

Влияние пристеночного эффекта на вибрационное смешивание дисперсных материалов¹

И.А. Балагуров¹, В.Е. Мизонов¹, Н. Berthiaux², С. Gatamel²,
¹ ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
² Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Albi, France
E-mail: mizonov46@mail.ru; berthiau@enstimac.fr

Авторское резюме

Состояние вопроса: Эффективное смешивание сыпучих материалов играет важную роль во многих отраслях промышленности, в частности при производстве композиционных материалов для тепловой и ядерной энергетики. При смешивании разнородных сыпучих материалов всегда возникает сегрегация частиц, не позволяющая получить полностью однородную смесь. Актуальной является задача определения оптимального времени смешивания, когда однородность смеси достигает максимального значения. Опыт показывает, что сегрегация вблизи стенок смесителя существенно отличается от сегрегации вдали от них. Это приводит к поперечной неравномерности сегрегации, которая оказывает значительное влияние на кинетику смешивания. Оценка пристеночных эффектов в рамках существующих одномерных моделей процесса невозможна в принципе. Поэтому необходимо построение двухмерной модели, которая учитывает неравномерную продольную сегрегацию и вызываемую ей поперечную сегрегацию компонента в виброоживленной смеси.

Материалы и методы: Используется метод математического моделирования, основанный на теории цепей Маркова, которому соответствует двухмерное ячеечное представление описываемого процесса. Для экспериментальной верификации модели использованы данные по распределению компонентов в лабораторном вибрационном смесителе с плоской прямоугольной зоной смешивания.

Результаты: Построена двухмерная модель эволюции содержания компонентов в двухкомпонентной смеси и путем численных экспериментов показано, что неравномерность сегрегации существенно влияет на равномерность распределения компонентов и оптимальное время смешивания. Установлено хорошее качественное соответствие расчетных результатов с экспериментальными данными.

Выводы: Предложенная модель позволяет учесть неравномерность сегрегации, приводящую к заметному ухудшению качества смеси и изменению оптимального времени смешивания на стадии проектирования.

Ключевые слова: бинарная смесь, сегрегация, неравномерность, ячеечная модель, цепь Маркова, вектор состояния, матрица переходных вероятностей, однородность смеси, оптимальное время смешивания.

Influence of near-wall effect on vibration mixing of particulate solids

Ivan Balagurov¹, Vadim Mizonov¹, Henri Berthiaux², Cendrine Gatamel²
¹ Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
² Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, Albi, France
E-mail: mizonov46@mail.ru; berthiau@enstimac.fr

Abstract

Background: Effective mixing of particulate solids plays an important role in many industries, in particular, in production of composite materials for thermal and nuclear energetics. In mixing of dissimilar particulate solids there always arises segregation that does not allow obtaining a completely homogeneous mixture. The problem of defining the optimal mixing time when the mixture reaches the maximum homogeneity is of importance. Experiments show that segregation near mixer walls is considerably different in comparison to one that is far away from the wall. This leads to crosswise non-uniformity of segregation, which influences strongly on mixing kinetics. Estimating the near-wall effects on the basis of one-dimensional models is impossible in principle. This is why a two-dimensional model that takes into account the non-uniform longwise segregation and the crosswise segregation induced by it is to be built for vibro-fluidized mixture.

Materials and methods: The method of mathematical modelling based on the theory of Markov chains is used. The two-dimensional cell presentation of this process corresponds to this method. Experimental data obtained at a laboratory vibration mixer with the plane rectangular mixing zone were used to verify the model.

Results: A two-dimensional model of evolution of components content in a binary mixture is proposed. The numerical experiments show that the non-uniformity of segregation influences strongly on homogeneity of components distribution and on the optimal mixing time. The calculated data are in good correspondence with the experimental ones.

Conclusions: The non-uniformity of segregation leads to considerable worsening of mixture quality and change of the optimal mixing time. The proposed model allows taking into account these factors at the mixer design stage.

Key words: binary mixture, segregation, non-uniformity, cell model, Markov chain, state vector, matrix of transition probabilities, mixture homogeneity, optimal mixing time.

DOI: 10.17588/2072-2672.2015.2.058-062

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №15-08-01684

Во многих отраслях промышленности возникает необходимость иметь дело со смесями дисперсных материалов, причем ценность смеси возрастает с ростом ее однородности. Однако получение смесей с высокой однородностью распределения компонентов является технологически очень сложной задачей. Решение этой задачи весьма актуально для производства композиционных материалов, используемых в тепловой и ядерной энергетике. В обзорных работах [1, 2] подчеркнута, что в настоящее время проектирование смесительного оборудования в большей степени основывается на инженерном искусстве, чем на каком-либо научно обоснованном базисе. Там же отмечено, что главным препятствием к получению однородных смесей компонентов является сегрегация частиц, вызванных различием их физико-механических свойств. Известно достаточно большое число исследований (например, [3, 4]) по выявлению механизмов сегрегации, но ее влияние на кинетику смешивания изучено гораздо меньше. На наш взгляд, эффективным инструментом моделирования кинетики смешивания является математический аппарат теории цепей Маркова, которая эффективно, но фрагментарно применялась рядом авторов [5–7] для этих целей. Обобщение этой стратегии для моделирования разнообразных процессов в дисперсных средах описано в [8], а в [9, 10] показано, как она может применяться к оптимизации смешивания и проектированию нового оборудования. Однако все эти результаты получены на основе одномерных моделей, которые далеко не всегда могут учесть все негативные эффекты, возникающие при смешивании. В частности, это относится к пристеночным эффектам, влияющим на образование застойных зон в рабочем объеме смесителя и препятствующим достижению высокой однородности перемешивания. Ниже предпринята попытка математического описания этого эффекта на примере вибрационного смесителя.

Расчетная схема двумерной ячеечной модели смесителя показана на рис. 1,а. Половина рабочего объема участвующей в процессе бинарной смеси компонентов представлена прямоугольной сеткой размера ячеек $m \times n$ идеального перемешивания малого объема. Объем ключевого сегрегирующего вниз компонента $Sm(i,j)$ не может превышать условного объема ячейки, принятого равным единице.

Для построения модели примем следующую физическую картину процесса. Пусть он наблюдается в дискретные моменты времени $t_k = (k - 1)\Delta t$, где k – номер временного перехода, а Δt – его продолжительность (здесь k может рассматриваться как целочисленный аналог времени). За время Δt ячейку покинут частицы ключевого компонента в направлениях, указанных стрелками на рис. 1,б, где буквы d

относятся к симметричным диффузионным переходам, а буквы v – к сегрегационным.

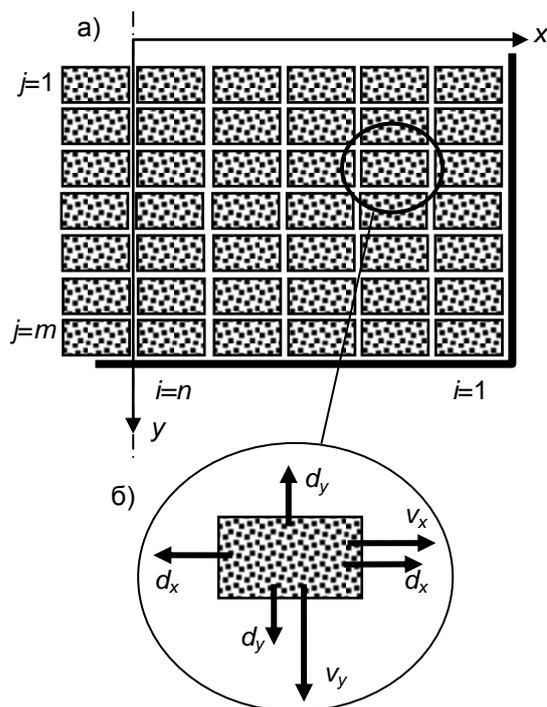


Рис. 1. Схема ячеечной модели (а) и направления переходов из отдельной ячейки (б)

Рассмотрим механизм формирования этих переходов. Пусть вдали от стенки вероятность (скорость) продольных сегрегационных переходов равна v_1 . Примыкающий к стенке слой испытывает меньшее сопротивление движению, а значит, имеет большую скорость $v_2 > v_1$. Это быстро движущийся слой увлекает за счет трения следующий слой, который приобретает скорость, меньшую, чем v_2 , но большую, чем v_1 .

Можно предположить, что по мере удаления от стенки разность между этими скоростями убывает в геометрической прогрессии, что позволяет получить расчетную формулу для v_y :

$$v_y(j) = v_1 + (v_2 - v_1)\beta^{(n-j)}, \quad (1)$$

где $\beta < 1$ – знаменатель геометрической прогрессии.

Таким образом, скорость сегрегации оказывается неравномерной в поперечном сечении смесителя. Образование сдвигового движения слоев вниз приводит к появлению поперечной сегрегации, которая, в принципе, не может быть отслежена в одномерной модели. Это сегрегационное движение идет от слоя с меньшей скоростью в сторону слоя с большей скоростью. В первом приближении можно допустить, что скорость поперечной сегрегации пропорциональна разности скоростей соседних слоев, что приводит к формуле

$$v_x(j) = \alpha(v_y(j) - v_y(j - 1)), \quad (2)$$

где α – коэффициент пропорциональности.

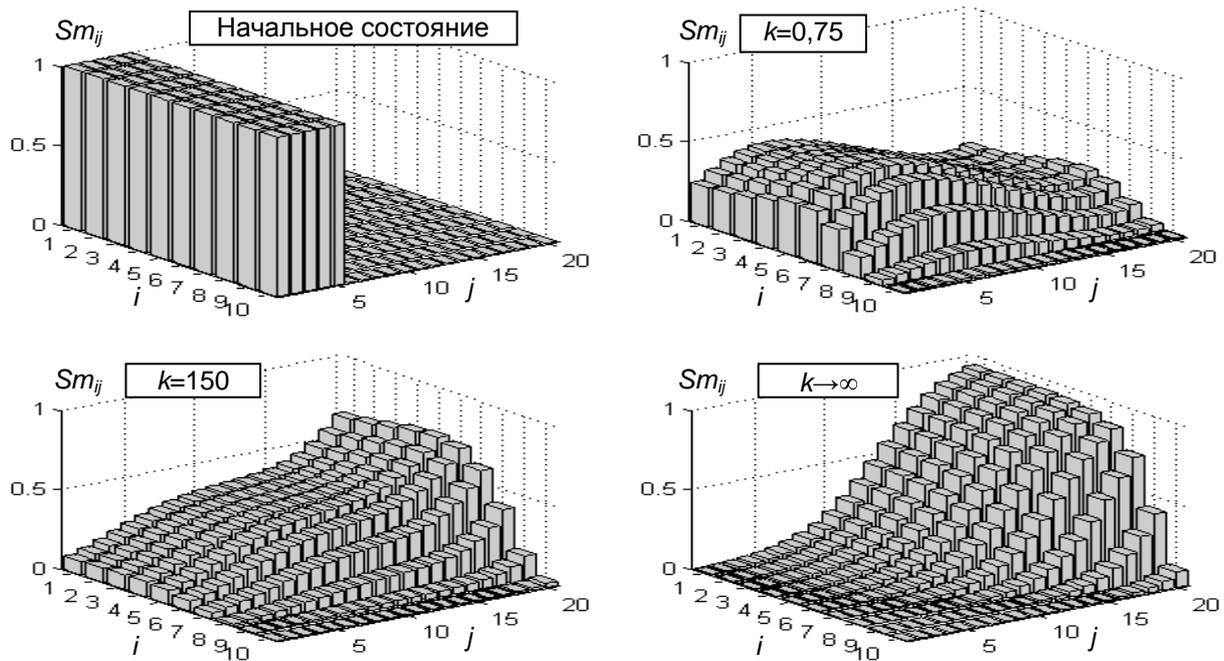


Рис. 2. Распределение ключевого компонента в различные моменты времени

Вероятности (скорости) чисто диффузионного переноса d_y и d_x ведут к выравниванию распределения компонентов смеси, а скорости сегрегационного переноса – к перекосам. Из этого следует существование оптимального числа временных переходов, при котором неравномерность распределения имеет минимально возможное значение.

Описав возможные вероятности переходов, можно приступить к построению Марковской модели процесса перемешивания. Для этого матрица распределения ключевого компонента по ячейкам $Sm(i,j)$ должна быть преобразована в вектор состояния \mathbf{S} размера $(m \times n) \times 1$, в котором столбцы матрицы расположены последовательно друг под другом. Эволюция этого вектора с течением времени (от одного состояния к другому) определяется рекуррентным матричным равенством

$$\mathbf{S}^{k+1} = \mathbf{P}\mathbf{S}^k, \tag{3}$$

где \mathbf{P} – матрица переходных вероятностей, которая является пятидиагональной матрицей размера $(m \times n) \times (m \times n)$. Ее ненулевые элементы определяются по формулам, вытекающим из структуры возможных переходов из ячеек:

- переходы вправо

$$P(n(j-1) + i - 1, n(j-1) + i) = d_x + v_x(i) * (1 - Sm(i-1, j)), \tag{4}$$

где $j = 1:m, i = 2:n$;

- переходы влево

$$P(n(j-1) + i + 1, n(j-1) + i) = d_x, \tag{5}$$

где $j = 1:m, i = 1:n-1$;

- переходы вверх

$$P(n(j-2) + i, n(j-1) + i) = d_y, \tag{6}$$

где $j = 2:m, i = 1:n$;

- переходы вниз

$$P(nj + i, n(j-1) + i) = d_y + v_y(i) * (1 - Sm(i, j+1)), \tag{7}$$

где $j = 1:m-1, i = 1:n$.

Выражения в скобках при v_x (4) и v_y (7) вводят поправку на реальную скорость сегрегации в ячейки. Сами величины v_x и v_y относятся к сегрегации в свободные от сегрегирующего материала ячейки. По мере их заполнения скорость сегрегации снижается, а при полном заполнении становится равной нулю, поскольку материал не может сегрегировать сам в себя. Таким образом, матрица \mathbf{P} оказывается зависящей от текущего вектора состояния, т. е. задача становится существенно нелинейной.

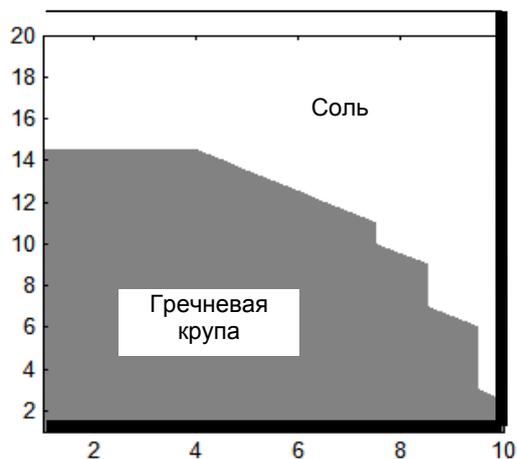
На рис. 2 показан пример распределения сегрегирующего компонента в различные моменты времени. Расчеты выполнены на сетке ячеек $n = 10, m = 20$ при $v_1 = 0,1, v_2 = 0,2, \beta = 0,5, \alpha = 6, d_x = 0,05, d_y = 0,2$. В начале процесса сегрегирующий компонент занимает 5 верхних рядов ячеек. По мере протекания процесса он опускается вниз и смещается в сторону стенки. С течением времени наступает установившееся распределение, которое, согласно рис. 2, далеко не равномерно.

Для качественной верификации модели были использованы опытные данные, полученные на стендовой плоской прямоугольной модели смесителя, размещенной на столе вибростенда. В качестве модельных материалов использованы гречневая крупа (основной компо-

нент) и поваренная соль (ключевой сегрегирующий вниз компонент). Фотография распределения компонентов после длительной работы вибростенда показана на рис. 3,а.



а)



б)

Рис. 3. Асимптотическое распределение компонентов в смеси: а – эксперимент; б – расчет

Если условно принять, что при содержании соли менее 5 % она отсутствует, то из асимптотического распределения, показанного на рис. 2, можно получить теневую проекцию распределения соли и крупы в камере смешивания. Эта картина показана на рис. 3,б, согласно которому, она качественно и количественно соответствует экспериментальной картине распределения.

Как уже отмечено выше, степень неравномерности распределения изменяется по времени от полностью неравномерного начального распределения к достаточно неравномерному асимптотическому распределению, проходя через минимум. В этот момент перемешивание следует остановить, так как достигнута минимально возможная неравномерность распределения компонентов в смеси. Если охарактеризовать неравномерность среднеквадратичным отклонением содержания сегрегирующего компонента в ячейках от среднего σ , то его величина

на может быть рассчитана для каждого k -го состояния.

На рис. 4 показано расчетное изменение величины σ для двух случаев: при отсутствии и при наличии краевого пристеночного эффекта.

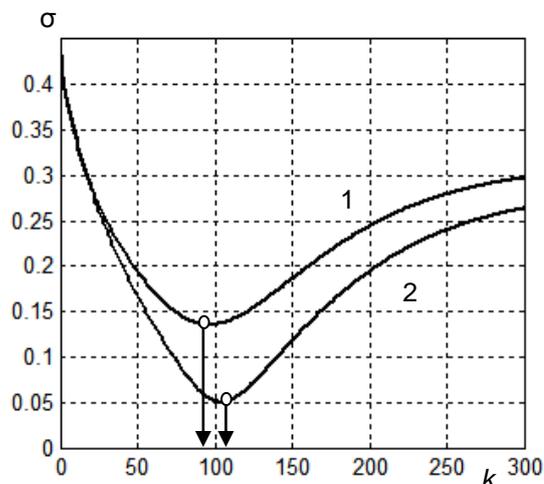


Рис. 4. Кинетика формирования качества смеси с учетом (1) и без учета (2) краевого эффекта

При отсутствии учета пристеночного эффекта достигается гораздо большая равномерность смеси, но за примерно на 15 % большее время (естественно, что эти данные могут меняться при изменении параметров модели, но качественно остаются такими же). При принятых же параметрах пристеночный слой реально занимает около половины полуширины смесителя, т. е. его вклад в ухудшение характеристик процесса оказывается значительным. При большей ширине смесителя влияние пристеночного эффекта будет ослабевать.

Таким образом, предложенная модель эволюции распределения содержания компонентов в пристеночном слое вибрационного смесителя может прогнозировать его влияние на ухудшение характеристик смешивания и оценивать возможные конструктивные меры по снижению этого влияния.

Список литературы

1. **Bridgwater J.** Mixing of particles and powders: Where next // *Particuology*. – 2010. – N 8. – P. 563–567.
2. **Bridgwater J.** Mixing of powders and granular materials by mechanical means – A perspective // *Particuology*. – 2012. – N 10. – P. 397–427.
3. **Jha A.K., Gill J.S., Puri V.M.** Percolation Segregation in Binary Size Mixtures of Spherical and Angular-Shaped Particles of Different Densities // *Particulate Science and Technology*. – 2008. – N 26. – P. 482–493.
4. **Iddir H., Arastoopour H., Hrenya C.M.** Analysis of binary and ternary granular mixture behavior using the kinetic theory approach // *Powder Technology*. – 2005. – N 151. – P. 117–125.
5. **Wang R.H., Fan L.T.** Axial Mixing of Grains in a Motionless Sulzer (Koch) Mixer // *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* – 1976. – N 15. – P. 381–388.
6. **Wang R.H., Fan L.T.** Stochastic modeling of segregation in a motionless mixer // *Chem. Eng. Sci.* – 1977. – N 32. – P. 695–701.

7. Fan L.T., Lai R.S. Numerical and experimental simulation studies on the mixing of particulate solids and the synthesis of a mixing system // Computers and Chemical Engineering. – 1978. – N 2. – P. 19–32.

8. Berthiaux H., Mizonov V., Zhukov V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology // Powder Technology. – 2005. – N 157. – P. 128–137.

9. Оптимальное управление смешиванием сегрегирующих дисперсных материалов / В.Е. Мизонов, Н. Бертиау, С. Гатумел, К.А. Шелатанова // Вестник ИГЭУ. – 2014. – № 2. – С. 50–54.

10. Балагуров И.А., Мизонов В.Е., Митрофанов А.В. Математическая модель формирования многокомпонентной смеси сегрегирующих компонентов // Изв. вузов. Химия и химическая технология. – 2014. – Т. 57, №. 8. – С. 67–70.

References

1. Bridgwater, J. Mixing of particles and powders: Where next. Particuology, 2010, no. 8, pp. 563–567.

2. Bridgwater, J. Mixing of powders and granular materials by mechanical means – A perspective. Particuology, 2012, no. 10, pp. 397–427.

3. Jha, A.K., Gill, J.S., Puri, V.M. Percolation Segregation in Binary Size Mixtures of Spherical and Angular-

Shaped Particles of Different Densities. Particulate Science and Technology, 2008, no. 26, pp. 482–493.

4. Iddir, H., Arastoopour, H., Hrenya, C.M. Analysis of binary and ternary granular mixture behavior using the kinetic theory approach. Powder Technology, 2005, no. 151, pp. 117–125.

5. Wang, R.H., Fan, L.T. Axial Mixing of Grains in a Motionless Sulzer (Koch) Mixer. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 1976, no. 15, pp. 381–388.

6. Wang, R.H., Fan, L.T. Stochastic modeling of segregation in a motionless mixer. Chem. Eng. Sci. 1977, no. 32, pp. 695–701.

7. Fan, L.T., Lai, R.S., et al. Numerical and experimental simulation studies on the mixing of particulate solids and the synthesis of a mixing system. Computers and Chemical Engineering, 1978, no. 2, pp. 19–32.

8. Berthiaux, H., Mizonov, V., Zhukov, V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology. Powder Technology, 2005, no. 157, pp. 128–137.

9. Mizonov, V.E., Berthiaux, N., Gatamel, S., Shelatanova, K.A. Vestnik IGÉU, 2014, no. 2, pp. 50–54.

10. Balagurov, I.A., Mizonov, V.E., Mitrofanov, A.V. Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya, 2014, vol. 57, no. 8, pp. 67–70.

Балагуров Иван Александрович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры прикладной математики,
e-mail: knight_90@bk.ru

Мизонов Вадим Евгеньевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,
e-mail: mizonov46@mail.ru

Berthiaux Henri,

Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, France,
Dr.-Eng., Professor,
e-mail: berthiau@enstimac.fr

Gatamel Cendrine,

Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, France,
Dr.-Eng., Associate Professor,
e-mail: gatamel@enstimac.fr