \quad (5)$$

С учетом (2) получим

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N_c} \frac{d\psi_{k,1}}{dt} + \frac{d\psi'_{\text{ВН}}}{dt} = u - i_1 R'_{\text{ВН}} - i_1 \sum_{k=1}^{N_c} R_{k,1} + \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{q=2}^{N_s} R_{k,1} i_{k,q}, \\ \frac{d\psi_{k,j}}{dt} - \frac{d\psi_{k,1}}{dt} = -R_{k,j} i_{k,j} + R_{k,1} i_1 - R_{k,1} \sum_{q=2}^{N_s} i_{k,q} \end{cases} \quad (6)$$

При наличии допущений о линейности задачи и синусоидальности питающего напряжения система уравнений (5) принимает вид

$$[\dot{i}] = [Z]^{-1} [\dot{U}], \quad (7)$$

где  $[Z]$  – квадратная матрица полных сопротивлений;  $[\dot{i}]$  – вектор контурных токов;  $[\dot{U}]$  – вектор правых частей.

Подробно расчет элементов матрицы  $[Z]$  представлен в [1].

Главная проблема такой модели состоит в необходимости расчета всех взаимных индуктивностей, которые объединяются в квадратную матрицу размера  $nc \cdot ns \times nc \cdot ns$ , которая достаточно точно может быть рассчитана с помощью библиотеки численного моделирования магнитного поля [5]. Эта же библиотека используется для расчета магнитного поля в сердечнике.

Предложенная технология позволяет точно рассчитать распределение токов по элементарным секциям, что является основой для точного расчета основных и добавочных потерь как в обмотках, так и в сердечнике

трансформатора. Это, в свою очередь, является исходными данными для теплового расчета.

Таким образом, ядром расчетной модели разрабатываемой системы проектирования трансформаторов с обмотками из ленты является библиотека конечно-элементного моделирования магнитного поля (подробнее о математическом аппарате библиотеки в [5]).

Решение системы уравнений (7) позволяет получить кривые изменения токов во всех секциях рассматриваемой обмотки во времени. По результатам расчета фазной обмотки трансформатора для установившегося режима можно построить эпюры распределения тока по секциям концентров (рис. 2), согласно которым ток во всех цилиндрах вытесняется в крайние секции (на рис. 1 по горизонтальной оси откладывается номер секции в соответствующем цилиндре, а по вертикальной оси – величина тока в секции в амперах).

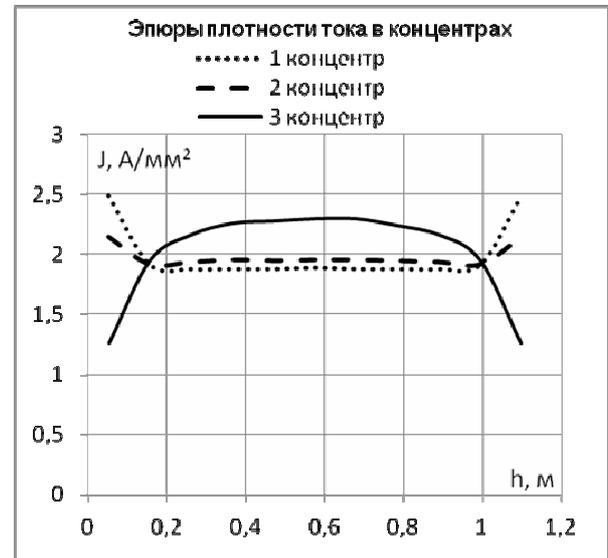


Рис. 2. Эпюра распределения плотности тока по высоте проводника в трех концентраторах ОНН трансформатора ТСЛ-2000

Полученные результаты позволяют, в частности, осуществить точный расчет потерь. Так, потери в секциях вычисляются по действующему значению тока в контуре:

$$P = \sum_{i=1}^{N_v} i_i^2 r_i, \quad (8)$$

где  $N_v = nm$ ;  $n$  – число концентров;  $m$  – число секций.

Полученные результаты расчета потерь являются основой для расчета тепловых моделей.

Тепловая модель обмоток из ленты представляет собой разветвленную электрическую схему замещения тепловых процессов, построенную из источников тока, величина которых численно равна потерям в секциях, и тепловых сопротивлений, характеризующих процессы теплопередачи: теплопроводность, конвекцию, из-

лучение. В модели учтены анизотропные свойства многослойного материала обмотки путем введения эквивалентного коэффициента теплопроводности в радиальном направлении  $\lambda_{r\text{ЭКВ}}$ :

$$\lambda_{r\text{ЭКВ}} = \left( \sum_{i=1}^{w_c} \frac{\delta_{ci}}{\lambda_{ci}} + \sum_{j=1}^{w_{is}} \frac{\delta_{isj}}{\lambda_{isj}} \right)^{-1}, \quad (9)$$

где  $w_c$  – число витков проводника обмотки;  $\delta_{ci}$  – толщина  $i$ -го слоя проводника обмотки;  $\lambda_{ci}$  – коэффициент теплопроводности материала проводника обмотки;  $w_{is}$  – число витков межслоевой изоляции обмотки;  $\delta_{is}$  – толщина  $i$ -го слоя межслоевой изоляции обмотки;  $\lambda_{is}$  – коэффициент теплопроводности материала межслоевой изоляции обмотки.

Также в модели учтены нелинейные процессы теплоотдачи с поверхности обмотки путем расчета конвективного коэффициента теплоотдачи как функции температуры  $\alpha(T)$  с использованием параметров текучей среды (динамической вязкости  $\mu(T)$ , плотности  $\rho(T)$ , теплопроводности  $\lambda(T)$  и теплоемкости  $c_p(T)$ ) как функций температур. Выражение для конвективного коэффициента теплоотдачи  $\alpha_k(T)$  в общем виде выглядит следующим образом (приводится без вывода):

$$\alpha_k(T) = Nu \frac{\lambda(T)}{h} = C \left( \frac{gh^3}{\mu(T)} \rho(T)^2 \beta \Delta T \frac{c_p(T)}{\lambda(T)} \right)^m \frac{\lambda(T)}{h}, \quad (10)$$

где  $Nu$  – число Нуссельта;  $\lambda(T)$  – зависимость теплопроводности охлаждающей среды от температуры;  $C, m$  – коэффициенты, определяемые режимом течения охлаждающей среды;  $g$  – ускорение свободного падения;  $h$  – высота обмотки;  $\beta$  – коэффициент объемного расширения охлаждающей среды;  $\Delta T$  – перепад температур между теплоотдающей поверхностью и охлаждающей средой.

Моделирование конвективной теплопередачи в канале в одном направлении осуществляется с помощью диодов [3, 4].

Особенность сухого трансформатора с литой изоляцией заключается в том, что литая изоляция обмоток представляет собой многокомпонентную полимеризованную смесь, эквивалентная теплопроводность  $\lambda_k$  которой определяется следующим образом:

$$\lambda_k = \left( \frac{\omega_{см}}{\lambda_{см}} + \frac{\omega_{отв}}{\lambda_{отв}} + \frac{\omega_{кварц}}{\lambda_{кварц}} \right)^{-1}, \quad (11)$$

где  $\lambda_{см}, \lambda_{отв}, \lambda_{кварц}$  – коэффициенты теплопроводности смолы, отвердителя и кварцевого песка соответственно;  $\omega_{см}, \omega_{отв}, \omega_{кварц}$  – массовые доли смолы, отвердителя и кварцевого песка соответственно.

Значения температур в искомым точках определяются путем расчета потенциалов в узлах электрической схемы замещения. Для расчета электрической схемы замещения тепловой модели обмотки из ленты была исполь-

зована библиотека моделирования электрических цепей ECLib [6]. Методы параметрической генерации модели описаны в [4].

На основе приведенных моделей были разработаны соответствующие подсистемы САПР распределительных трансформаторов.

Структура подсистем теплового расчета трансформаторов является трехуровневой и использует следующие модели:

1. *Традиционные тепловые модели на основе инженерных методик РД – модели 1-го уровня.* Предназначены для приблизительной оценки пространства решений и для выбора начальной точки оптимизации. Обладают высоким быстродействием, но невысокой точностью.

2. *Тепловые модели на основе разветвленных электрических схем замещения – модели 2-го уровня.* Используются в работе подсистем оптимизации САПР трансформаторов для уточненного теплового расчета трансформатора. Обладают высоким быстродействием и достаточно высокой степенью точности. Могут быть интегрированы в подсистему оптимизации трансформатора.

3. *Полевые модели на основе расчета методом конечных объемов – модели 3-го уровня.* Используются для организации исследований в области принципиально новых конструкций трансформаторов. Обладают малым быстродействием и высоким уровнем точности. Могут быть реализованы с использованием современных пакетов численных расчетов физических полей.

На рис. 3 приведены результаты расчета распределения температуры по высоте ОНН трансформатора ТСП-2000, выполненного с помощью разветвленной схемы замещения тепловых процессов (модель 2-го уровня) и с помощью точных полевых моделей (модель 3-го уровня). Расхождение результатов расчета температуры в отдельных точках не превышает 5 %, что говорит о приемлемой для инженерных расчетов точности цепной модели тепловых процессов при меньших затратах времени расчета (на два порядка) по сравнению с полевой моделью.

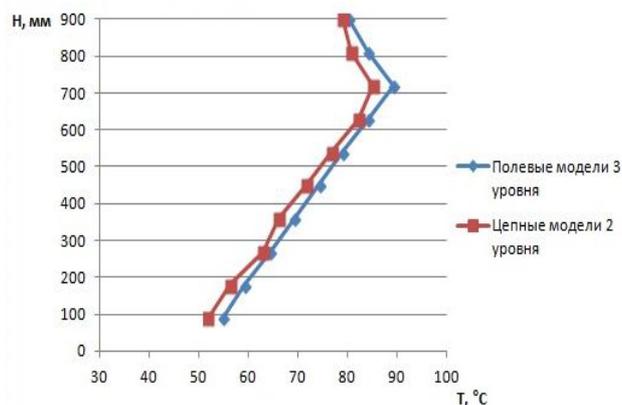


Рис. 3. Расчет распределения температуры на поверхности ОВН фазы В трансформатора ТСП-2000

## Заключение

Разработанные уточненные быстродействующие модели электромагнитного и теплового расчета могут успешно применяться в подсистемах оптимизации в САПР распределительных трансформаторов 250–2500 кВА класса 10 кВ.

Определение с помощью предлагаемых моделей уровня добавочных потерь в трансформаторе позволяет разработать эффективные методы их снижения.

Адекватность разработанных моделей подтверждена результатами натуральных исследований физических образцов и приемо-сдаточных испытаний трансформаторов в испытательной лаборатории ЗАО «Трансформер».

Интеграция разработанных подсистем в единую САПР распределительных трансформаторов в настоящее время производится на базе конструкторско-технологического отдела ЗАО «Трансформер».

## Список литературы

1. Иванов А.В. Разработка моделей и методики оптимального проектирования токоограничивающего реактора из алюминиевой ленты: дис. ... канд. техн. наук. – Иваново, 2011. – 123 с.
2. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. – М.: Энергия, 1981. – 392 с.
3. Стулов А.В., Тихонов А.И. Тепловой расчет обмоток сухих трансформаторов и токоограничивающих реакторов с использованием электрических схем замещения // Вестник ИГЭУ. – 2012. – Вып. 6. – С. 40–43.
4. Стулов А.В., Корнев И.А., Тихонов А.И. Параметрическая генерация и расчет электрической схемы замещения тепловых процессов в обмотках из ленты сухих трансформаторов и токоограничивающих реакторов в стационарных режимах // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 6. – С. 47–51.
5. Тихонов, А.И., Казаков, Ю.Б. Программирование численного эксперимента с использованием конечно-элементной модели магнитного поля в объектах электромеханики / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2008. – 80 с.

Стулов Алексей Вадимович,  
ЗАО «Трансформер»,  
зам. директора по производству трансформаторов,  
e-mail: alxstl@mail.ru

Трофимович Иван Анатольевич,  
ЗАО «Трансформер»,  
главный конструктор,  
e-mail: i.trofimovich@mail.ru

Зайцев Алексей Сергеевич,  
ЗАО «Трансформер»,  
ведущий конструктор,  
e-mail: as\_zaitsev@mail.ru,

Печенкин Валерий Иванович,  
ЗАО «Трансформер»,  
кандидат технических наук, директор по НИОКР,  
e-mail: petchenkin@mail.ru

6. Тихонов А.И., Корнев И.А. Свидетельство на программный продукт «Библиотека численного моделирования электрических цепей». Заявка № 2012660143, приоритет от 22.11.2012. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 9.01.2013.

7. Mullineux N., Reed J.R., Whyte I.J. Current distribution in sheet- and foil-wound transformers // The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. – 1969. – Vol. 116, issue 1. – P. 127–129.

## References

1. Ivanov, A.V. *Razrabotka modeley i metodiki optimal'nogo proektirovaniya tokoogranichivayushchego reaktora iz alyuminievoy lenty*. Diss. kand. tekhn. nauk [Development of models and techniques of optimal design of current-limiting reactors with an aluminum tape. Cand. tech. sci. diss.]. Ivanovo, 2011. 123 p.
2. Leytes, L.V. *Elektromagnitnye raschety transformatorov i reaktorov* [Electromagnetic calculation of transformers and reactors]. Moscow, Energiya, 1981. 392 p.
3. Stulov, A.V., Tikhonov, A.I. *Teplovoy raschet obmotok sukhikh transformatorov i tokoogranichivayushchikh reaktorov s ispol'zovaniem elektricheskikh skhem zameshcheniya* [Thermal calculation of windings in dry transformers and current-limiting reactors by using equivalent electrical circuits]. *Vestnik IGEU*, 2012, issue 6, pp. 40–43.
4. Stulov, A.V., Kornev, I.A., Tikhonov, A.I. *Parametricheskaya generatsiya i raschet elektricheskoy skhemy zameshcheniya teplovykh protsessov v obmotkakh iz lenty sukhikh transformatorov i tokoogranichivayushchikh reaktorov v stacionarnykh rezhimakh* [Parametric generation and calculation of the equivalent electric circuit of thermal processes in winding tapes of dry transformers and current-limiting reactors in steady-state modes]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 6, pp. 47–51.
5. Tikhonov, A.I., Kazakov, Yu.B. *Programmirovanie chislennogo eksperimenta s ispol'zovaniem konechno-elementnoy modeli magnitnogo polya v ob'ektakh elektromekhaniki* [Programming of a numerical experiment based on the finite-element model of magnetic field in electromechanical objects]. Ivanovo, 2008. 80 p.
6. Tikhonov, A.I., Kornev, I.A. *Svidetel'stvo na programnyy produkt «Biblioteka chislennogo modelirovaniya elektricheskikh tsepey»* [Certificate of the software product «A library of numerical simulation of electrical circuits»]. *Zajavka no. 2012660143, prioritet ot 22.11.2012*.
7. Mullineux, N., Reed, J.R., Whyte, I.J. Current distribution in sheet- and foil-wound transformers. *The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 1969, vol. 116, issue 1, pp.127–129.