

УДК 62-50-83

## Независимое формирование статических и динамических показателей нелинейных объектов

В. В. Тютиков, А. И. Воронин  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
г. Иваново, Российская Федерация  
E-mail: tvv@ispu.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Развитие технологий приводит к повышению требований к статическим и динамическим показателям исполнительных устройств. Решить проблему независимого формирования указанных показателей можно на основе разработки новых методик синтеза устройств управления.

**Материалы и методы:** В основу исследования положены методы аналитического конструирования агрегированных регуляторов и модального управления.

**Результаты:** Предложен способ независимого формирования статических и динамических показателей нелинейных объектов.

**Выводы:** Разработанный метод позволяет формировать качество переходных процессов и статическую точность синтезируемых систем управления нелинейными объектами.

**Ключевые слова:** нелинейный объект, аналитическое конструирование агрегированных регуляторов, модальное управление, статическая ошибка, переходный процесс, обратные связи по производным координат состояния.

## Independent formation of statistical and dynamic characteristics of nonlinear objects

Tyutikov V.V., Voronin A.I.  
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation  
E-mail: tvv@ispu.ru

### Abstract

**Background:** Technological development results in higher requirements for statistical and dynamic characteristics of executive units. The problem of independent formation of the selected characteristics can be solved by developing new methods of control unit synthesis.

**Materials and methods:** The study was based on the aggregated regulator analytical design and modal control techniques.

**Results:** A method of independent formation of statistical and dynamic characteristics of nonlinear objects has been proposed.

**Conclusions:** The developed method allows us to form the quality of transient processes and statistical accuracy of the synthesized control systems of nonlinear objects.

**Key words:** nonlinear object, analytical design of aggregated regulators (ADAR), modal control, statistical error, transient process, feedbacks for derivatives of state coordinates.

**Введение** Проблеме синтеза регуляторов для технических объектов, обеспечивающих необходимые статические и динамические показатели качества функционирования, посвящено большое количество публикаций. В настоящее время наибольшее практическое применение получили подчиненное (каскадное) регулирование и модальное управление [1, 2, 3, 4]. При использовании данных методов статическая точность САУ зависит от коэффициента петлевого усиления, а значит, от быстродействия. При невозможности изменения быстродействия в закон управления вводят интегральную составляющую, обеспечивающую астатизм. Известным ограничением этих методов является возможность синтеза регуляторов только для линейных объектов.

В [5] на основе метода модального управления предложена процедура независи-

мого формирования динамических и статических показателей САУ, позволяющая обеспечивать заданную статическую точность при необходимом быстродействии без введения астатизма. Основным недостатком данной процедуры также является возможность ее применения только для линейных объектов.

Мощным инструментом для синтеза САУ нелинейными объектами является метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [6]. Его использование позволяет обеспечить высокое качество переходных процессов в системе, однако выполнение требований к статической точности также возможно обеспечить лишь повышением коэффициента петлевого усиления (изменением быстродействия) или введением астатизма.

Ниже предлагается методика, обеспечивающая возможность независимого формиро-

вания динамических и статических показателей САУ нелинейными объектами.

В основу методики положена особенность метода АКАР, позволяющая синтезировать замкнутую систему управления нелинейным объектом, обладающую свойствами линейной системы.

**Использование метода АКАР для синтеза регулятора.** Рассмотрим возможности метода АКАР с точки зрения обеспечения заданных динамических и статических показателей. В качестве иллюстрации рассмотрим нелинейный объект (рис. 1) с временем переходного процесса 2,3 с и величиной статической ошибки 0,58 при постоянном возмущении  $f = 1$  (рис. 2, кривая 1).

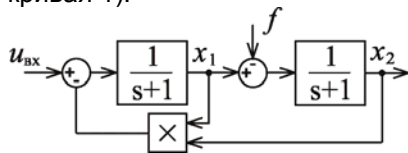


Рис. 1. Схема нелинейного объекта

Поставим задачу синтезировать для данного объекта регулятор, обеспечивающий при аperiodическом характере переходного процесса с временем установления 1,6 с статическую ошибку не более 0,2 при действии постоянного возмущения  $f = 1$ .

Дифференциальные уравнения ОУ в форме Коши имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - x_1x_2 + u_{вх}, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - x_2. \end{cases}$$

С помощью метода АКАР синтезируем регулятор для нелинейного ОУ. В качестве желаемого инварианта выберем  $x_2 = x_{20}$ .

Решив для инвариантного многообразия  $\Psi_1 = x_2 - x_{20}$  основное уравнение АКАР

$$\frac{d\Psi_i}{dt} + T_i\Psi_i = 0, \quad (T_i > 0), \quad (1)$$

введя макропеременную

$$\Psi_2 = x_1 + (T_1 - 1)x_2 - T_1x_{20}$$

и решив (1) для  $\Psi_2$  с постоянной  $T_2$ , получим обобщенный закон управления, обеспечивающий перевод координаты  $x_2$  замкнутой САУ из произвольного начального положения в заданное значение  $x_{20}$ :

$$u_{вх} = K_{11}x_1 + K_{12}x_2 + x_1x_2 + T_1T_2x_{20},$$

где  $K_{11} = 2 - T_1 - T_2$ ;  $K_{12} = T_1 + T_2 - 1 - T_1T_2$ .

Заданный переходный процесс с временем установления 1,6 с обеспечивается при  $T_1 = T_2 = 3$  с и  $K_1 = [-4 \quad -4]$ . Статическая ошибка при постоянном возмущении  $f = 1$  составляет 0,56, т.е. практически в три раза выше требуемой (рис. 2, кривая 2).

Заданная статическая ошибка 0,2 при постоянном возмущении  $f = 1$  обеспечивается

при  $T_1 = T_2 = 10$  с и  $K_1 = [-18 \quad -81]$ . Однако время переходного процесса при этом составляет 0,47 с, т.е. быстродействие более чем в 3 раза выше требуемого (рис. 2, кривая 3).

Таким образом, применение метода АКАР не позволяет независимо обеспечить требования к статике и динамике системы.

Ввод в объект дополнительного интегратора и увеличение тем самым его порядка на единицу с последующим выполнением описанной выше процедуры синтеза позволяет обеспечить замкнутой системе астатизм при необходимом быстродействии.

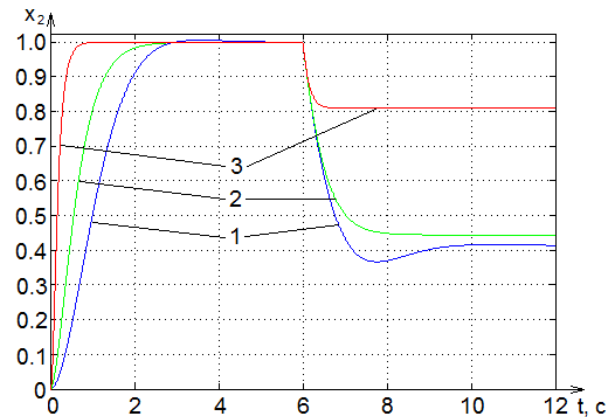


Рис. 2

Однако при этом процедура синтеза регулятора усложняется. Возникает необходимость решения дополнительного уравнения вида (1). Если учесть, что на данный момент не существует программных продуктов, позволяющих автоматизировать эту процедуру, то повышение порядка объекта (особенно, если исходный порядок выше третьего-четвертого) представляется нецелесообразным. Также введение дополнительного интегратора может негативно сказаться на параметрической чувствительности проектируемой системы.

**Методика синтеза САУ для нелинейного объекта с независимым формированием статических и динамических характеристик.** Взяв за основу методику, предложенную в [5] для линейных ОУ, и приняв во внимание, что использование в процедуре АКАР линейного уравнения вида (1) обеспечивает замкнутой системе свойства линейной, можно предложить следующую последовательность синтеза нелинейной САУ, обеспечивающую независимое формирование статических и динамических характеристик:

1. Записываются дифференциальные уравнения нелинейного ОУ в форме Коши.

2. Методом АКАР синтезируется нелинейная САУ, обеспечивающая желаемый характер (перерегулирование, колебательность) процессов (быстродействие может отличаться от требуемого) и статическую ошибку.

3. Для замкнутой САУ записываются дифференциальные уравнения в форме Коши. Приведением подобных слагаемых (нелинейных элементов с противоположными знаками) нелинейные уравнения приводятся к их линейным аналогам.

4. Составляются матрицы **A**, **B**, **C** динамики, входа и выхода соответственно.

5. Вычисляется передаточная функция  $H_{3C}(s) = C(Is - A)^{-1}B$  замкнутой системы. Определяется соответствующий характеристический полином (ХП)  $D_1(s) = d_{n1}s^n + \dots + d_{11}s + d_{01}$  и

матрицы  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  в нормальной (управляемой) канонической форме.

6. Формируется ХП

$$D_2(s) = d_{n2}s^n + \dots + a_{12}s + a_{02},$$

обеспечивающий заданное быстродействие.

7. Формируется ХП

$$D_3(s) = \frac{d_{01}}{d_{02}} D_2(s) = d_{n3}s^n + \dots + d_{13}s + d_{03}.$$

8. Вычисляется матрица обратных связей по производным координат состояния

$\bar{K}_{2S} = [d_{11} - d_{13} \quad d_{21} - d_{23} \quad \dots \quad d_{n1} - d_{n3}]$  в нормализованных координатах.

9. Вычисляется матрица обратных связей по производным координат состояния

$$K_{2S} = \bar{K}_{2S} \bar{U} U^{-1}, \bar{U} = [\bar{B} \quad \bar{A}\bar{B} \quad \dots \quad (\bar{A})^{n-1}\bar{B}],$$

$$U = [\bar{B} \quad \bar{A}\bar{B} \quad \dots \quad \bar{A}^{n-1}\bar{B}]$$

в реальных координатах.

Следует отметить, что выполнить п. 4 в ряде случаев невозможно из-за сложного характера вхождения нелинейных элементов в уравнения.

**Введение дополнительного канала управления по производным координат замкнутой САУ.** Рассмотрим применение данной методики к объекту (рис. 1). Пункты 1 и 2 методики выполнены выше.

**Пункт 3.**

Дифференциальные уравнения замкнутой САУ в форме Коши примут вид

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (1 - T_1 - T_2)x_1 + (T_1 + T_2 - T_1T_2 - 1)x_2 + \\ + T_1T_2x_{20} + x_1x_2 - x_1x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - x_2 \end{cases}$$

или после сокращения членов  $x_1x_2$  с противоположными знаками

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (1 - T_1 - T_2)x_1 + (T_1 + T_2 - T_1T_2 - 1)x_2 + \\ + T_1T_2x_{20}, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - x_2. \end{cases}$$

**Пункт 4.** Составим матрицы линейной системы:

$$A = \begin{bmatrix} 1 - T_1 - T_2 & T_1 + T_2 - T_1T_2 - 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} T_1T_2 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1].$$

**Пункт 5.** Передаточная функция замкнутой системы и соответствующие матрицы в нормализованной форме будут иметь вид

$$H_{3C}(s) = \frac{T_1T_2}{s^2 + (T_1 + T_2)s + T_1T_2}, \quad (3)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -T_1T_2 & -(T_1 + T_2) \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_1T_2 \end{bmatrix}.$$

Как было установлено выше, при действии возмущения  $f = 1$  требуемое значение статической ошибки обеспечивается при  $T_1 = T_2 = 10$ , т. е. при характеристическом полиноме САУ (в соответствии с (3))

$$D_1(s) = s^2 + 20s + 100. \quad (4)$$

**Пункт 6.** Требуемая длительность переходного процесса обеспечивается при  $T_1 = T_2 = 3$ . При этом ХП САУ примет вид

$$D_2(s) = s^2 + 6s + 9. \quad (5)$$

**Пункт 7.** В соответствии с (4, 5) формируется полином

$$D_3(s) = \frac{d_{01}}{d_{02}} D_2(s) = \frac{100}{9} (s^2 + 6s + 9) = \quad (6)$$

$$= 11,11s^2 + 66,67s + 100.$$

**Пункт 8.** Матрица обратных связей по производным координат объекта в нормализованной форме будет иметь вид

$$\bar{K}_{2S} = [-46,67 \quad -10,11]. \quad (7)$$

**Пункт 9.** Матрица обратных связей по производным координат объекта в реальных координатах при  $\bar{U} = [\bar{B} \quad \bar{A}\bar{B}]$ ,  $U = [B \quad AB]$  и

$T_1 = T_2 = 10$  с учетом (6), (7) примет вид

$$K_{2S} = [-10,11 \quad -36,56].$$

На рис. 3 приведена замкнутая САУ, синтезированная в соответствии с предложенным подходом.

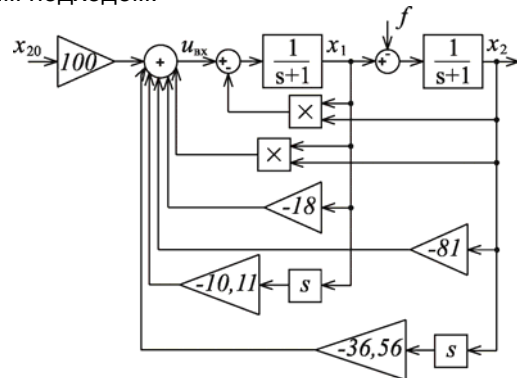


Рис. 3.

Графики переходных процессов представлены на рис. 4: исходный ОУ (кривая 1); САУ, синтезированная по методу АКАР при  $T_1 = T_2 = 3$  (кривая 2); САУ, синтезированная предложенным методом при  $T_1 = T_2 = 10$  с дополнительными обратными связями по производным координат состояния (кривая 3). При моделировании идеальные дифференцирующие звенья были заменены на реальные с передаточной функцией

$$H_D(s) = \frac{s}{Ts + 1}, \quad \text{где } T = 0,01 \text{ с.}$$

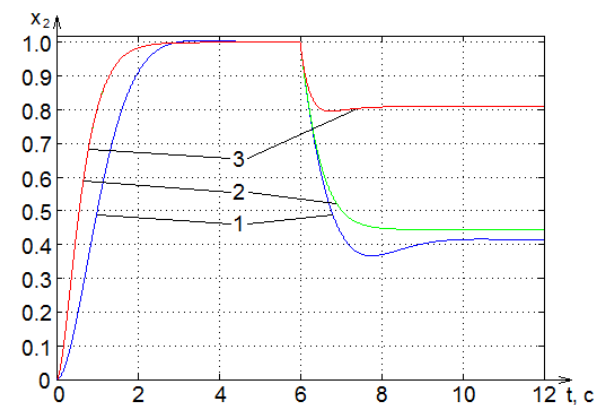


Рис. 4

#### Список литературы

1. **Ключев В.И.** Теория электропривода: учеб. для вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2001. – 704 с.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки в рамках базовой части государственного задания.

**Тютиков Владимир Валентинович**,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор кафедры электроники и микропроцессорных систем,  
телефон (4932) 41-50-24,  
e-mail: tvv@ispu.ru

**Воронин Артем Игоревич**,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
инженер,  
e-mail: voronin1@dsn.ru

2. **Кузовков Н.Т.** Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.  
3. **Волгин Л.Н.** Оптимальное дискретное управление динамическими системами / под ред. П.Д. Крутько. – М.: Наука, 1986.  
4. **Гайдук А.Р.** Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 360 с.  
5. **Тарарыкин С.В., Тютиков В.В., Котов Д.Г.** Независимое формирование статических и динамических показателей систем модального управления // Электричество. – 2004. – № 11. – С. 56–62.  
6. **Колесников А.А.** Синергетическая теория управления. – Таганрог: ТРТУ; М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.

#### References

1. Klyuchev, V.I. *Teoriya elektropriroda* [Electric drive theory]. Moscow, Energoatomizdat, 2001. 704 p.  
2. Kuzovkov, N.T. *Modal'noe upravlenie i nablyudayushchie ustroystva* [Modal control and controlling devices]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1976. 184 p.  
3. Volgin, L.N. *Optimal'noe diskretnoe upravlenie dinamicheskimi sistemami* [Optimal discrete control of dynamic systems]. Moscow, Nauka, 1986.  
4. Gayduk, A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyy podkhod)* [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow, FIZMATLIT, 2012. 360 p.  
5. Tararykin, S.V., Tyutikov, V.V., Kotov, D.G. *Nezavisimoe formirovaniye staticheskikh i dinamicheskikh pokazateley sistem modal'nogo upravleniya* [Independent formation of statistical and dynamic characteristics of modal control systems]. *Elektrichestvo*, 2004, no. 11, pp. 56–62.  
6. Kolesnikov, A.A. *Sinergeticheskaya teoriya upravleniya* [Synergetic control theory]. Taganrog: TRTU; M.: Energoatomizdat, 1994. 344 p.