

УДК 621.927

Оптимальное управление смешиванием сегрегирующих дисперсных материалов

В.Е. Мизонов¹, Н. Berthiaux², С. Gatamel², К.А. Шелатонова¹

¹ ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация

² Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Albi, France
E-mail: mizonov46@mail.ru; berthiau@enstimac.fr

Авторское резюме

Состояние вопроса: Сегрегация разнородных дисперсных материалов при смешивании препятствует эффективному протеканию последующих технологических процессов с участием этих смесей. Существующие математические модели смешивания, как правило, ориентированы на описание эволюции качества смеси при сегрегации. Нам неизвестны модели, выходящие на оптимальное управление процессом в целях подавления негативного влияния сегрегации и показывающие пути реализации оптимального управления в новых конструкциях смесителей.

Материалы и методы: Предлагаемая нелинейная математическая модель процесса основана на теории цепей Маркова. В качестве критерия оптимизации использована неоднородность готовой смеси, а в качестве управляющих воздействий приняты вектор источников частиц и структура матрицы переходных вероятностей.

Результаты: Показано, что оптимально распределенная во времени подача сегрегирующего компонента в смеситель позволяет повысить качество готовой смеси более чем в два раза, а переход к циркуляции в смесителе сегрегирующего компонента добиться однородной смеси. Предложены новые конструкции смесителей, реализующие найденные оптимальные управления.

Выводы: На примере смешивания сегрегирующих дисперсных компонентов показано, что оптимизационные задачи моделирования могут давать прямой выход на создание новых конструкций оборудования.

Ключевые слова: дисперсный материал, смешивание, сегрегация, ячеечная модель, оптимизация, конструкции смесителей.

Optimal control of mixing of segregating particulate solids

Vadim Mizonov¹, Henri Berthiaux², Cendrine Gatamel², Kseniya Shelatonova¹

¹ Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russia

² Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Albi, France
E-mail: mizonov46@mail.ru; berthiau@enstimac.fr

Abstract

Background: Segregation of particulate solids in the process of mixing puts obstacles in the way of effective running of next stages of technological process with participation of the mixtures. Existing mathematical models of mixing are usually oriented on the description of mixture quality evolution under segregation. We are not familiar with the models oriented on the optimal process control with the purpose to depress the negative influence of segregation and to show directions of realization of the obtained optimal solutions in new design of mixers.

Materials and methods: The proposed mathematical model of the process is based the theory of Markov chains. The mixture non-homogeneity is taken as the objective function, and the reaching the homogeneous mixture. New design of mixers that realize optimal control are proposed.

Results: It is shown that the optimally distributed with time feed to a mixer allows increasing the mixture quality more than two times as much, and transition to the circulation of a segregating component in a mixer allows reaching homogeneous mixtures. New designs of mixers that realize optimal control are proposed.

Conclusions: It is shown, on some examples of mixing of segregating particulate solids, the optimization problems in modelling may give direct transition to new design of equipment.

Key words: granular material, mixing, segregation, cell model, optimization, design of mixers.

При смешивании сыпучих материалов часто возникает необходимость смешать компоненты, склонные к сегрегации друг относительно друга, причем доля сегрегирующего ключевого компонента в смеси может быть достаточно велика (до 50 %). В связи с этим актуальным является формальный поиск таких путей повышения качества смесей, которые потом могут найти аппаратную реализацию. Основой моделирования является теория цепей Маркова, которая соприродна процессам смешивания. Она изучает и описывает эволюцию вероятно-

стей дискретных состояний в некотором пространстве состояний, что в процессах смешивания соответствует эволюции содержания ключевого компонента в дискретных зонах рабочего объема смесителя. Теория цепей Маркова применялась для решения частных задач химической инженерии в различных работах, но первое систематическое изложение стратегии ее использования в этой области было описано в [1–3]. В [4] развиты теоретические основы ее приложения к моделированию процессов в дис-

персных средах. Ниже предлагаются результаты, являющиеся развитием этих исследований.

Матрица переходных вероятностей $\mathbf{P}$ цепи может рассматриваться как математический образ смесителя, а вектор состояния $\mathbf{S}$ – образ распределения ключевого компонента в смесителе. Основным кинетическим уравнением процесса смешивания является рекуррентное матричное равенство

$$\mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{S}^k + \mathbf{S}_f^k, \quad (1)$$

где $\mathbf{S}^k$ – текущий вектор состояния смеси (распределение содержания ключевого компонента по m выделенным ячейкам цепи); k – номер временного перехода с интервалом времени Δt между переходами; $\mathbf{S}_f^k$ – вектор подачи ключевого компонента в смеситель, который может быть распределен по ячейкам и во времени; $\mathbf{P}$ – матрица переходных вероятностей, элементами которой являются доли ключевого компонента, переносимые из ячейки в ячейку в течение Δt .

В линейных моделях матрица переходных вероятностей не зависит от вектора состояния (содержания ключевого компонента в ячейках) и остается постоянной для всей продолжительности процесса. Ниже приведен пример ее структуры для цепи из пяти ячеек:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1-v-d & d & 0 & 0 & 0 \\ d+v & 1-v-2d & d & 0 & 0 \\ 0 & d+v & 1-v-2d & d & 0 \\ 0 & 0 & d+v & 1-v-2d & d \\ 0 & 0 & 0 & d+v & 1-d \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где d – стохастическая составляющая вероятности переноса, описывающая интенсивность симметричного перемешивания; v – детерминированная составляющая, обусловленная сегрегацией, приводящей к расслоению смеси.

Применимость линейных моделей ограничена случаями весьма малого количества сегрегирующего ключевого компонента, в противном случае они приводят к неустрашимым физическим противоречиям.

В нелинейных моделях детерминированная составляющая переноса v считается зависящей от содержания ключевого компонента в ячейке, в которую осуществляется перенос:

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} 1-v_1^k-d & d & 0 & 0 & 0 \\ d+v_1^k & 1-v_2^k-2d & d & 0 & 0 \\ 0 & d+v_2^k & 1-v_3^k-2d & d & 0 \\ 0 & 0 & d+v_3^k & 1-v_4^k-2d & d \\ 0 & 0 & 0 & d+v_4^k & 1-d \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где детерминированная составляющая вероятности переноса в первом приближении может быть определена по формуле

$$v_j^k = v_0(1 - S_{j+1}^k/S_0), \quad (4)$$

где S_0 – предельное содержание ключевого компонента в ячейке, когда она заполнена им полностью.

Целью перемешивания является обеспечение равномерности распределения, представляемого вектором состояния $\mathbf{S}$, не превышающей некоторую заданную величину. В качестве характеристики неравномерности может быть принято среднеквадратическое отклонение σ элементов вектора. При $v = 0$ теоретически возможно достижение полностью однородной смеси. При $v \neq 0$, т. е. при наличии сегрегации, и обычной матрице $\mathbf{P}$ достижение однородной смеси невозможно в принципе. На рис. 1 показана кинетика формирования качества смеси, рассчитанная по линейной и нелинейной моделям. Сначала качество смеси увеличивается, затем проходит через максимум, а потом снова начинает уменьшаться. Поэтому необходимо остановить процесс в тот момент, когда качество смеси максимально.

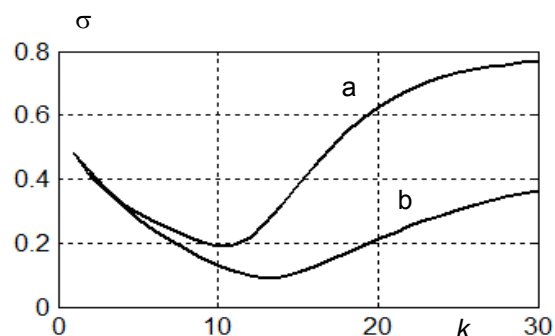


Рис. 1. Сравнение эволюции качества смеси: а – по линейной модели; б – по нелинейной

Однако и это максимально возможное качество смеси далеко не всегда удовлетворяет технологическим требованиям к ней. Рассмотрим несколько оптимизационных задач, которые могут решить эту проблему.

В основном кинетическом равенстве (1) управляющими параметрами процесса могут быть вектор подачи ключевого компонента $\mathbf{S}_f^k$ и матрица переходных вероятностей $\mathbf{P}$.

При традиционной загрузке ключевого компонента в смеситель он размещается в начале процесса над основным компонентом смеси, т. е.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_f^k &= [S_0 \ S_0 \ S_0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0]^T \text{ при } k = 1, \\ \mathbf{S}_f^k &= [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0]^T \text{ при } k > 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим вариант загрузки, когда сегрегирующий компонент загружается в смеситель не сразу, а постепенно в течение уже на-

чавшегося процесса смешивания. В [5] такой процесс назван полупериодическим. Его моделирование для малых долей сегрегирующего компонента приведено в [6]. Ниже приведено обобщенное решение этой задачи. Расчетная схема процесса схематично показана на рис. 2.

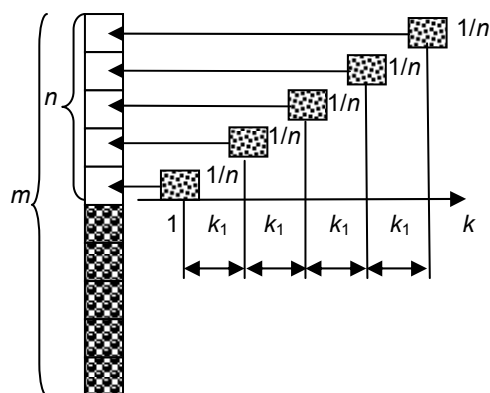


Рис. 2. Расчетная схема процесса с распределенной во времени подачей сегрегирующего компонента

Пусть доля сегрегирующего компонента составляет n/m и вначале в нижнюю часть смесителя был загружен только основной компонент. В начальный момент работы смесителя в него подается порция сегрегирующего компонента, равная его доле $1/n$. Затем с интервалом k_1 временных переходов последовательно подаются другие порции до полной загрузки этого компонента. Частицы последних порций имеют меньшее время для сегрегации в нижнюю часть смесителя, в результате чего оказывается возможным получение более равномерной смеси. Однако для этого необходимо подобрать параметр k_1 , обеспечивающий ее минимальную неравномерность.

Соответствующая этому процессу цепь имеет переменное число рабочих ячеек, возрастающее по мере загрузки сегрегирующего компонента (задача Стефана). Соответствующая ей матрица переходных вероятностей может быть представлена следующим образом:

$$P_{i+1,j}^k = d + v_k \cdot P_{i,j}^k = d e_j^k; P_{i,j}^k = 1 - P_{i+1,j}^k - P_{i-1,j}^k, \quad (6)$$

где $e_j^k = 0$, если ячейка не включена в цепь, и $e_j^k = 1$, если включена, причем включение данной ячейки в цепь происходит через k_1 временных переходов после включения предыдущей ячейки.

Результаты численных экспериментов по поиску оптимального k_1 при $d = v = 0,1$ показаны на рис. 3. Если ключевой компонент загружается сразу, то предельно достижимое (минимальное) значение σ составляет около 0,025 и достигается после 35 переходов. При загрузке с интервалом в 4 временных перехода достижимый минимум σ уменьшается почти в 3 раза, что является существенным улучшени-

ем качества смеси. При загрузке с интервалом в 8 переходов положительный эффект не только уменьшается, но вообще отсутствует. В результате численных экспериментов были найдены оптимальные значения k_1 для различных параметров процесса d и v и соответствующие им минимальные значения σ , достижимые по данному способу для этих параметров (рис. 4). Распределенная во времени оптимизированная подача дает значительный выигрыш в однородности смеси, особенно при большой степени сегрегации. Характерно, что минимально достижимая величина неоднородности в оптимизированном процессе гораздо меньше зависит от определяющих параметров d и v , чем в неоптимизированном, что часто встречается в оптимизационных задачах, когда оптимизация «вымывает» влияние определяющих параметров.

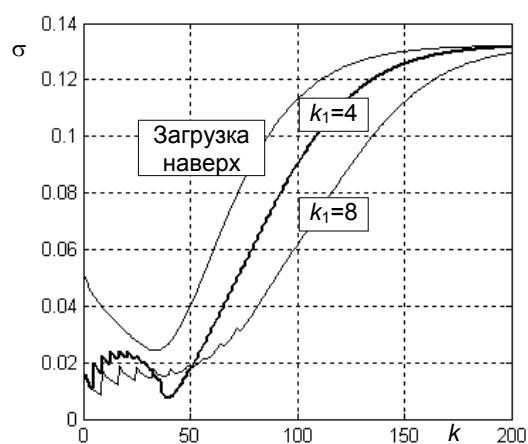


Рис. 3. Кинетика формирования смеси при разных вариантах загрузки

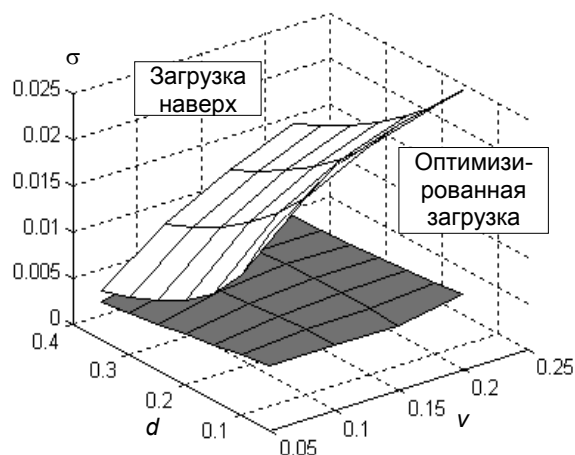


Рис. 4. Максимально достижимая равномерность при разных вариантах загрузки

Рассмотренная выше формальная задача оптимизации процесса может быть легко реализована в реальных конструкциях смесителей. Пример такой реализации показан на

рис. 5, где на верхней крышке лопастного смесителя установлен шнековый питатель сегрегирующего компонента, загружающий его в течение требуемого оптимизированного промежутка времени.

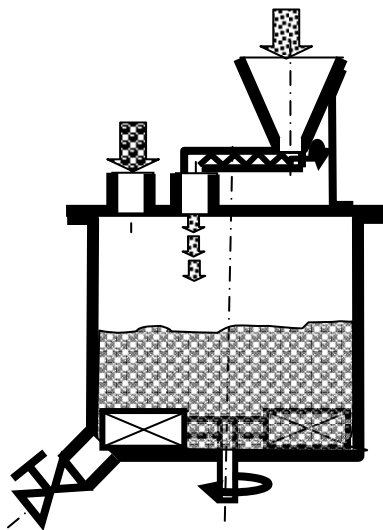


Рис. 5. Конструкция смесителя с распределенной загрузкой сегрегирующего компонента

В [5] показано, что асимптотическое распределение будет равномерным, если сумма элементов в каждой строке матрицы P равна единице. Очевидно, что матрица (2) удовлетворяет этому условию только при $v = 0$, т. е. при отсутствии сегрегации. При ее наличии получение смеси с равномерным распределением компонентов невозможно даже теоретически. Однако оно станет возможным, если внести в матрицу следующую корректировку:

$$P = \begin{bmatrix} 1-v-d & d & 0 & 0 & v_c \\ d+v & 1-v-2d & d & 0 & 0 \\ 0 & d+v & 1-v-2d & d & 0 \\ 0 & 0 & d+v & 1-v-2d & d \\ 0 & 0 & 0 & d+v & 1-d-v_c+v_c \end{bmatrix}, \quad (7)$$

физический смысл которой состоит в отборе доли v_c сегрегирующего компонента из нижней ячейки и переносе ее наверх смеси. Естественно, что такой процесс может быть реализован только тогда, когда есть эффективный способ отделения сегрегирующего компонента от основного на дне смесителя (например, разделение компонентов по крупности). В записанной для линейной модели матрице (7) достаточно положить $v_c = v$; в нелинейной модели с матрицей (3) оптимальная скорость циркуляции определяется численно.

На рис. 6,а показано влияние скорости циркуляции на предельное качество смеси при различных скоростях сегрегации. Расчеты выполнены по нелинейной модели. Они показывают, что даже при наличии сегрегации теоретически достижима асимптотически равномерная смесь.

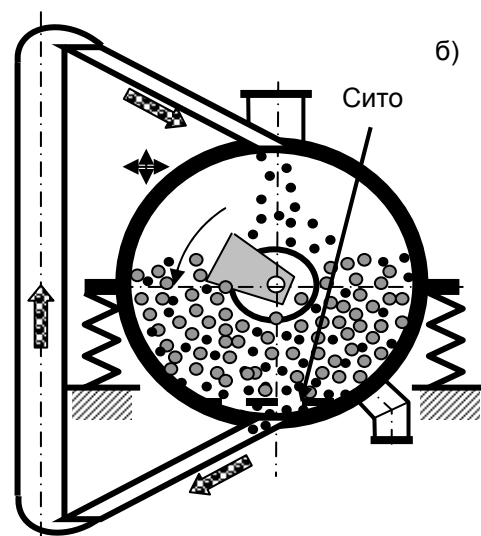
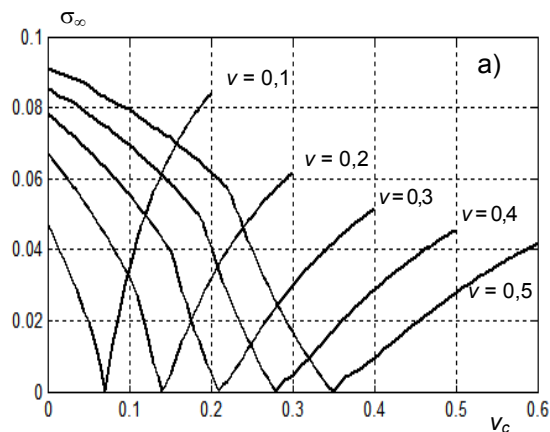


Рис. 6. Влияние скорости циркуляции на предельное качество смеси при различных скоростях сегрегации ($d = 0,1$) (а) и пример конструкции смесителя с циркуляцией (б)

Реализация этого принципа оптимизации в конструкции вибрационного смесителя показана на рис. 6,б. Здесь сегрегация обусловлена разной крупностью компонентов. Мелкий (сегрегирующий вниз) компонент через установленное в нижней части смесителя сито выводится из процесса и элеватором возвращается в верхнюю часть смесителя.

Таким образом, оптимизационные задачи и полученные оптимальные решения могут показать направления создания новых конструкций смесительного оборудования. В [7] сделана попытка реализовать этот подход для непрерывного смешивания, а также найден выход на новые конструкции оборудования. Однако моделирование и оптимизация процессов непрерывного смешивания выходит за рамки настоящего исследования.

Список литературы

1. Tamir A. Applications of Markov Chains in Chemical Engineering // Elsevier ed. – Amsterdam, 1998. – 264 p.
2. Wang R.H., Fan L.T. Axial Mixing of Grains in a Motionless Sulzer (Koch) Mixer // Ind. Eng. Chem. Process. – 1976. – Vol. 15, no.3. – P. 381–388.
3. Wang R.H., Fan L.T. Stochastic modeling of seg-

regation in a motionless mixer // Chem. Eng. Sci. – 1977. – Vol. 32. – P. 695–701.

4. **Berthiaux H., Mizonov V.** Applications of Markov Chains in Particulate Process Engineering: A Review // The Canadian Journal of Chemical Engineering. – 2004. – V. 85, no. 6. – P. 1143–1168.

5. **Ammarcha C., Gatumel C., Dirion J.L.** Predicting bulk powder flow dynamics in a continuous mixer operating in transitory regimes // Advanced Powder Technology. – 2012. – 23(6). – P. 787–800.

6. **Ammarcha C., Gatumel C., Dirion J.L., Cabas-sud M., V.** Transitory powder flow dynamics during emptying of a continuous mixer // Chemical Engineering and Processing. – 2013. – 65. P. 68–75.

7. **Marikh K.** Flow Analysis and Markov Chain Modelling to Quantify the Agitation Effect in a Continuous Mixer // Chemical Engineering Research and Design. – 2006. – 84(A11). – P. 1059–1074.

Мизонов Вадим Евгеньевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,
e-mail: mizonov46@mail.ru

Berthiaux Henri,
Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Albi, France,
Dr.-Eng., Professor,
e-mail: berthiau@enstimac.fr

Gatumel Cendrine,
Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Albi, France,
Dr.-Eng., Associate Professor,
e-mail: gatumel@enstimac.fr

Шелатонова Ксения Алексеевна,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры прикладной математики,
e-mail: ksu-shell@mail.ru