

УДК 621.321

Методика организации численного исследования электротехнических устройств с использованием библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля

А.С. Шмелев, И.А. Пайков, Л.Н. Булатов
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: bulatovleo@gmail.com

Авторское резюме

Состояние вопроса: В настоящее время актуальной является проблема повышения эффективности численного исследования проектируемых устройств с использованием полевых моделей. Для решения данной проблемы разработана и развивается технология численного исследования электротехнических устройств, построенная на основе инструментария, представляемого динамически подключаемой библиотекой конечно-элементного моделирования двухмерного квазистационарного магнитного поля, способной интегрироваться с современными математическими пакетами. С помощью данной библиотеки можно организовать программу численного эксперимента, состоящего в параметрической генерации полевой модели исследуемого устройства и серии расчетов магнитного поля по заданному алгоритму.

Материалы и методы: Для расчета магнитного поля использована разработанная библиотека конечно-элементного моделирования EMLib. В качестве базы для создания исследовательской среды используется пакет MSExcel. Для реализации наукоемких алгоритмов используется пакет MatLab.

Результаты: Рассмотрена методика организации численного эксперимента с использованием библиотеки EMLib. С помощью данной методики решены задачи расчета динамических режимов различных электротехнических устройств и оптимизации их конструкции.

Выводы: Рассмотренная технология численного исследования электротехнических устройств позволяет решать задачи, характерные для современных CAE-систем, практически не уступая им по широте охвата решаемых задач, но является в то же время относительно простой в использовании и доступной для предприятий малого и среднего бизнеса.

Ключевые слова: численное моделирование электротехнических устройств, конечно-элементная модель магнитного поля, параметрический генератор полевой модели, численный эксперимент.

Numerical study of electrical engineering devices using a magnetic field finite element modeling library

A.S. Shmelev, I. A. Paikov, L.N. Bulatov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: bulatovleo@gmail.com

Abstract

Background: Increasing the efficiency of numerical study of designed devices using field models is an urgent problem now. This problem can be solved by the electrical device numerical study technology based on the tools represented by a dynamic link library of finite element modeling of two-dimensional quasi-stationary magnetic field capable of being integrated with modern mathematical packages. This library can be used to develop a program of numerical experiment consisting of the parametric generation of a field model of the device under study and a number of magnetic field calculations by the preset algorithm.

Materials and methods: EMLib library of finite element modeling was used to calculate magnetic field. MSExcel package was employed as the basis of research environment development. The high-tech package MatLab was used to implement the science-intensive algorithms.

Results: The paper presents an overview of a numerical experiment organized by using an EMLib library which allowed us to solve the problem of calculating dynamic modes of different electrical engineering devices and to optimize their design.

Conclusions: The studied technology of numerical study of electrical engineering devices can solve the problems normally handled by modern CAE-systems and deals with almost the same range of tasks but is also relatively easy to use and affordable for small and medium businesses.

Key words: numerical modeling of electrical engineering devices, magnetic field finite element model, field model parametric oscillator, numerical experiment.

Технология численного исследования электрических машин с использованием библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля, описанная в [1], сегодня полу-

чила развитие в нескольких направлениях, а именно:

1) уточненный расчет динамических и установившихся режимов работы электротех-

нических устройств, в частности силовых трансформаторов [2], токоограничивающих реакторов [3], асинхронных машин [4], машин постоянного тока [5], торцевых синхронных генераторов [6];

2) расчет холостого хода силового трансформатора [7];

3) расчет механических усилий в обмотках силовых трансформаторов и токоограничивающих реакторов в аварийных режимах;

4) параметрическая и структурная оптимизация конструкции электротехнических устройств.

Сама библиотека конечно-элементного моделирования магнитного поля EMLib претерпела существенные изменения. Математическое ядро, осуществляющее собственно расчет магнитного поля, стало платформонезависимым на уровне компилятора, произведена оптимизация алгоритмов, позволившая существенно сократить время расчета магнитного поля на каждой итерации численного эксперимента, усовершенствованы интерфейсы, позволяющие интегрировать данную библиотеку во все математические пакеты [8].

В настоящее время технология численного исследования электротехнических устройств реализуется на базе табличного процессора MSExcel, предоставляющего исследователю удобный интерфейс и визуальные средства обработки результатов. Подсистемы, реализующие численный эксперимент, пишутся во встроенной в Excel системе программирования Visual Basic for Excel. При необходимости используется математический пакет MatLab, связываемый с Excel с помощью интерфейса ExelLink. И в Excel, и в MatLab могут внедряться функции динамически подключаемой библиотеки моделирования магнитного поля EMLib.

Наиболее детально проработана универсальная методика расчета динамических режимов в электротехнических устройствах. Алгоритм расчета строится на основе системы дифференциальных уравнений, имеющей вид

$$\frac{d}{dt}[\Psi] = [u] - [R][i], \quad (1)$$

где $[\Psi]$ – вектор потокосцеплений контуров с током; $[u]$ – вектор напряжений контуров; $[R]$ – матрица сопротивлений контуров; $[i]$ – вектор мгновенных значений токов контуров.

При расчете электрических машин в качестве неизвестной величины в вектор токов добавляется угловая скорость ротора ω и к системе уравнений (1) добавляется уравнение

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \sum_i M_i, \quad (2)$$

где J – момент инерции на оси ротора; M_i – i -й момент на валу ротора.

Используя для k -й обмотки разложение

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \Psi_{kj}}{\partial i_j} \frac{di_j}{dt} \approx \sum_{j=1}^N \frac{\Delta \Psi_{kj}}{\Delta i_j} \frac{di_j}{dt}, \quad (3)$$

где N – количество контуров с током, уравнение (1) преобразуем к виду

$$\frac{d}{dt}[i] = \left[\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right]^{-1} ([u] - [R][i]), \quad (4)$$

где $\left[\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right]$ – матрица частных производных потокосцеплений контуров.

Расчет динамических режимов в индукционных устройствах можно осуществлять в двух режимах (рис. 1):

1) прямой режим с непосредственным обращением к расчету модели магнитного поля на каждом шаге интегрирования;

2) режим с обучением, предполагающий проведение серии предварительных расчетов магнитного поля с заданным шагом в заданном диапазоне изменения значений токов контуров и последующей аппроксимацией полученных матриц потокосцеплений контуров с током многомерными сплайнами.

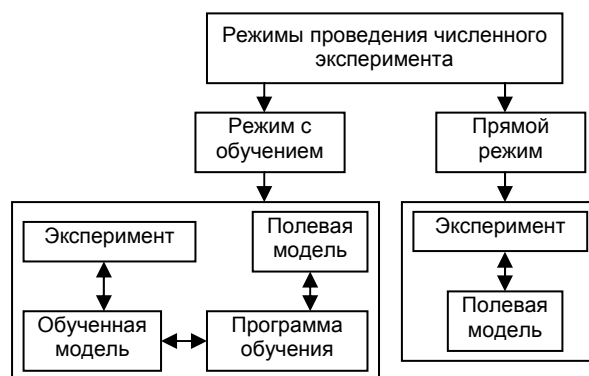


Рис. 1. Режимы проведения численного эксперимента

Наиболее просто расчет в режиме с обучением осуществляется в случае устройств с небольшим количеством контуров или обмоток с током. Например, при расчете режима пуска двигателя постоянного тока (ДПТ) [5] количество независимых контуров $N = 2$: цепь параллельной обмотки возбуждения и цепь обмотки якоря; цепь последовательной обмотки возбуждения и компенсационной обмотки. Результатом серии расчетов магнитного поля ДПТ при разных комбинациях тока якоря i_a и тока возбуждения i_f являются матрицы потокосцеплений обмотк, которые средствами MatLab аппроксимируются двухмерными сплайнами (рис. 2) (мерность сплайна равна количеству независимых контуров с током).

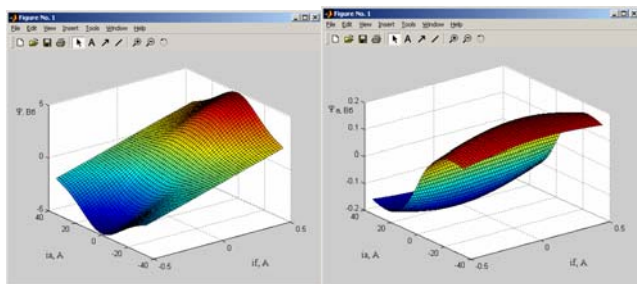


Рис. 2. Сплайновая аппроксимация матриц потокоцеплений обмотки возбуждения $\Psi_f(i_f, i_a)$ и якоря $\Psi_a(i_f, i_a)$

По сплайнам потокоцеплений обмотки возбуждения $\Psi_f(i_f, i_a)$ и якоря $\Psi_a(i_f, i_a)$ строятся сплайны частных производных $\left[\frac{\partial \Psi_a}{\partial i_a} \right]$, $\left[\frac{\partial \Psi_a}{\partial i_f} \right]$, $\left[\frac{\partial \Psi_f}{\partial i_a} \right]$, $\left[\frac{\partial \Psi_f}{\partial i_f} \right]$, по которым на каждом шаге интегрирования по времени уравнения (3) при текущих значениях токов обмоток определяются элементы матрицы частных производных. Результаты расчета пуска двигателя постоянного тока 4П80 приведены на рис. 3 (масштабы графиков: тока возбуждения – $m_{if} = 1$ А/ед; тока якоря – $m_{ia} = 100$ А/ед; частоты вращения – $m_\Omega = 500$ (1/с)/ед; момента – $m_M = 20$ Н·м/ед; ЭДС – $m_{Ea} = 250$ В/ед; магнитного потока – $m_\Phi = 1/440$ Вб/ед). Расчет осуществляется практически в реальном времени.

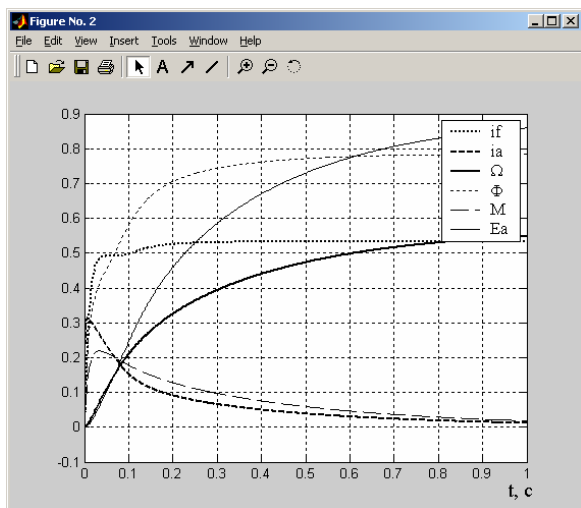


Рис. 3. Кривые пуска ДПТ 4П-80 с использованием модели магнитного поля

Расчет в режиме с прямым обращением к модели магнитного поля можно проиллюстрировать на примере расчета пуска асинхронного двигателя (АД) с короткозамкнутым ротором с учетом вытеснения тока в пазах ротора (рис. 4) [4].

Моделируемый АД имел 51 паз на роторе, каждый из которых был разделен на 5 слоев. Каждому слою соответствовал свой контур с током. Обмотка статора была представлена тремя контурами. Итого получаем $N = 258$. При таком количестве независимых контуров с то-

ком режим с предварительным обучением модели невозможен.

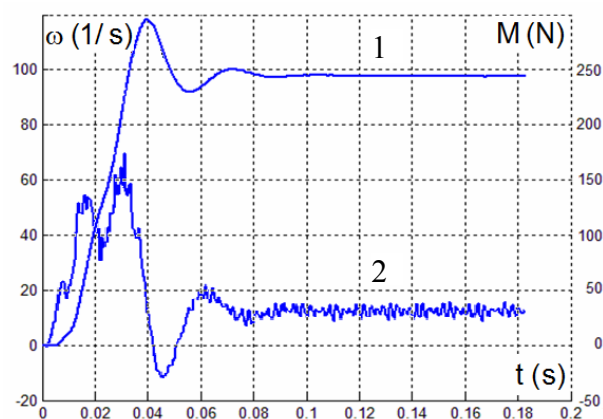


Рис. 4. Результаты расчета кривой пуска АД с короткозамкнутым ротором с учетом вытеснения тока в пазах ротора: 1 – зависимость угловой скорости ω от времени; 2 – зависимость электромагнитного момента M от времени

В режиме с непосредственным обращением к модели на каждом шаге интегрирования уравнения (3) при текущих значениях токов контуров рассчитывается магнитное поле, затем каждому j -му току контура дается приращение Δi_j и опять рассчитывается магнитное поле. В результате находятся приращения потокоцеплений k -х обмоток $\Delta \Psi_{kj}$ и строится матрица $\left[\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right] \approx \left[\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right]$. Количество обращений к полевой модели на каждом шаге интегрирования равно $N + 1 = 259$. Расчет магнитного поля машины длится доли секунды. При этом для интегрирования системы уравнений (3) с шагом по времени $\Delta t = 0,001$ с в пределах 0,2 с требуется несколько часов.

Иногда модель динамических режимов в исследуемом устройстве с большим количеством контуров с током удается построить таким образом, что количество независимых величин возможно ограничить, снизив тем самым размер матрицы потокоцеплений. Примером может служить модель АД, в которой разложение (3) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_k}{dt} &= \frac{\partial \Psi_{kx}}{\partial F_x} \frac{dF_x}{dt} + \frac{\partial \Psi_{ky}}{\partial F_y} \frac{dF_y}{dt} + \frac{\partial \Psi_{k\alpha}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \\ &= \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial \Psi_{kx}}{\partial F_x} K_{xj} + \frac{\partial \Psi_{ky}}{\partial F_y} K_{yj} \right) \frac{di_j}{dt} + \frac{\partial \Psi_{k\alpha}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt}, \end{aligned} \quad (5)$$

где F_x, F_y – составляющие по осям координат результирующей намагничивающей силы (НС), формируемой всеми обмотками машины; K_{xj}, K_{yj} – геометрические коэффициенты, определяющие вклад j -го контура машины в результирующую НС машины.

Такой подход позволяет использовать режим модели с предварительным обучением с использованием матриц потокоцеплений обмоток, зависящих всего от трех величин: F_x, F_y и α . Точность такого расчета ниже, чем в случае с

прямым обращением к полевой модели, так как не удастся учесть все особенности вклада каждого контура в совокупное магнитное поле.

Аналогичным образом в [2] рассчитывается кривая переходного процесса в трехфазном силовом трансформаторе. Расчет осуществляется при наличии шести матриц потокоцеплений (по числу обмоток трансформатора):

$$\Psi_k = f(F_1, F_2, F_3), \quad (6)$$

где F_1, F_2, F_3 – НС стержней трансформатора.

При этом считается, что первичная и вторичная обмотки, расположенные на m -м стержне, создают единую НС, рассчитываемую по формулам:

$$F_m = j_m(S_m + S_{m+3}); \quad (7)$$

$$j_m = \frac{i_m W_m + i_{m+3} W_{m+3}}{S_m + S_{m+3}}, \quad (8)$$

где j_m – средняя плотность тока в обмотках m -го стержня; i_m, i_{m+3} – мгновенные значения токов в первичной и вторичной обмотках m -го стержня; W_m, W_{m+3} – число витков первичной и вторичной обмоток m -го стержня; S_m, S_{m+3} – площади сечений первичной и вторичной обмоток m -го стержня.

Варьируя j_m в пределах от $-j_{\max}$ до $+j_{\max}$, где $j_{\max}$ – некоторая максимальная величина средней плотности тока, получаем зависимости, которые аппроксимируются трехмерными сплайнами (рис. 5).

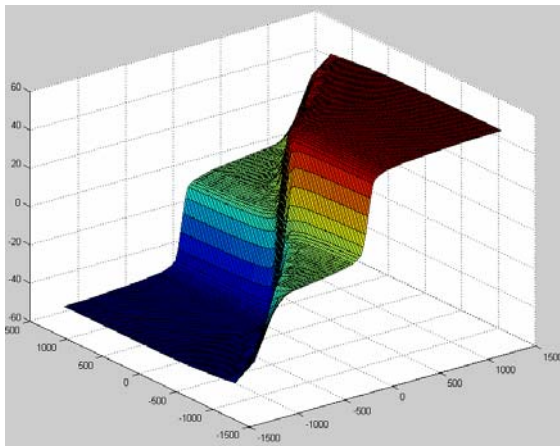


Рис. 5. Сплайновая аппроксимация матрицы $\Psi_1(F_1, F_2, F_3)$ при $F_3 = 0$

Для каждой k -й обмотки можно записать

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = \sum_{m=1}^3 \frac{\partial \Psi_k}{\partial F_m} \frac{dF_m}{dt} = \sum_{j=1}^6 L_{kj} \frac{di_j}{dt}, \quad (9)$$

где

$$L_{kj} = W_j \left. \frac{\partial \Psi_k}{\partial F_m} \right|_{m=\begin{cases} k & \text{при } k \leq 3 \\ k-3 & \text{при } k > 3 \end{cases}}. \quad (10)$$

Результат расчета трехфазного короткого замыкания (КЗ) трансформатора ТМГ-1000-10,5/0,4, полученного с помощью данной модели, представлен на рис. 6.

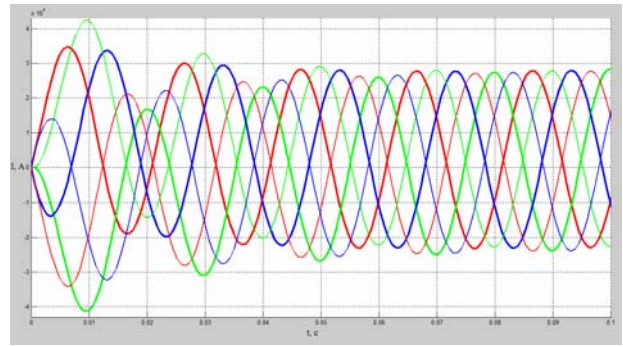


Рис. 6. Графики расчетных токов в обмотках низшего напряжения трансформатора ТМГ-1000-10,5/0,4 при трехфазном коротком замыкании

Особенность примера расчета токов КЗ силового трансформатора состоит в том, что численный эксперимент в этом случае не ограничивается расчетом токов. Полученные по результатам расчета токи в обмотках трансформатора используются здесь для расчета электродинамических усилий, возникающих в обмотках при КЗ. Картина магнитного поля трансформатора для этого случая представлена на рис. 7.

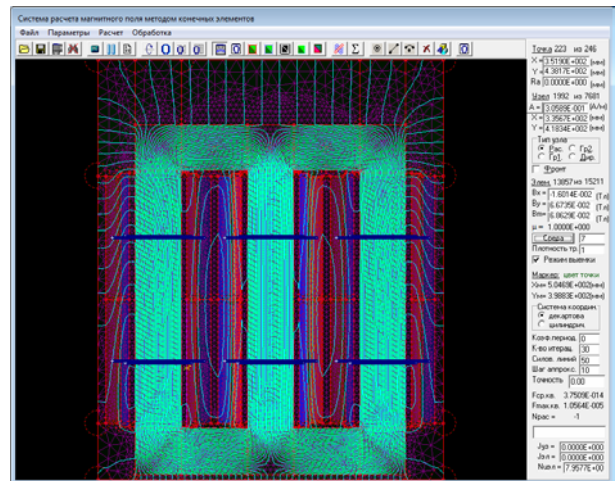


Рис. 7. Результаты расчета магнитного поля трансформатора в режиме КЗ

Для расчета электромеханических усилий, действующих на объем, ограниченный поверхностью S , используется формула

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\vec{H}(\vec{n} \cdot \vec{B}) + \vec{B}(\vec{n} \cdot \vec{H}) - \vec{n}(\vec{H} \cdot \vec{B})) dS, \quad (11)$$

где $\vec{H}$ и $\vec{B}$ – векторы напряженности и индукции магнитного поля; $\vec{n}$ – вектор нормали к поверхности интегрирования.

В двухмерной постановке задачи уравнение (11) для составляющих силы, действующей на единицу длины трансформатора в третьем измерении, принимает следующий вид:

$$f_x = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_A} \left(H_x(n_x B_x + n_y B_y) + B_x(n_x H_x + n_y H_y) - n_x(H_x B_x + H_y B_y) \right) dl_k; \quad (12)$$

$$f_y = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_\Delta} \left(H_y (n_x B_x + n_y B_y) + B_y (n_x H_x + n_y H_y) - n_y (H_x B_x + H_y B_y) \right) dl_k, \quad (13)$$

где B_x, H_x, n_x – проекции магнитной индукции, напряженности и вектора нормали на ось X ; B_y, H_y, n_y – проекции магнитной индукции, напряженности и вектора нормали на ось Y ; N_Δ – количество треугольных элементов, через которые проходит контур интегрирования; dl_k – длина контура интегрирования в пределах k -го элемента.

Для определения силы, действующей на виток в радиальном направлении, используется интегральная формула

$$F_{\text{хпр}}(t) = \frac{1}{2} \frac{f_x(t)}{w_{\text{сл}}} \frac{D}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \frac{f_x(t)}{w_{\text{сл}}} D, \quad (14)$$

где D – наружный диаметр обмотки в случае ее растяжения и внутренний диаметр в случае сжатия.

Сила, действующая в осевом направлении, рассчитывается как

$$F_y(t) = f_y(t) \pi \frac{D_{\text{нар}} + D_{\text{вн}}}{2}, \quad (15)$$

где $D_{\text{нар}}$ и $D_{\text{вн}}$ – наружный и внутренний диаметры обмотки соответственно.

Одним из главных преимуществ численного эксперимента с использованием библиотеки EMLib является возможность построения гибкой программы исследований. При этом модель исследуемого устройства может оперативно перестраиваться. Так, при моделировании вращения ротора электрической машины на каждом шаге итераций происходит регенерация конечно-элементной сетки в области зазора. В [6] рассматривается пример, в котором рассчитывается магнитное поле в модели, представляющей собой линейную развертку торцевого синхронного генератора. При перемещении ротора относительно статора происходит полная регенерация модели. Это позволяет рассчитать кривую изменения потокоцепления $\Psi(t)$ и ЭДС $E(t)$ обмотки статора.

Оперативно регенерируемая модель может использоваться в задачах оптимизации. Вообще задача оптимизации с использованием результатов расчета магнитного поля методом конечных элементов не является принципиально новой. Так, в [9] оптимизируется форма полюсного наконечника автомобильного стартера с использованием результатов расчета магнитного поля. В современных системах инженерных расчетов (CAE-системах) оптимизация конструкции устройства включена в стандартный инструментарий. Однако возможности большинства современных параметрических генераторов полевых моделей ограничены стремлением разработчиков избавить пользователя от функций традиционного программирования.

В то же время именно параметрические генераторы, построенные на основе традиционного программирования, позволяют создавать модели, отличающиеся друг от друга не только размерами, но и структурой.

Например, в настоящее время в рамках рассматриваемой технологии разработан параметрический генератор конечно-элементных моделей АД, позволяющий оперативно генерировать серии моделей машин, отличающихся не только геометрическими размерами, но и количеством, а также формой пазов статора и ротора, количеством слоев обмотки в пазах статора, схемой соединения секций обмотки статора, наличием или отсутствием пазовой изоляции и т.п. В частности, на рис. 8 представлены несколько вариантов пазов статора, сгенерированные данной системой.

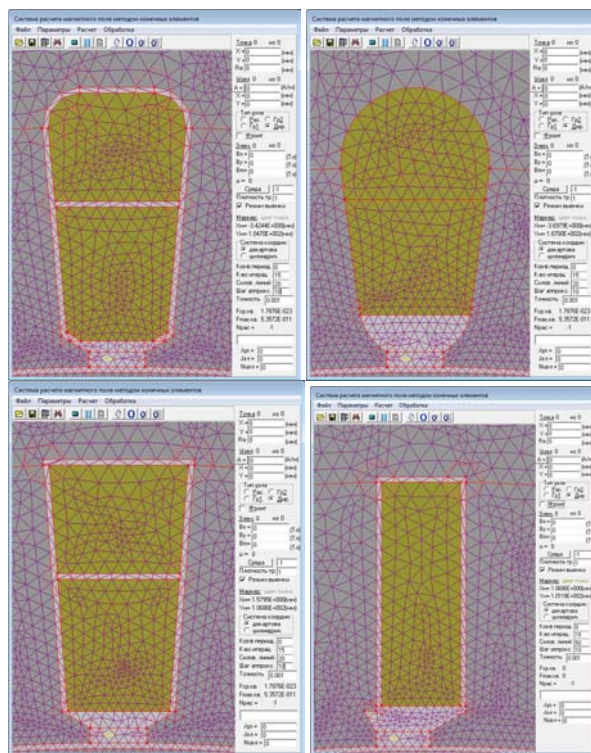


Рис. 8. Варианты пазов статора АД, сгенерированные одним параметрическим генератором

Модель АД строится из трех объектов: статор, ротор и зазор. В свою очередь, статор и ротор строятся из соответствующих зубцовых зон и спинки. Спинки представляют собой кольца, опоясывающие зубцовые зоны. Базовым объектом зубцовой зоны является паз.

Для унификации процедур построения модели паза он разбивается на несколько элементов: шлиц, клиновидная часть, дно паза, центральная часть паза. Была проведена работа по классификации данных элементов, позволяющая ограничить количество возможных вариантов их исполнения и путем их комбинации строить практически все реально существующие пазы статора АД. В настоящее время ведется работа по созданию исчерпывающей

библиотеки пазов ротора. При возникновении новых нетрадиционных форм пазов ротора библиотека пазов может быть расширена дополнительной подпрограммой.

Параметрический генератор полевой модели АД опробован в задаче поиска оптимальной формы паза статора, обеспечивающего заданную величину проводимости пазового рассеяния при заданной плотности тока в пазу, а также индукции в зубцах и ярме. В качестве варьируемых параметров использовались такие величины, как высота паза, высота и ширина шлица, ширина верхней и нижней частей паза и т.п. К ним добавляются признаки, определяющие тип паза (открытый, полукруглый, закрытый), форму дна паза (круглое, скругленное, прямое) и форму клиновой части (трапециевидная, скругленная). Поиск решения осуществляется средствами MatLab с использованием генетических алгоритмов. На каждом шаге поиска происходит полная регенерация полевой модели, расчет магнитного поля, по которому определяется величина проводимости пазового рассеяния по формуле [10]

$$\lambda_{\text{п}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{паза}}} \left(S_{\Delta i} \sum_{j=1}^3 A_{\Delta ij} \right)}{\sum_{i=1}^{N_{\text{паза}}} S_{\Delta i}} - A_r, \quad (16)$$

$$\mu_0 I_{\text{п}}$$

где $N_{\text{паза}}$ – количество треугольных элементов, заполняющих паз; $A_{\Delta i}$ – величина векторного магнитного потенциала в j -м узле i -го элемента паза; $S_{\Delta i}$ – площадь i -го элемента паза; A_r – величина векторного магнитного потенциала по оси паза в зазоре; $I_{\text{п}}$ – полный ток паза.

Заключение

Рассмотрено несколько характерных способов организации численного исследования электротехнических устройств с использованием автономной библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля. Возможности данной технологии не ограничиваются этими вариантами и определяются лишь опытом программирования инженера. Данная технология находит применение, в первую очередь, при проектировании электротехнических устройств на предприятиях малого и среднего бизнеса.

Список литературы

1. **Технология** численного исследования электрических машин с использованием библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля / А.И. Тихонов, С.Ю. Кучеров, И.М. Лашманов, Д.В. Рубцов // Вестник ИГЭУ. – 2006. – Вып. 3. – С. 5–8.
2. **Климов Д.А., Попов Г.В., Тихонов А.И.** Методы автоматизированного моделирования динамических режимов трансформаторов / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2006. – 100 с.

3. **Тихонов А.И., Иванов А.В.** Использование библиотеки моделирования магнитного поля при расчете реактора из алюминиевой ленты // Вестник ИГЭУ. – 2009. – Вып. 3. – С. 25–28.

4. **Булатов Л.Н., Тихонов А.И.** Динамическая модель асинхронной машины с прямым обращением к конечно-элементной модели магнитного поля // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 1. – С. 40–44.

5. **Лашманов И.М., Тихонов А.И.** Исследование динамических режимов неявнополюсных машин постоянного тока с использованием результатов расчета магнитного поля // Вестник научно-промышленного общества. – М.: «Алев-В», 2005. – Вып. 9. – С. 88–94.

6. **Тихонов А.И., Шишкин В.П., Рубцов Д.В.** Поиск оптимальной конструкции торцевого ветрогенератора с использованием динамической полевой модели // Вестник ИГЭУ. – 2005. – Вып. 3. – С. 43–47.

7. **Тихонов А.И., Попов Г.В., Еремин И.В.** Особенности методики расчета холостого хода трансформатора с сердечником из аморфной стали // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 4. – С. 32–35.

8. **Свидетельство** о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011614852 «Платформенезависимая библиотека конечно-элементного моделирования магнитного поля» / А.И. Тихонов, Л.Н. Булатов. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам, 2011.

9. **Казаков Ю.Б.** Оптимизация геометрии магнитопровода стартерных электродвигателей на основе расчетов магнитных полей: дис. ... канд. тех. наук. – Новочеркасск, 1982. – 156 с.

10. **Кобелев А.С.** Разработка алгоритмов численного расчета и исследование трехфазных асинхронных двигателей с гофрированной зубцово-пазовой зоной: автореф. дис. ... канд. тех. наук. – М., 1991. – 189 с.

References

1. Tikhonov, A.I., Kuchеров, S.Yu., Lashmanov, I.M., Rubtsov, D.V. Tekhnologiya chislennogo issledovaniya elektricheskikh mashin s ispol'zovaniem biblioteki konechno-elementnogo modelirovaniya magnitnogo polya [Numerical study technology of electrical engineering machines using a magnetic field finite-element modeling library]. *Vestnik IGEU*, 2006, issue 3, pp. 5–8.
2. Klimov, D.A., Popov, G.V., Tikhonov, A.I. *Metody avtomatizirovannogo modelirovaniya dinamicheskikh rezhimov transformatorov* [Techniques of computer-aided engineering of transformer dynamic modes]. Ivanovo, 2006. 100 p.
3. Tikhonov, A.I., Ivanov, A.V. Ispol'zovanie biblioteki modelirovaniya magnitnogo polya pri raschete reaktora iz alyuminievoy lenty [Application of a magnetic field modeling library to calculation of aluminium strip reactors]. *Vestnik IGEU*, 2009, issue 3, pp. 25–28.
4. Bulatov, L.N., Tikhonov, A.I. Dinamicheskaya model' asinkhronnoy mashiny s pryamym obrashcheniem k konechno-elementnoy modeli magnitnogo polya [Dynamic model of induction machines using a finite-element model of magnetic field calculation]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 1, pp. 40–44.
5. Lashmanov, I.M., Tikhonov, A.I. Issledovanie dinamicheskikh rezhimov neyavnopolyusnykh mashin postoyannogo toka s ispol'zovaniem rezul'tatov rascheta magnitnogo polya [Study of dynamic modes of nonsalient pole direct current machines using magnetic field calculation results]. *Vestnik nauchno-promyshlennogo obshchestva*. Moscow, Alev-V, 2005, issue 9, pp. 88–94.
6. Tikhonov, A.I., Shishkin, V.P., Rubtsov, D.V. Poisk optimal'noy konstruktii tortseвого ветрогенератора s ispol'zovaniem dinamicheskoy polevoy modeli [Selecting the optimal design for a front wind turbine by using a dynamic field model]. *Vestnik IGEU*, 2005, issue 3, pp. 43–47.
7. Tikhonov, A.I., Popov, G.V., Eremin, I.V. Osobennosti metodiki rascheta kholostogo khoda transformatora s serdechnikom iz amorfnoy stali [Amorphous-core transformer no-load calculation techniques]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 4, pp. 32–35.
8. Tikhonov, A.I., Bulatov, L.N. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2011614852*

«Platformnezavisimaya biblioteka konechno-elementnogo modelirovaniya magnitnogo polya» [State registration certificate of a computer program No 2011614852 «Platform-independent library of finite-element modeling of magnetic field»]. Moscow, Federal'naya sluzhba po intellektual'noy sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam, 2011.

9. Kazakov, Yu.B. *Optimizatsiya geometrii magnitoprovoda startemykh elektrodvigately na osnove raschetov magnitnykh poley*. Diss. kand. tekhn. nauk [Optimization of starter

engine magnetic core geometry based on magnetic field calculation. Cand. tech. sci. diss.]. Novocherkassk, 1982. 156 p.

10. Kobelev, A.S. *Razrabotka algoritmov chislennogo rascheta i issledovanie trekhfaznykh asinkhronnykh dvigateley s gofrirovannoy zubtsovo-pazovoy zonoy*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Developing of numerical computation algorithms and studying of three-phase induction motors with a corrugated tooth-slot area. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, 1991. 189 p.

Шмелев Александр Сергеевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант,
e-mail: schmeloff@yandex.ru

Пайков Игорь Александрович,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант,
e-mail: komned37@yandex.ru

Булатов Леонид Николаевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
инженер,
e-mail: bulatovleo@gmail.com